OE

teorija

MAGNETOSTATIKA

amperov zakon magnetne sile

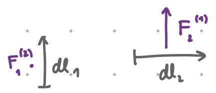
- sila med dvema tokovima elementoma

$$\delta F_{m_1}^{(2)} = \frac{\mu_0}{4\pi R_{21}^3}\left[I_2 \cdot \vec{dl}_2 \times \left(I_1 \vec{dl}_1 \times \vec{R}_{21} \right)\right] \quad [N]$$

sila na prvega zaradi drugega

$$\delta F_{m_2}^{(1)} = \frac{\mu_0}{4\pi R_{12}^3}\left[I_1 \cdot \vec{dl}_1 \times \left(I_2 \vec{dl}_2 \times \vec{R}_{12} \right)\right] \quad [N]$$

- za sili ne velja vzajemnost



- sili sta vedno pravokotni na tokova elementa

PRIMERJAVA AMPEROVE & COULOMBOVE SILE

- dva gibajoča naboja

$$\frac{\delta F_m}{\delta F_e} = \left(\frac{w}{c_0}\right)^2$$

- generator, žici & breme

$$\frac{\delta F_m}{\delta F_e} = \frac{R_K^2}{R_B^2} \qquad R_K = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\ln\frac{d}{a}$$

~ karakteristična upornost dvovoda

$R_B = R_K$ električna & magnetna sila sta enaki

$R_B > R_K$ prevladuje električna sila

$R_B < R_K$ prevladuje magnetna sila

vektor gostote magnetnega pretoka

Biot-Savartov zakon: predpis, ki v točki v prostoru definira magnetno polje, ki ga povzroča tokov element.

$$\delta \vec{B}\,(T) = \frac{\mu_0 I' \vec{dl}' \times \vec{R}}{4\pi R^3} \qquad \left[\frac{Vs}{m^2} = \frac{Wb}{m^2} = T\right]$$

webber

tesla

~ vektor gostote magnetnega pretoka

Velikostni red:

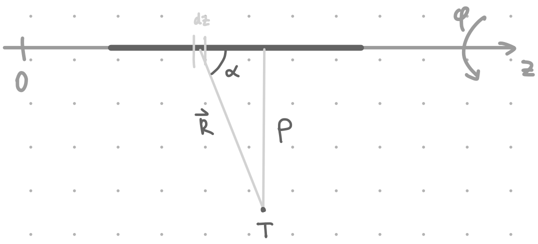
- zemeljsko magnetno polje 45 μT
- MRI 2 T
- električni stroji 2 T
- žica s tokom $10^{-6}, 10^{-3}$ T

Polje tokovega elementa:

- največje v ekvitorialni ravnini
- najmanjše v osi
- je cirkularno okoli osi z

uporaba Biot-Savartovega zakona

TOKOVA DALJICA



$$\vec{B}(T) = \frac{\mu_0 I}{4\pi\rho}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right)\vec{e}_\varphi$$

ρ: oddaljenost T od vodnika

α_1, α_2: en notranji & en zunanji kot

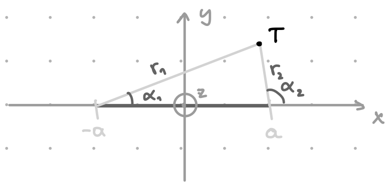
TOKOVA PREMICA

- izpeljemo iz daljice: α_1 gre proti 0, α_2 pa proti π

$$\vec{B}(T) = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}\vec{e}_\varphi$$

TRAČNI VODNIK

- obravnavamo kot skupek tokovih premic



$$B_x(T) = \frac{\mu_0 K}{2\pi}(\alpha_1 - \alpha_2)$$

$$B_y(T) = \frac{\mu_0 K}{2\pi}\ln\frac{r_1}{r_2}$$

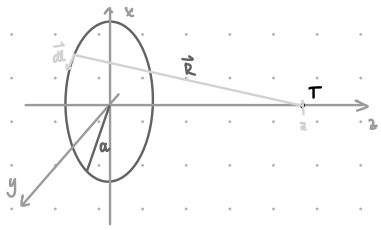
$$K = \frac{I}{2a}$$

- če je točka blizu sredine vodnika:

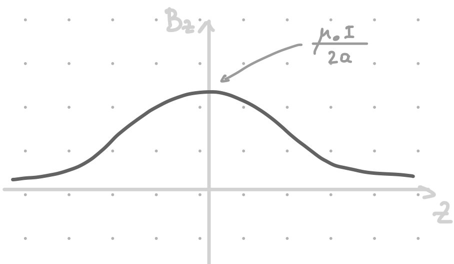
$r_1 \doteq r_2 \doteq a$, $\alpha_1 \doteq 0$, $\alpha_2 \doteq \pi$

$$B_y = 0 \qquad B_x = \pm\frac{\mu_0 K}{2}$$

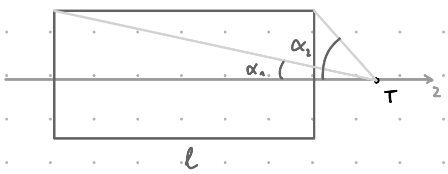
KROŽNA TOKOVA ZANKA



$$B_z(T) = \frac{\mu_0 I a^2}{2R^3} = \frac{\mu_0 I}{2}\frac{a^2}{(a^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

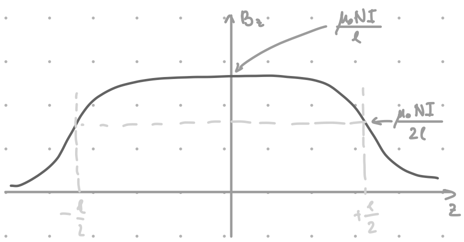


DOLGA TULJAVA



$$B_z(T) = \frac{\mu_0 N I}{2\ell}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right)$$

~ tuljava z N navoji dolžine ℓ



- na sredini tuljave:

$\alpha_1 \doteq 0$, $\alpha_2 \doteq \pi$

$$B_z = \frac{\mu_0 N I}{\ell}$$

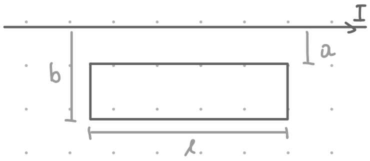
magnetni pretok / fluks

- podobno kot: $i = \int \vec{J} \cdot d\vec{a}$
  $\Phi_e = \int \vec{D} \cdot d\vec{a}$
- integral gostote po ploskvi

$$\Phi_m = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{a}$$

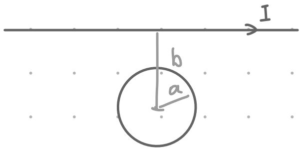
PRETOK OB RAVNEM VODNIKU

- skozi pravokotnik



$$\Phi_m = \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

- skozi krog



$$\Phi_m = \mu_0 I \left(b - \sqrt{b^2 - a^2}\right)$$

neizvornost magnetnega polja

- zanima nas pretok skozi sklenjeno ploskev

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{a} = ?$$

- fluks je po vseh malih pretočnih cevkah konstanten
- v okolico vodnika postavimo sklenjeno ploskev - določene cevke grejo mimo, nekatere jo prebadajo
- prebadajo 2x: ko vstopijo & izstopijo
- sledi:

$$\oint \vec{B}_k \cdot d\vec{a} = 0 \Rightarrow B = \sum_{k=1}^{n} \vec{B}_k$$

$$\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{a} = 0$$

II. Maxwellova enačba

Magnetno polje je neizvorno.

vrtinčnost magnetnega polja - Amperov zakon

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_A \vec{J} \cdot d\vec{a}$$

vsak tok, ki prečka opno v pozitivni smeri

tokova premica: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$

tokova nit: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} (\Omega_2 - \Omega_1)$

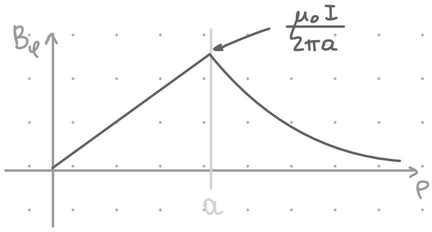
- integral je sorazmeren zaobjetemu toku
- ni odvisen od položaja vodnika ali oblike konture
- kadar ni zaobjet noben tok, je integral enak 0

uporaba zakona vrtinčnosti

VODNIK KROŽNEGA PRESEKA

- $\vec{B}$ je vedno tangenten na krožnico s polmerom ρ (B_φ)

$$B_\varphi = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 I}{2\pi a^2}\rho & ; \rho \leq a \\ \dfrac{\mu_0 I}{2\pi\rho} & ; \rho > a \end{cases}$$

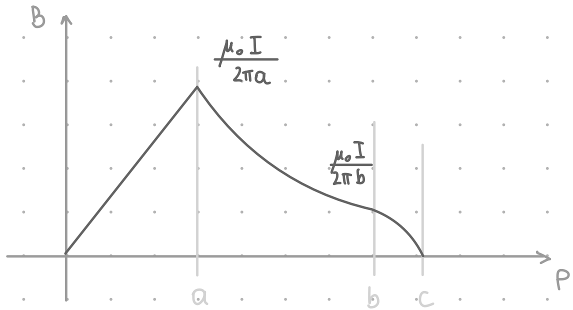


- ϕ okoli osi ni odvisen od polmera, ampak le od toka

$$\phi = \frac{\mu_0 I \ell}{4\pi}$$

KOAKSIALNI KABEL

$$B_\varphi = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 I}{2\pi a^2}\rho & \rho < a \\ \dfrac{\mu_0 I}{2\pi\rho} & a < \rho < b \\ \dfrac{\mu_0 I}{2\pi(c^2-b^2)}\left(\dfrac{c^2}{\rho} - \rho\right) & b < \rho < c \\ 0 & \rho > c \end{cases}$$



$$\phi = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\ell \\ \dfrac{\mu_0 I \ell}{2\pi}\ln\dfrac{b}{a} \\ \dfrac{\mu_0 I \ell}{2\pi(c^2-b^2)} - \dfrac{\mu_0 I \ell}{4\pi} \\ 0 \end{cases}$$

TOROIDNO NAVITJE

- $\vec{B}$ je pravokoten na sečno ravnino (B_φ)

$$B_\varphi = \begin{cases} 0 & \text{zunaj toroida} \\ \dfrac{\mu_0 N I}{2\pi\rho} & \text{znotraj toroida} \end{cases}$$

* 0 je enako, kadar predpostavimo, da se zanke zaključujejo same vase. V resnici je zunaj toroida $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}$.

- ϕ je odvisen od oblike tuljavnika

$$\phi = \frac{\mu_0 N I}{2\pi\rho_0} \cdot S$$

površina tuljavnika

oddaljenost središča toroida od težišča tuljavnika

* velja, kadar $a \ll b$

spodnja

zgornja meja

magnetna sila na gibajoč naelektren delec

prazen prostor: $m \cdot \dot{\vec{w}} = Q(\vec{E} + \vec{w} \times \vec{B})$

gibanje v homogenem E: $m \cdot \dot{\vec{w}} = Q\vec{E}$

gibanje v homogenem $\vec{B}$:
- vedno velja $\dot{\vec{w}} \perp \vec{w}$
- delec se mora gibati, da ima polje učinek
- $\vec{w}_{\parallel}$ je konstantna
- gibanje delca je sestavljeno iz kroženja in vzdolžnega gibanja - trajektorija je heliks

Hallov pojav & merjenje gostote magnetnega pretoka

- pravokotno na magnetno polje postavimo ploščat vodnik, skozi katerega teče tok I
- ker se e^- premikajo in so v magnetnem polju, nanje deluje sila $\vec{F}_y$, zato se premaknejo
- med stenama vodnika se pojavi električno polje & napetost, ki jo lahko izmerimo
- upoštevamo še ravnovesje $F_m = F_e$

- hallova sonda je tanka ploščica iz polprevodnika, skozi katero teče tok
- nasprotna robova sta priključena na V-meter

Magnetna sila na tokovodnik

Če imamo dva vzporedna vodnika, razmaknjena za 1 m, po katerih teče nasprotno enak tok 1A, potem vodnika drug na drugega delujeta s silo 10^{-7} N.

navor na tokovno zanko v magnetnem polju

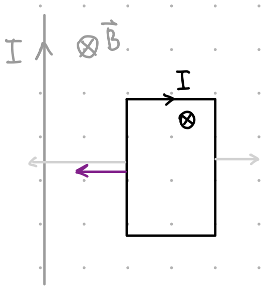
$$d\vec{M}_m = \underbrace{I \cdot d\vec{a}}_{\text{magnetni dipolski moment}} \times \vec{B}$$

* v homogenem $\vec{B}$

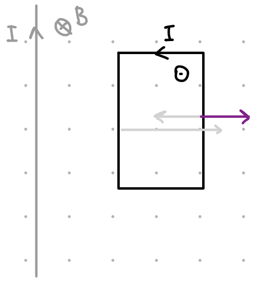
delo magnetne sile za premik ali zasuk tokovne zanke

$$A_m = I(\Phi_2 - \Phi_1)$$

* Φ v pozitivni smeri glede na tok



- izračunamo rezultanto sil (pravokotni stranici se odštejeta)
- premakne se bliže vodniku
- Φ se poveča, $A_m > 0$

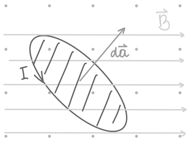


- rezultanta kaže stran od vodnika
- Φ se poveča, $A_m > 0$

magnetni dipol, magnetni dipolski moment

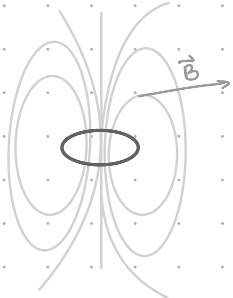
- v resnici ne obstaja, a obstajajo podobnosti z električnim dipolom

magnetni dipol

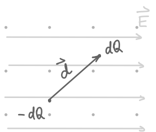


$$\delta \vec{m} = I \cdot \delta \vec{a}$$ ~ magnetni dipolski moment

$$\delta W_{pm} = -\delta \vec{m} \cdot \vec{B}$$ ~ magnetna potencialna energija

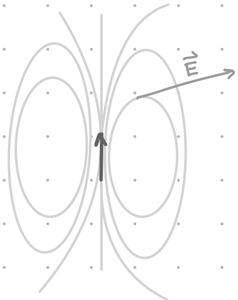


električni dipol



$$\delta \vec{p} = \delta Q \cdot \vec{d}$$

$$\delta W_{ep} = -\delta \vec{p} \cdot \vec{E}$$



snov v magnetnem polju

$$\vec{M} = \lim_{\text{„}\delta V \to 0\text{"}} \frac{\sum \vec{m}_k}{\delta V} \quad \left[\frac{A}{m}\right]$$

- v snovi se nahajajo weissove domene - vsota dipolskih momentov vseh domen je enaka vektorju magnetizacije

$$\oint \vec{M} \cdot d\vec{l} = I_{mag}$$

dI_{mag} - množina toka, ki A prestopi v pozitivni smeri

- integral vektorja magnetizacije skozi A po sklenjeni zanki $\mathcal{L}$ je enak vsoti vseh amperovih (notranjih) tokov, ki prestopijo A

dia-, para- & feromagnetizem

- diamagnetizem:
  - obnaša se kot prazen prostor
  - baker, zlato, srebro
  - postavi se pravokotno na polje
  - χ_m je negativen, μ_r je malo pod 1
- paramagnetizem
  - obnaša kot prazen prostor
  - aluminij, platina, mangan
  - postavi se vzporedno polju
  - χ_m je zelo majhen, μ_r je malo nad 1
- feromagnetizem
  - potenciran paramagnetik
  - železo, kobalt, nikelj
  - $\mu_r \approx 10^3, 10^4$

vektor magnetne poljske jakosti

$\vec{B}$ vektor vseh tokov
$\vec{M}$ vezani / notranji tokovi (amperovi)
$\vec{H}$ samo prosti tokovi

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{J}\cdot d\vec{a}$$
$$\oint \vec{M}\cdot d\vec{l} = I_{mag}$$
$$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = I_{prosti}$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \quad \left[\frac{A}{m}\right]$$

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$$

$$\vec{M} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{H}$$

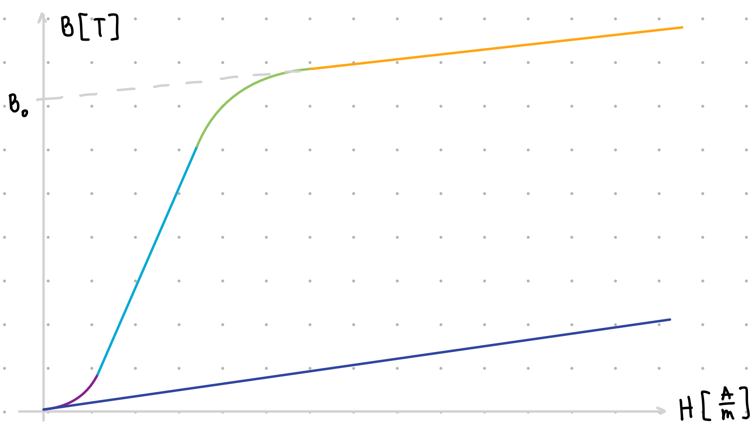
χ_m magnetna susceptibilnost
μ_r relativna permeabilnost
μ permeabilnost

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$
$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$
$$\chi_m = \mu_r - 1$$

feromagnetiki

ZAČETNA MAGNETILNA KRIVULJA

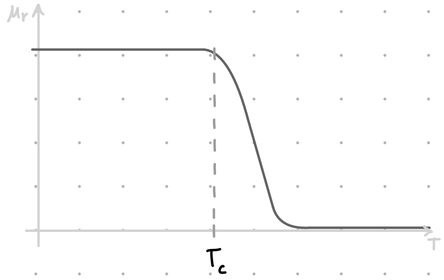


- ni več „prostih" domen, naklon je enak μ_0
- domene se obračajo v isto smer, amperovih tokov je veliko
- $\mu = \mu_0$: brez feromagnetika
- reverzibilno območje

(oranžno) in (modro) lahko lineariziramo: → $B = \mu_0 \mu_r H$
→ $B = B_0 + \mu_0 H$

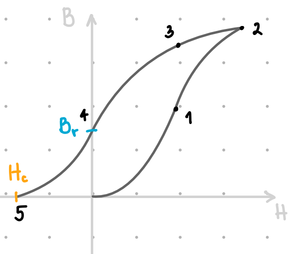
CURIJEVA TEMPERATURA

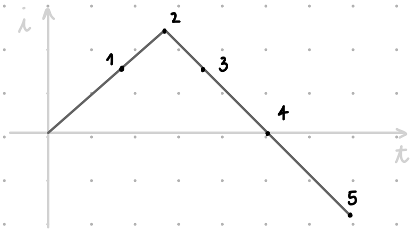
- pri tej temperaturi relativna permeabilnost hitro upade (Fe: 770 °C)
- uporabljamo za razmagnetenje



REMANENTNA GOSTOTA & KOERCITIVNA JAKOST

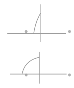
- pri ponovnem zmanjševanju toka weissove domene ohranijo splošno smer - B_r
- z negativnim tokom je B spet enak 0, H pa ne - H_c





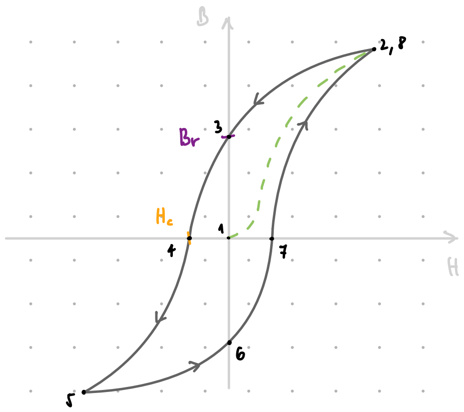
- remanentna gostota mora biti čim večja za izdelavo trajnih magnetov
- koercitivna jakost je odvisna od snovi: mehkomagnetni ~ 1 $\frac{A}{m}$

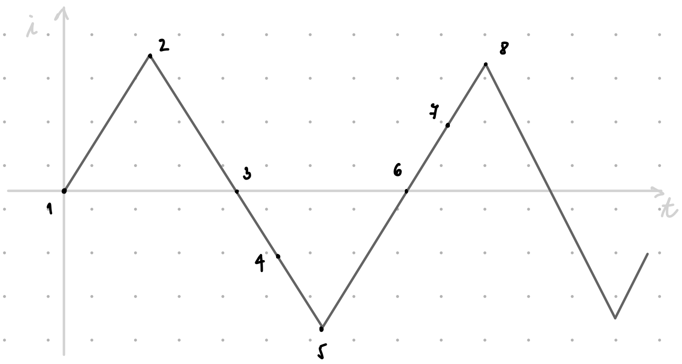
  trdomagnetni ~ 100 $\frac{A}{m}$



HISTEREZNA ZANKA

- pri cikličnem toku (ni odvisno od oblike, le od intervalov padanja & naraščanja) se lahko pojavi simetrična ali nesimetrična histereza
- površina histerezne krivulje je enaka izgubi pri magnetenju - histerezne izgube (Fe: 50Hz, 0,5 $\frac{W}{kg}$)





začetno magnetenje po deviški krivulji

mejna pogoja vektorjev magnetnega polja ob stiku medijev

$\vec{H}$: $\vec{n} \times (H(T_+) - H(T_-)) = \vec{K}(T)$

$H_{t_1}(T_+) - H_{t_1}(T_-) = K_{t_2}(T)$

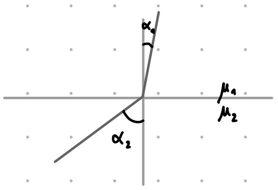
$H_{t_2}(T_+) - H_{t_2}(T_-) = K_{t_1}(T)$

$\vec{B}$: $\vec{n} \cdot (B(T_+) - B(T_-)) = 0$

če je $\vec{K} = 0$:

$H_t(T_+) = H_t(T_-)$

$B_n(T_+) = B_n(T_-)$



$$\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

skalarni magnetni potencial, magnetna napetost

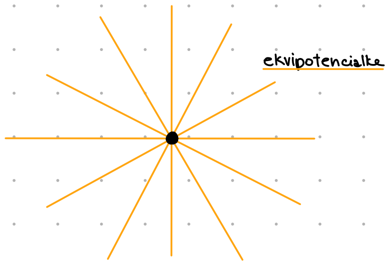
- potencial lahko uvedemo, ko velja: $\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = 0$, torej zanke ne prebadajo $\mathcal{I}$ & je polje nevrtinčno

$$V_m(T) = \int_T^{T_\infty} \vec{H}\cdot d\vec{l} \qquad \vec{H} = -\vec{n}\,\frac{\partial V_m}{\partial n}$$

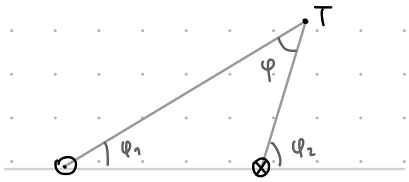
$$U_{m12} = \Theta_{12} = \int_{T_1}^{T_2} \vec{H}\cdot d\vec{l} = V_m(T_1) - V_m(T_2)$$

RAVNI TOKOVODNIK

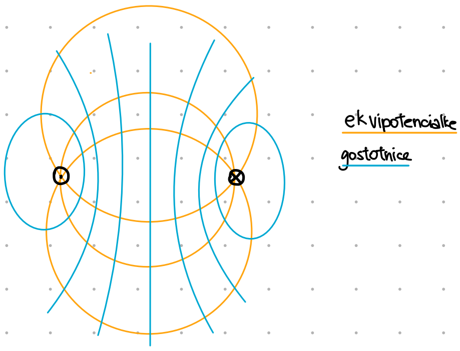
$$V_m(\varphi) = -\frac{I}{2\pi}\varphi + K$$



DVOVOD

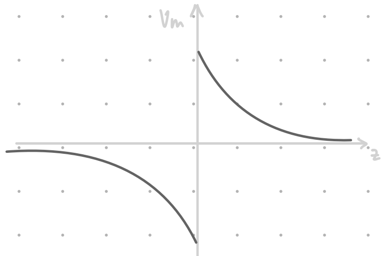


$$V_m(T) = \frac{I}{2\pi}\varphi$$



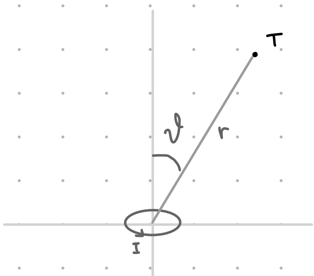
KROŽNA ZANKA

$$V_m = \frac{I\cdot\Omega}{4\pi} = \begin{cases} \frac{I}{2}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{a^2+z^2}}\right) & ;\ z>0 \\ -\frac{I}{2}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{a^2+z^2}}\right) & ;\ z<0 \end{cases}$$



MAGNETNI DIPOL

$$\delta V_m(r,\vartheta) = \frac{\delta m}{4\pi}\,\frac{\cos\vartheta}{r^2}$$



magnetna vezja

MAGNETNI UPOR

- ~ linearnih razmerah

$$\Theta = R_m \Phi \qquad R_m = \frac{l}{\mu S}$$

$$\left.\begin{aligned}\Theta &= H\cdot l \\ \Phi &= B\cdot S\end{aligned}\right] B = \mu H$$

- nelinearne razmere

$$R_m = f(H, l, S, \text{⌐})$$

ZRAČNA REŽA

$$R_{mo} = \frac{\delta}{\mu_0 S}$$

~ brez stresanja

$$R_{mo} = \frac{\delta}{\mu_0 S} \cdot c$$

Carterjev faktor

$\frac{a}{\delta}$	c
3	0,67
6	0,76
10	0,8
20	0,87
30	0,9

$c \doteq 1 - \frac{2\delta}{a}$

VIR MAGNETNE NAPETOSTI

$$\Theta_g = N \cdot I \quad [A]$$

- sponki +/- določimo z desnim pravilom, glede na smer toka v navitju

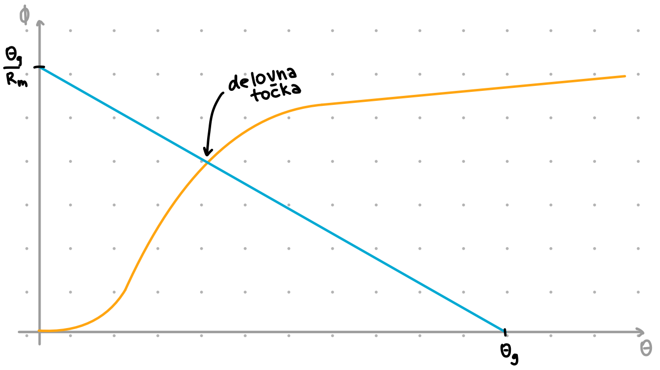
analiza magnetnih vezij

LINEARNA VEZJA

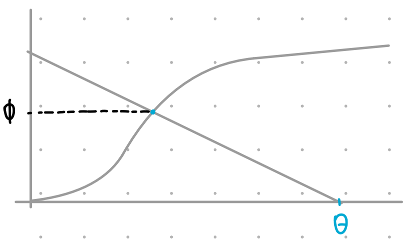
- uporabljamo lahko iste metode kot pri električnih vezjih: spojiščni potenciali, zančni tokovi (fluksi)
- velja: $\Theta = R_m \Phi$

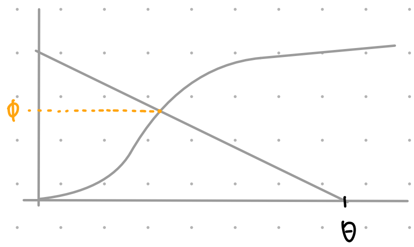
NELINEARNA VEZJA

- nujno moramo imeti podane karakteristike
- s primerjavo karakteristik vira in bremena določimo delovno točko



- potek reševanja:
  - znan Θ, iščemo Φ
  - znan Φ, iščemo Θ





DINAMIČNO ELMG POLJE

Faradayev zakon indukcije

- pri spremembi fluksa skozi zanko se inducira napetost

$$u_{ind} \propto \phi'$$

INDUCIRANO ELEKTRIČNO POLJE

- če telo začnemo premikati skozi magnetno polje, se zaradi F_m naboj začne ločevati in nastane statično električno polje $\vec{E}_{st}$
- gibajoči se opazovalec vidi ločevanje nabojev, ampak ne sile: uvedemo popravek inducirano električno polje $\vec{E}_{ind}$

LENZOVO PRAVILO

- inducirana napetost povzroči tak induciran tok, da bo fluks nasprotoval prvotnemu fluksu

$$u = -\frac{d\phi}{dt} = -\phi'$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{a} \qquad \text{III. MAXWELLOVA ENAČBA}$$

GIBALNA & TRANSFORMATORSKA INDUCIRANA NAPETOST

- če je inducirana napetost nastala zaradi premika, je to gibalna u_{ind}
- če je u_{ind} posledica odvisnosti $\vec{B}$ od časa, je to transformatorska u_{ind}

$$u_{ind} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{a} = \underbrace{-\int \frac{\partial B}{\partial t} \cdot da}_{\text{transformatorska}} + \underbrace{\oint_{\mathcal{L}} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot dl}_{\text{gibalna}}$$

MAGNETNI SKLEP

- enak je množini pretoka, ki gre skozi sklenjeno zanko $\mathcal{L}$

$$\psi = \sum_{k=1}^{n} \phi_k$$

- v primeru navitja na feromagnetno jedro je $\psi = N\phi$
- inducirana napetost navitja je $u_{ind} = -\psi'$

lastna in medsebojna induktivnost

- lahko izračunamo le v linearnih sistemih $B \propto H$

$$\psi = L \cdot i \; ; \quad \psi_k = \sum_{j=1}^{n} L_{kj} i_j \qquad k = 1, 2, \dots, n$$

$$L = \frac{\psi}{i} \quad \left[\frac{Vs}{A} = H\right] \text{ ~ Henry}$$

- ločimo lastno in medsebojno induktivnost
- večja kot je lastna induktivnost, več energije bo shranjene v tuljavi
- medsebojna indukcija se pojavi, ko tok skozi drugo tuljavo povzroči pretok skozi prvo

DVOVOD

$$\langle\phi\rangle = \frac{\mu_0 i l}{\pi}\left(\frac{1}{4} + \ln\frac{d}{a}\right) \qquad L = \frac{\langle\phi\rangle}{i} = \frac{\mu_0 l}{\pi}\left(\frac{1}{4} + \ln\frac{d}{a}\right)$$

TULJAVE NA JEDRIH

- pojavi se medsebojna induktivnost

$$L_{12} = L_{21} = M = \frac{\psi_1^{(2)}}{i_2}$$ ~ pretok skozi 1. tuljavo zaradi druge

- dogovor o pikah: na shemo pike narišemo tako, da če tok v tuljavi prihaja pri pikah, potem se magnetna pretoka podpreta

SKLOPNI FAKTOR

- pove nam, koliko sta zanki / tuljavi magnetno povezani
- $k = 0$: medsebojna induktivnost je enaka 0, tuljavi nista sklopljeni
  $k = 1$: tuljavi sta popolnoma sklopljeni

$$M = k\sqrt{L_1 L_2}$$

energija magnetnega polja

- če je sistem linearen, je magnetenje reverzibilno

LINEARNI SISTEM

$$A_g(t_1, t_2) = W_J(t_1, t_2) + W_m(t_2) - W_m(t_1)$$

$$W_m(t) = \frac{L i^2(t)}{2}$$

- tuljava lahko sprejme ali odda energijo

tuljava	kondenzator
$u = L i'$	$i = C u'$
$W_m = \frac{Li^2}{2}$	$W_e = \frac{Cu^2}{2}$
$p_m = u \cdot i$	$p_e = u \cdot i$

NELINEARNI SISTEM

- ni induktivnosti, še vedno velja $u = \frac{d\psi}{dt}$

$$W_m = \int_{t_1}^{t_2} i\, d\psi$$

- pri histerezni zanki je vložek enak površini zanke: $W_m(t_1, t_1 + T) = \oint i\, d\psi$

$$P_h = f \oint i\, d\psi$$

GOSTOTA ENERGIJSKEGA VLOŽKA

- nelinearno:

$$w_M = \int \vec{H} \cdot d\vec{B}$$

- linearno:

$$w_M = \frac{\mu H^2}{2} = \frac{HB}{2} = \frac{B^2}{2\mu}$$

histerezne in vrtinčne izgube

- histerezne izgube se pojavijo pri magnetenju nelinearnih struktur - za obračanje Weissovih domen
- velikostni red: 50 Hz $\longrightarrow$ $0{,}5 \, \frac{W}{kg}$

- vrtinčne izgube se pojavijo v prevodnih telesih, skozi katere se pojavlja časovno odvisen fluks
- da jih preprečimo, lahko uporabimo feritne (opilki v umetni masi) ali lamelirane materiale

magnetna sila na kotvo elektromagneta

$$f_m = \frac{B_n^2}{2\mu_0} \Rightarrow F_m = \frac{B_n^2}{2\mu_0} S$$

- ker je $\phi(t)$, je $B(t) = \frac{\phi(t)}{S}$

$$\overline{F}_m = \frac{U_m^2}{4\mu_0 \omega^2 N^2 S}$$

ČASOVNO SPREMENLJIVO VZBUJANA IN HARMONIČNO VZBUJANA ELEKTRIČNA VEZJA

časovno spremenljiva in periodična količina

- časovni diagram: graf količine v odvisnosti od časa, pri nas večinoma sinus / kosinus
- trenutna vrednost: vrednost, ki jo odčitamo ob nekem času, enaka vsako periodo: $f(t) = f(t+T)$

periodična količina

- perioda je interval, v katerem se vrednosti ponavljajo: T
- frekvenca nam pove, kolikokrat na sekundo se signal ponovi: $f = \frac{1}{T}$ $[Hz = \frac{1}{s}]$
- srednja vrednost: $\overline{f} = F_{sr} = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)\,dt$ za $\sin^2 x$ in $\cos^2 x$ je $\frac{1}{2}$
- efektivna vrednost: $\overline{f^2} = U_{ef}^2 = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f^2(t)\,dt$ za $\sin x$ in $\cos x$ je $U_{ef} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$

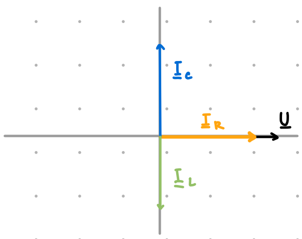
harmonična količina

- harmonične funkcije so sinusi in kosinusi
- amplituda je maksimalna (tudi minimalna) vrednost funkcije
- faza je argument funkcije

$$f(t) = F_m \cos(\omega t + \alpha)$$

odnos med napetostjo in tokom

- upor: sta v fazi
- tuljava: tok zaostaja napetost za 90°
- kondenzator: tok prehiteva za napetostjo za 90°



močnostne in energijske razmere

UPOR

- troši se moč: $P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = I^2 R$
- shranjene ni nobene energije

TULJAVA

- ne troši moči
- magnetna energija: $W = \frac{LI^2}{2}$

KONDENZATOR

- ne troši moči
- električna energija $W = \frac{CU^2}{2}$

kazalec harmonične količine

- za lažje računanje uporabljamo kazalec ali kompleksor - vsebuje amplitudo in fazni zamik

$$\underline{F} = F_0 e^{j\alpha} \qquad F_0 = |\underline{F}| \qquad \alpha = \arg(\underline{F})$$

- pri koherentnih sistemih se koti med kazalci ohranjajo
- predstavljamo si, da kazalec vrtimo s krožno frekvenco ω - projekcija kazalca na x-os je enaka trenutni vrednosti

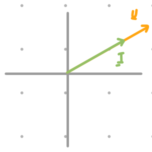
$$F = \mathrm{Re}\left[F_0 e^{j\alpha} \cdot e^{\omega t}\right] = \mathrm{Re}\left[\underline{F} \cdot e^{\omega t}\right]$$

- $F_0 e^{j\alpha}$ predstavlja tudi polarni zapis kompleksnega števila, zato lahko kazalce zapišemo tudi kot kompleksno število

odnos med kazalcema toka in napetosti

UPOR

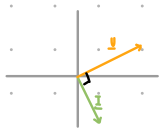
- kazalca sta poravnana $\underline{U} = R\underline{I}$



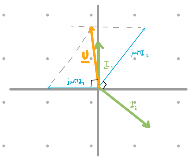
za izpeljavo glej akto - kazalci na elementih

TULJAVA

- tok je zasukan za $-\frac{\pi}{2}$ (zaostaja) $\underline{U} = j\omega L \underline{I}$

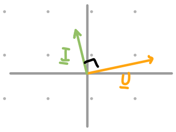


- pri sklopu dveh tuljav upoštevamo še medsebojno induktivnost $\underline{U}_1 = j\omega L \underline{I}_1 + j\omega M \underline{I}_2$



KONDENZATOR

- tok je zasukan za $\frac{\pi}{2}$ (prehiteva) $\underline{I} = j\omega C \underline{U}$



Kirchhoffova zakona v kompleksnem

I. Kirchhoffov zakon: Vsota kompleksorjev toka v spojišču je enaka 0 $\sum_{k=1}^{n} \underline{I}_k = 0$

$$\sum i_k = 0 \Rightarrow \sum \mathrm{Re}\left[\underline{I}_k e^{j\omega t}\right] = \mathrm{Re}\left[\sum \underline{I}_k \overbrace{e^{j\omega t}}^{\neq 0}\right] = 0 \Rightarrow \sum \underline{I}_k = 0$$

II. Kirchhoffov zakon: Vsota kompleksorjev napetosti na sklenjeni zanki je enak 0. $\sum_{k=1}^{n} \underline{U}_k = 0$

$$\sum u_k = 0 \Rightarrow \sum \mathrm{Re}\left[\underline{U}_k e^{j\omega t}\right] = \mathrm{Re}\left[\sum \underline{U}_k e^{j\omega t}\right] = 0 \Rightarrow \sum \underline{U}_k = 0$$

imitanca dvopola

element	$\underline{Z}$ impedanca	$\underline{Y}$ admitanca
upor	R	$G = \frac{1}{R}$
tuljava	$j\omega L$	$\frac{1}{j\omega L}$
kondenzator	$\frac{1}{j\omega C}$	$j\omega C$

$$\underline{Z} = Re(\underline{Z}) + j\,Im(\underline{Z}) = \underbrace{R}_{\text{rezistanca}} + j\underbrace{X}_{\text{reaktanca}}$$

$$\underline{Y} = Re(\underline{Y}) + j\,Im(\underline{Y}) = \underbrace{G}_{\text{konduktanca}} + j\underbrace{B}_{\text{susceptanca}}$$

- za računanje imitanc kompleksnejših dvopolov uporabljamo enaki pravili kot pri električnih vezjih:
  - zaporedna vezava: $\underline{Z}_{nad} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2$
  - vzporedna vezava: $\underline{Y}_{nad} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2$

kompleksna moč

$$p(t) = u(t)\cdot i(t) = U_0 \cdot I_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi_u)\cdot \cos(\omega t + \varphi_i) = \frac{U_0 I_0}{2}\left(\cos(\overbrace{\varphi_u - \varphi_i}^{\varphi}) + \cos(\underbrace{2\omega t + \varphi_u + \varphi_i}_{\text{perioda je } \frac{T}{2}})\right)$$

- vezje energijo prejema, zaradi reaktivnih elementov pa jo tudi vrača (kondenzator & tuljava)
- povprečje moči je enako delovni moči.

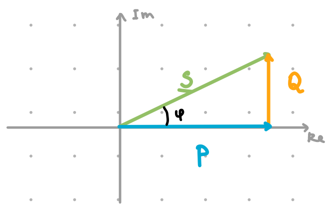
$$\bar{p} = P = \frac{1}{2} U_0 I_0 \underbrace{\cos\varphi}_{\text{faktor delavnosti}} \quad [W]$$

- pri kondenzatorji in tuljavi je delovna moč enaka 0
- jalova ali reaktivna moč:

$$Q = \frac{U_0 I_0}{2}\sin\varphi \quad [VAr] \quad \sim \text{vari}$$

- če je $Q > 0$, ima vezje induktiven značaj $\sin\varphi > 0 \Rightarrow \varphi > 0 \Rightarrow \varphi_u > \varphi_i \Rightarrow$ tok zaostaja $\Rightarrow$ tuljave
  če je $Q < 0$, ima vezje kapacitiven značaj $\sin\varphi < 0 \Rightarrow \varphi < 0 \Rightarrow \varphi_u < \varphi_i \Rightarrow$ tok prehiteva $\Rightarrow$ kondenzatorji
- kompleksna moč:

$$\underline{S} = P + jQ = \frac{1}{2}\underline{U}\,\underline{I}^* = \frac{1}{2}\frac{|\underline{U}|^2}{\underline{Z}^*} = \frac{1}{2}|\underline{I}|^2\underline{Z}$$

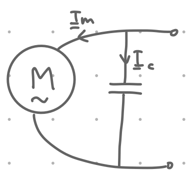


- navidezna moč je enaka dolžini $\underline{S}$

$$S = |\underline{S}| = \frac{U_0 I_0}{2} = U_{ef} I_{ef} \quad [VA]$$

kompenzacija jalove moči

- jalova moč obremenjuje sistem, zato je želimo čim manj
- z dodajanjem idealnega kondenzatorja ne povečujemo energijskih stroškov
- želimo dobiti $\underline{S} = P + j\cdot Q$



$$\underline{S} = \frac{1}{2}\underline{U}\,\underline{I}^* = \frac{1}{2}\underline{U}(\underline{I}_m + j\omega C\underline{U})^* = \frac{1}{2}\underline{U}\,\underline{I}_m^* - \frac{1}{2}j\omega C|\underline{U}|^2 = P_m + j\underbrace{\left(Q_m - \frac{1}{2}\omega C|\underline{U}|^2\right)}_{\stackrel{!}{=}0}$$

$$C = \frac{Q_m}{\omega U_{ef}^2}$$

resonanca

- do resonance pride, ko sta frekvenci vsiljenega in lastnega nihanja enaki
- imaginarni del impedance mora biti enak 0

ZAPOREDNI NIHAJNI KROG

- impedanca je enaka $\underline{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$
- ker mora biti imaginarni del enak 0, velja: $j\omega L = -\frac{1}{j\omega C}$

$j^2\omega^2 LC = -1$

$-1\omega^2 LC = -1$

$\omega^2 = \frac{1}{LC}$

- iz tega sledi $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

VZPOREDNI NIHAJNI KROG

- admitanca je enaka $\underline{Y} = G + j\omega C + \frac{1}{j\omega L}$
- imaginarni del je spet enak 0
- sledi: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

metode analize harmonično vzbujanih vezij

- lahko uporabimo diferencialne enačbe
- rešujemo s kazalci kot časovno neodvisna vezja in na koncu pretvorimo v časovni prostor

METODE ZA ANALIZO:

- superpozicija:
  - prispevki vsakega vira posebej
  - ostale „izklopimo": tokovni vir so odprte sponke, napetostni je kratek stik
- zančni tokovi:
  - narišemo zančne tokove
  - zapišemo 2. KZ za vse zanke
  - rešujemo sistem več enačb
- spojiščni potenciali
  - ozemljimo eno spojišče
  - zapišemo 1. KZ za preostala spojišča
  - rešujemo sistem

Theveninov & Nortonov teorem

- Thevenin: nadomestno vezje z napetostnim virom in zaporedno vezanim uporom
- Norton: nadomestno vezje s tokovnim virom in vzporedno vezanim uporom
- nadomestno breme dobimo tako, da izračunamo impedanco vezja z izklopljenimi viri

$\underline{Z}_{th} = \underline{Z}_n$

teorem maksimalne moči

- kompleksno breme: $\underline{Z}_b = \underline{Z}_{th}^*$ za največjo delovno moč P

$$P = \frac{|U_{th}|^2}{8R_{th}}$$

- realno breme: $R_b = |\underline{Z}_{th}|$

$$P = \frac{|U_{th}|^2}{4(R_{th}+R_b)}$$

transformator brez izgub

$$\underline{U}_1 = \frac{L_1}{M}\underline{U}_2 \qquad \underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{j\omega M} - \frac{L_2}{M}\underline{I}_2$$

- prestavno razmerje: $n = \frac{N_1}{N_2} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2}$
- magnetilni tok je tok skozi prvo tuljavo, ko je 2. tuljava odklopljena (ni bremena)

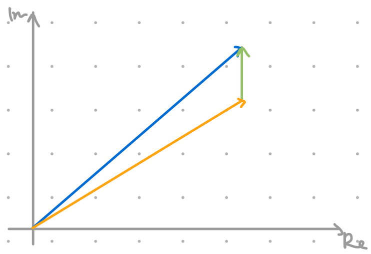
$$\underline{I}_{1m} = \frac{\underline{U}_1}{j\omega L_1}$$

- reakcijski tok je enak razliki celotnega in magnetilnega toka (ko je priključeno breme)

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{1m} + \underline{I}_{1r} \qquad \underline{I}_{1r} = -\frac{1}{n}\underline{I}_2$$

- fluks in razmere v jedru niso odvisne od obremenitve transformatorja
- vhodna moč transformatorja je enaka vsoti moči bremena in jalove moči magnetilnega toka

$$\underline{S}_{vh} = \underline{S}_b + jQ_m$$



idealni transformator

- kot brezizgubni, poleg tega predpostavimo še, da gre relativna permeabilnost proti neskončno, torej gre magnetna upornost proti 0 in induktivnosti proti neskončno

$$\mu_r \rightarrow \infty \qquad R_m \rightarrow 0 \qquad L_1, L_2, M \rightarrow \infty$$

- magnetilni tok je enak 0, torej je tok enak reaktivnemu

$$\underline{I}_1 = -\frac{1}{n}\underline{I}_2$$

- impedanca na vhodu je sorazmerna z impedanco bremena

$$\underline{Z}_{vh} = n^2 \underline{Z}_b$$

- ker je magnetilni tok enak 0, ni jalove moči

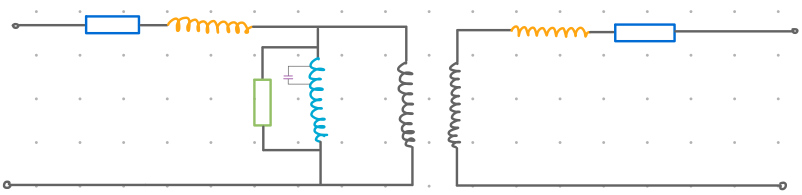
$$\underline{S}_{vh} = \underline{S}_b$$

realni transformator

VRSTE IZGUB

- vrtinčne in histerezne izgube – upor
- upornost žic – upor

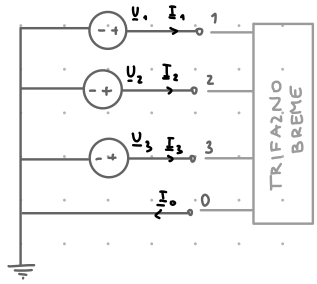
(- magnetilni tok - tuljava) ~ v resnici niso izgube, še pri brezizgubnem transformatorju
- stresana induktivnost - tuljava
- kapacitivnost med navoji - kondenzator



KAZALČNI DIAGRAM ?

trifazni sistem

- modelno vezje:



$$u_1 = U_m \cos(\omega t + \alpha)$$
$$u_2 = U_m \cos\left(\omega t + \alpha \pm \frac{2\pi}{3}\right)$$
$$u_3 = U_m \cos\left(\omega t + \alpha \mp \frac{4\pi}{3}\right)$$

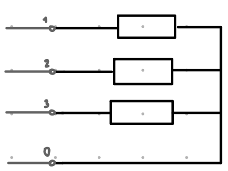
- sistem je simetričen, če so amplitude vseh faz enake in je fazni zamik enak $\frac{2\pi}{3} = 120°$

- fazna napetost je efektivna napetost posamezne faze $\quad U_f = \frac{|U_m|}{\sqrt{2}}$
- medfazna napetost je enaka fazni napetosti, pomnoženi s $\sqrt{3}$ $\quad U_{mf} = \sqrt{3}\, U_f$

prednosti trifaznega sistema

- s tremi fazami nedvoumno določimo smer vrtenja in ustvarimo vrtilno magnetno polje - pogoj za delovanje generatorjev in motorjev
- pri eni fazi je moč pulzirajoča, pri treh fazah je enakomerna
- trifazni generatorji in motorji so manjši (manj prostora, manj materiala), trifazni generator ima tri stebre in trikrat večjo moč kot enofazni z dvema stebroma

analiza vzbujanega trifaznega bremena v zvezdni vezavi z nevtralnim vodnikom



$\underline{I}_k = \underline{Y}_k \cdot \underline{U}_k \quad ; \; k = 1,2,3$

$\underline{I}_0 = \sum \underline{I}_k$

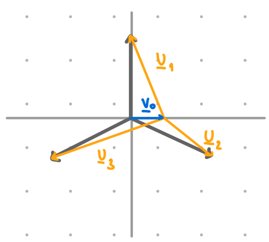
če je breme simetrično: $\underline{Y}_k = \underline{Y} \qquad \underline{I}_0 = 0$

potencial zvezdišča

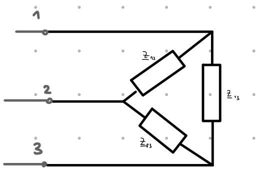
- v primeru, da imamo simetrično breme, lahko nevtralni vodnik odstranimo in bo še vedno veljalo:

$\sum_{k=1} \underline{I}_k = 0 \qquad V_0 = 0$

- če breme ni simetrično, postane $\underline{V}_0$ kazalec: $\quad \underline{V}_0 = \frac{\sum \underline{Y}_k \underline{U}_k}{\sum \underline{Y}_k}$
- amplitude napetosti so zato večje / manjše



analiza vzbujanega trifaznega bremena v trikotni vezavi



$\underline{I}_{jk} = \underline{Z}_{jk} \underline{U}_{jk} = \underline{Z}_{jk} \cdot \underline{U}_{mf}$

$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{13}$

prehodni pojav

- v vezjih so generatorji, upori, kondenzatorji, tuljave in stikala - RLC vezje

$u = L i'$ ⇒ tok mora biti zvezen

$W = \frac{Li^2}{2}$ ⇒ ker je energija zvezna, je tudi tok

$i = C u'$ ⇒ napetost je zvezna

$W = \frac{Cu^2}{2}$ ⇒ energija je zvezna

- pogoj za zveznost: $i_L(0^-) = i_L(0^+)$
  $u_C(0^-) = u_C(0^+)$

- vedno veljajo: I. in II. Kirchhoffov zakon in Tellegenov stavek

- upor: $u(t) = R \cdot i(t)$
  $i(t) = G \cdot u(t)$
- tuljava: $u(t) = L \cdot \frac{di}{dt}$
  $i(t) = \frac{1}{L} \int u\, dt + i_0$
- kondenzator: $u(t) = \frac{1}{C} \int i \cdot dt + u_0$
  $i(t) = C \frac{du}{dt}$

če stikalo sklenemo: $i(t \to \infty) = \frac{U_g}{R}$ $\quad u(t \to \infty) = U_g$

če stikalo razklenemo: $i(t \to \infty) = 0$ $\quad u(t \to \infty) = 0$

polnjenje in praznjenje kondenzatorja ali tuljave

KONDENZATOR

- praznjenje:
  - uporabimo II. Kirchhoffov zakon: $\frac{Q}{C} + R\frac{dQ}{dt} = 0$ ⇒ $Q = K \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$
  - začetni pogoj: $Q(t=0) = Q_0$
  - delimo s kapacitivnostjo: $U(t) = U_0 e^{-\frac{t}{RC}}$
- polnjenje:
  - II. Kirchhoffov zakon: $\frac{Q}{C} + R\frac{dQ}{dt} = U_g$ ⇒ $Q(t) = U_g C - U_g C e^{-\frac{t}{RC}}$
  - delimo s kapacitivnostjo: $U(t) = U_g - U_g e^{-\frac{t}{RC}}$

TULJAVA

- praznjenje:
  - I. Kirchhoffov zakon: $L\frac{di}{dt} + Ri = 0$ ⇒ $i = K \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$
  - začetni pogoj: $i(t=0) = I_0$
  - $i(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$
- polnjenje
  - I. Kirchhoffov zakon: $L\frac{di}{dt} + Ri = U_g$ ⇒ $i(t) = \frac{U_g}{R} + K \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$
  - $i(0) = 0$
  - končna rešitev: $i(t) = \frac{U_g}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$