1. ENOSMERNA VEZJA

1. Prvi Kirchoffov zakon pove, da je vsota vseh tokov spojišče enaka 0. $\sum_{i=1}^{n} I_i = 0$ Drugi Kirchoffov zakon pove, da je vsota napetosti v zanki enaka 0. To dobimo iz integrala $\oint_L \ E * dl = 0$.To lahko zapišemo tudi kot $\sum_{i=1}^{M} U_i$.
2. Upore lahko vežemo zaporedno:$\sum_{i=1}^{n} R_n$, ali vzporedno $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_n}$.
3. Ločimo tokovne in napetostne vire, tokovni proizvajajo konstant tok, neodvisen od priključitve bremena, napetostni pa konstantno napetost, neodvisno o dobremenitev. Delimo jih na idealne in realne. Realni tokovni vir ima vzporedno vezan notranji upor, realni napetostni vir pa zaporedno vezan notranji upor. Napetost odprtih sponk je U_g, v tem primeru je tok nič, pri kratkem stiku pa je tok neskončen, napetost pa enaka 0. **Delavno točko** dobimo z enačbo U_g-IR_g-IR_b=0. Določena je z velikostjo upornosti bremena. Tok v vezju bo $I = \frac{U_g}{R_n+R_b}$, napetost na bremenu pa $U = \frac{U_g}{R_n+R_b} * R_b$. Na grafu (I/U) pomeni velik naklon majhno upornost, majhen naklon pa veliko upornost. Če narišemo v graf še karakteristiko realnega vira, dobimo v presečišču delavno točko. Delavna točka pri nelinearnih bremenih npr dioda. Ta ima pri + napetostih majhno upornost, pri – pa zelo veliko.
4. Moč je produkt napetosti in toka: P=UI. Moč je tudi merilo za intenzivnost dela. $A(t) = \int_{-\infty}^{t} Pdt$ in $P = \frac{dA}{dt}$. **Moč na bremenu:** $P_b = R_b \left(\frac{U_g}{R_b+R_g}\right)^2$ Ko bo bremenski upor enak 0, bo moč enaka 0. Pri <u>majhnih vrednostih bremena</u> moč na uporu linearno raste. Ko je bremenski upor <u>zelo velik</u> se moč na bremenu zmanjšuje obratno sorazmerno velikosti upora in se bo z večanjem zmanjševala proti nič. Vmes ima funkcija moči en maksimum, ki ga določimo z odvajanjem moči po upornosti bremena: $\frac{dP}{dR_b} = 0$. **Maksimalna moč** na bremenu je takrat, ko je upornost bremena enaka notranji upornosti vira: $P_{b,max} = \frac{U_g^2}{4R_g}$. Del energije se prenese na breme, del pa smatramo kot izgubljeno energijo. **Izkoristek** je kvocient izhodne in vhodne energije: $\eta = \frac{W_{izhodna}}{W_{vhodna}}$. Ker je energija pri enosmernih vezjih sorazmerna moči, lahko izkoristek računamo tudi kot kvocient moči na bremenu in moči vira: $\eta = \frac{P_b}{P_g}$. Pri majhnih bremenskih upornostih gre izkoristek proti 0, pri velikih pa proti 1 (100%). Pri maksimalni moči j eizkoristek ravno 50%. Če imamo 2 zaporedno vezana sisema, lahko izkoristek izračunamo kot produkt posameznih izkoristkov.
5. *Uporovni elementi z izrazitimi temperaturnimi lastnostmi so termistorji. Uporabljamo jih za senzorje temperature.
   Voltmeter je inštrument za merjenje napetosti. Oznaka je V. Idealni voltmeter

ima neskončno notranjo upornost in ob priklopu v vezje razmer ne spremeni. Merilno območje razšerimo z dodatnim preduporom, ki ga vežemo zaporedno. **Ampermeter** je inštrument za merjenje toka. Simbol je A. Idealni ampermeter bi imel tako majhno upornost, da ne bi povzročila dodatnega padca napetosti na ampermetru, v resnici pa ima neko zelo majhno upornost. Merilno območje mu povečamo tako, da dodaten upor vežemo vzporedno z ampermetrom. Tak upor imenujemo soupor ali šant.

6. Graf vezja narišemo kot veze, v katerem ostanejo le veje vezja. Drevo vezja sestavimo iz vej vezja, s katerimi moramo doseči vsa spojišča vezja, pri tem pa ne smemo zaključiti nobene zanke. Veje, ki jih nismo uporabili za tvorjenje drevesa so dopolninle veje.
7. V vezju najprej označimo tokove, napetosti pa določijo tokovi. Nato napišemo enačbe za vsa spojišča in vse zanke. Število potrebnih enačb po 1 KZ je N-1, N=št spojišč, po 2 KZ pa toliko kot je dopolnilnih vej. Nato koeficiente napišeno v matriko in izračunamo.
8. Toke izrazimo s potenciali spojišč, razen, če je tok v veji znan. Eno spoišče si izberemo in ga ozemljimo. Če se v veji nahaja upor izrazimo tok (I=U/R), napetos pa z razliko potencialov spojišč. Če se nahaja napetostni generator moramo to vrednost prišteti ali odšteti, če pa je zravn še upor, pa še to upoštevamo (I=U/R). Potrebnih enačb je N-1.
9. Temelji na drukem KZ, vsota padcev napetosti v zanki je nič. Zančne tokove tvorimo iz vejskih tako, da je ta v veji, ki ni skupna drugi zanki, kar enak vejskemu toku, sicer pa enak vsoti/razliki vejskih tokov. Potrebno število enačb je številu dopolnilnih vej.
10. Vezje sestavljeno iz linearnih elementov z več viri lahko analiziramo s posamičnim vklopom posameznih virov v vezje. Toke, ki jih izračunamo na koncu seštejemo (superpozicija). <u>Izklopljen napetostni vir nadomestimo s kratkim stikom, tokovni vir pa odklopimo-odprte sponke.</u>
11. <u>Poljubni del linearnega vezja med poljubnima sponkama je mogoče nadomestiti z realnim napetostnim virom, torej z idealnim napetostnim virom in notranjo upornostjo.</u> Theverinovo napetost določimo kot napetost odprtih sponk na mestu vezja, ki ga želimo nadomestiti. Theverinovo upornost določimo kot notranjo upornost vezja, pri čemer napetostne vire v vezju kratko sklenemo (kratek stik), tokovne pa razklenemo (odprte sponke). Drugi način določitve upornosti je s pomočjo toka kratkega stika med sponkama nadomestitve. Ta način pride v upoštev, ko ne moremo sešteti vzporedne in zaporedne vezave uporov. Tretja možnost je, da med sponki priključimo izbrano napetost in izračunamo tok v vezje. Iz kvocienta med napetostjo in tokom sledi upornost.
12. Nortonovo vezje je sestavljeno it idealnega tokovnega vira in vzporedne vezave notranje upornosti. $I_n=I_k$, $I_n=U_{th}/R_{th}$, $R_N=R_{th}$. S pomočjo

Nortonovega/Theverinovega teorema lahko izračunamo le maksimalno moč na bremenu, ki je priključen na Nortonov/Theverinov nadomestni vir in ne v vezju.

13. $i_1u_1 + i_2u_2 + i_3u_3 + \cdots + i_Nu_N = \sum_{j=1}^{N} i_ju_j = 0$. **Vsota vseh moči na vseh elementih vezja je enaka nič.** To pomeni, da mora biti v vezju moč bremen enaka moči virov, pri tem vir deluje v generatorskem (pozitivna moč) ali bremenskem (negativna moč) načinu. To zapišemo kot: $\boldsymbol{\sum_i P_g(i) = \sum_j P_b(j)}$. Velja tudi, če imamo 2 različni vezji z enakim grafom ampak različnimi elementi, velja, da je vsota vseh moči v vezju enaka 0, pa tudi vsota mešanih produktov i'u enaka 0.

2. ELEKTROSTATIČNO POLJE

1. Naboj ne more iz nič nastati, niti se ga ne da izničiti. Zakon pravi, da je v **izoliranem sistemu** vsota vseh nabojev konstantna. $\sum_i Q(i) = konstanta$.
2. Nosilci električnega toka so naboji, rečemo jim tudi elektrine. Tok je sprememba naboja (pretečen naboj) v spremembi časa (čas pretakanja). $i(t) = -\frac{dQ}{dt}$. To je kontinuitetna enačba, saj v smislu zakona o ohranitvi naboja pove, da kolikor iz električno zaključenega sistema izhajajo naboji, je to posledica električnega toka. Enačba je posledica zakona o ohranitvi električnega naboja. Več kot bo pretečenega naboja v krajšem času, večji bo tok. $i = \frac{Q(t+\Delta t)-Q(t)}{(t+\Delta t)-t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$. Če se množina naboja s časom spreminja moramo vzeti čim krajše časovne intervale $\Delta t \to 0$, tako sledi bolj splošna definicija toka $\lim_{t\Delta \to 0} \frac{dQ}{dt}$.
3. Če poznamo tok, zanima nas pa koliko naboja s epreteka moramo na obeh straneh kontinuitetne enačbe množiti z dt in dobimo $idt = \pm dQ$. Sedaj integriramo obe strani in dobimo $Q(t) = \pm \int idt + konst$. **Naboj je integral toka po času.** Konstanta je odvisna od naboja, ki je bil na telesu pred vklopom toka. Integral lahko zapišemo tudi kot doočen integral od t -> t_0. $Q(t) = Q(t_0) \pm \int_{t0}^{t} idt$.
4. $F_{Q2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1Q_2}{r_{12}^2}e_{12}$. e je enotski vektor. $e_{12} = \frac{r_{12}}{|r_{12}|}$ (V enačbi manjkajo vektorski znaki). Enačba velja za točkaste elektrine, ampak točkastih elektrin v naravi ni. Smer je določena z enetskim vektorjem. Velikost sile izračunamo brez enotskega vektorja, saj je to absolutna vrednost. Poznamo 2 sili. Odbojno in privlačno. Naboja se med seboj odbijata, če sta istega predznaka, v primeru nasprotnih predznakov pa se naboja privlačita. Če imamo več nabojev seštejemo posamezne prispevke nabojev. Matematično temu rečemo superpozicija. Dielektrična konstanta vakuma imamo, ker je za izračun pomemben vpliv medija. Ta vpliv opišemo z relativno dielektrično konstanto. Za vakum je 1, za zrak pa 1,00059.
5. Električna poljska jakost je definirana kot sila na enoto pozitivnega naboja. $E = \frac{F}{Q_t}$. (Manjka vektor na E in F)Poljsko jakost v prostoru dobimo tako, da v točko postavimo testni naboj in določimo silo nanj. Nato silo delimo s testnim nabojem in dobimo električno poljsko jakost. Ker je el. poljska jakost vektorska veličina moramo upoštevati

še smer. $E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} e_r$. (Vektorski znak na E in e). Za točen izračun jakosti, mora bit testni naboj čim manjši zato sledi $E = \lim_{Q_t \to 0} \frac{F}{Q_t}$. Enota je V/m (volt na meter). Razlika med silo in poljsko jakostjo je v tem, da je poljska jakost definirana v vsaki točki v prostoru. Če je v okolici več nabojev, električno poljsko jakost na naboj določimo s superpozicijo posameznih prispevkov nabojev.

6. Porazdelitev nabojev je lahko volumska, površinska in linijska. **Volumska porazdelitev**:$\rho = \frac{dQ}{dV}$. Za celoten naboj velja $Q = \int_V \rho dV$. **Površinska porazdelitev:** $\sigma = \frac{dQ}{dA}$. **Linijska porazdelitev:** $q = \frac{dQ}{dl}$. Integrali so enaki povsod.
7. Ker Naboji na telesu niso enakomerno porazdeljeni in jih je ma miljone, električno poljsko jakost izračunamo tako, da vzamemo majhne dele površine, na katerih je majhn delež naboja (dQ), nato izračunamo poljsko jakost, ter vse prispevke s superpozicijo seštejemo. $\Delta E = \frac{\Delta Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} e_r$. $E = \sum_i E_i$. Analitično rešitevdobimo z limitiranjem diferenčnih vrednosti in dobimo izraz za diferencial polja, ki ga povzroča diferencial naboja: $dE = \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2} e_r$. Seštevek vrednosti s superpozicijo v zveznem prostoru predstavlja integracijo: $E = \int_{po\ vseh\ Q} \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2} e_r$.

   Kako izračunamo: Najprej si izberemo ustrezn koordinatni sistem. Nato izberemo ustrezen diferencial naboja (npr ali je porazdeljen po volumnu, površini,....), nato določimo vektor od mesta diferenciala naboja pa do točke v kateri želimo izračunati polje. Zapišemo diferencial polja $dE = \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2} e_r$. Diferencial polja integriramo, določimo meje integracije (tako da zajamemo celotn naboj). Rešimo integral in vstavimo meje.
8. Glej učbenik od 42-52.

   Naelektrena palica: Vzamemo valjni koordinatni sistem. Sredina palice je v središči k.s. Imamo linijsko porazdelitev naboja. Izračunamo vektor R (od dQ do točke). Vzamemo dQ na zrcalni strani, zato da sestevek vektorjev kaze v smeri radija (lazje racunanje). Izracimo cos kota in izračunamo E_r po klasični enačbi. Izraz integriramo od l/2 do –l/2

   Naelektrena tanka palica-PREMI NABOJ: Vse je isto kot prej samo do za meje integracije vzamemo ∞, -∞ oz limitiramo razdaljo in za razdaljo dobimo (2*(l/2)/(l/2)).

   Polje naelektrene daljice: Tu lahko imamo 2 različna kota, zato uporabimo izraz za cosinuse za radialno komponento in sinuse za z komponento. Ti dve komponenti seštejemo in dobimo enačbo za električno poljsko jakost enakomerna naelektrene daljice. Cosinuse sestejemo, sinuse pa odstejemo (sin(α1)-sin(α2)).

   Polje v osi naelektrenega obroča: Vzamemo cilindrični koordinatni sistem. Izrazimo dQ: dQ=qadφ, a je polmer obroča. Izrazimo razdaljo od obroča do točke v osi. Ugotovimo da se ohranjajo le komponente polja v smero osi z. Izrazimo cosinus kota: z/r. Integriramo od 0 do 2π, ampak nobena spremenljivka ni odvisna od kota in iz tega sledi rezultat.

   Polje v osi aelektrenega diska: Zelo podobno kot v osi naelektrenega obroča, le da tu vzamemo površinski naboj (disk je polna ploskev), torej dA=r*dr*dφ -> dQ=б*r*dr*dφ

Polje v osi naelektrene ravnine: To je poseben primer naelektrenega diska, ko gre radij v neskončnost. Dobimo $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} e_z$.

9. Za razumevanje gaussovega zakona moramo najprej spoznati **pretok polja**. Če je polje enako veliko in ima enako smer je homogeno polje, drugače pa nehomogeno. Če je polje usmerjeno pravokotno na ravnino potem pretok lahko zračunamo kar E*A, drugače moramo pa upoštevati še cosinus kota med normalo in poljem. Za računanje nehomogenega polja pa integriramo enačbo po dA. **Pretok po zaključeni površini:** Vzemimo primer ko je naboj Q postavljen v središče krogelnega koordinatnega sistema in izračunajmo pretok skozi zamišljeno površino krogle polmera r. $\oint E * dA = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} e_r * e_r \sin(\vartheta)\, d\vartheta d\varphi = \frac{Q}{\varepsilon_0}$. Z razmislekom ugotovimo da bo rezultat enak za bilokakšno postavitev naboja v krogli, saj se število pretočnih cevk, ki sekajo površino krole ne spremeni. V primeru da imamo več nabojev jih seštejemo s pomočjo superpozicije. Gaussov stavek:**Pretok električne poljske jakosti skozi sklenjeno površino je enak zaobjetemu naboju deljeno z $\boldsymbol{\varepsilon_0}$.** $\boldsymbol{\oint_A E * dA = \frac{Q_{znotraj\ A}}{\varepsilon_0}}$**.** Gaussov zakon ugotavlja, da električno polje **izvira** iz pozitivnih nabojev in ponira na negativnih. Omogoča izračun naboja v določenem prostoru ob poznavanju polja na mejah tega prostora. Omogoča izračun polja v primeru <u>simetrične</u> porazdelitve naboja. Gaussov zakon je znan kot ena izmed štirih Maxwellovih enačb, ki opisujejo elektromagnetne pojave.
   Primeri: Vedno izrazimo površino elementa, ki ga obravnavamo in Q, ki je lahko podan volumsko (krogla), površinsko(ravnina), linijsko(koaks.kabel). **Krogla:** dA=4πr^2, $Q = \frac{4\pi r^3}{3}$.
   Kabel: dA=2πrl, Q= q*l. **Ravnina**: Vzamemo kocko. dA=A, Q=σ*A.
10. A=F*l*cos(α). Ker pa sila ponavadi ni konstantna uzamemo le majhn delež poti in te prispevke nato seštejemo, torej enačbo integriramo. Skalarni produkt ima pomen, ker sila velikokrat deluje pod kotom na smer poti in moramo upoštevati ta kot. Električno silo izračunamo kot Q*E, iz tega sledi enačba: $A = Q \int_{T1}^{T2} E * dl$. Če je delo negativno premik oravi neka zunanja sila, če pa je delo pozitivno pa premik opravi električno sila. Velja: A_z+A_e=0. **Delo električnih sil ni odvisno od poti:** ker je polje radialno, jerezultat integracije polje neodvisen od poti, zato lahko vzamemo 2 poljubni poti in zapišemo: $\int_{L1} E * dl = \int_{L2} E * dl$. Prišli smo do rezultata, da je **delo po zaključeni poti enako 0.** $\boldsymbol{\oint_L E * dl = 0}$**.** Delo za prenos naboja Q od točke T do neskončnosti je enako **električni potencialni energiji**. Če imamo več nabojev moramo upoštevati, da od prvega naboja naprej ti naboji delujejo s silami en na drugega zato moramo upoštevati poljso jakost naboja in za 3 naboje pridemo do enačbe: $\frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}^2} + \frac{Q_2 Q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_{23}^2} + \frac{Q_1 Q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_{13}^2}$. Delo premik naboja od T1 do T2 je enako razliki potencialnih energij pred in po premiku.
11. Normirano potencialno energijo imenujemo električni potencial. $\boldsymbol{V(T) = \int_T E * dl}$**.** Številčno je električni potencial enak delu polja električnih sil za premik enote naboja od

točke T do neskončnosti. W(T)=Q*V(T). **Potencial v okolici točkastega naboja:** Izberemo testni naboj Q_t in določimo delo pri prenosu od točke T do neskončnosti. $V(T) = \frac{W(T)}{Q_t} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$. **Sistem točkastih nabojev:** Naboje seštejemo s superpozicijo. $V(T) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{Q_i}{r_i}$. **Porazdeljeni naboji:** Enačbo limitiramo vsoto delnih prispevkov (integriramo) in dobimo $V = \int_{po\ Q}\frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 r}$. **Skalarno polje:** Potencial lahko določimo v vsaki točki prostora neodvisno od porazdelitve nabojev, enako, kot je veljalo za električno poljsko jakost. Je pa za razliko od poljske jakosti, ki je vektorsko polje, potencial skalarno polje. **Ekvipotencialne ploskve:** Če povežemo točke z enako velikostjo potenciala dobimo poloskev, ki jo imenujemo ekvipotencialna ploskev. Rišemo jih ponavadi tako da je razlika med ploskvami konstantna.

12. Električna napetost je številsko enaka delu polja električnih sil za prenos **enote naboja** iz točke T_1 do točke T_2. $U_{12} = \int_{T1}^{T2} E * dl$. Napetost lahko določimo kot **razliko potencialov. Drugi Kirchoffov zakon:** (72) Vsota vseh napetosti po zaključeni zanki je enaka nič. $\sum_{i=1}^{N} U_i = 0$.
13. Glej učbenik 73-79.
14. Električno polje znotraj prevodnika je enako 0. Zunanje polje deluje na na elektrone v prevodniku in vspostavi novo stanje, v katerem je polje v prevodniku enako 0. Tam kjer so bili prej elektroni pa ostane presežek protonov, torej pozitivni naboj. Ker je polje v prevodniku 0, bo tudi napetost med dvema točkama v prevodniku enaka 0. Vse točke v prevodniku in na površini imajo enak potencial. **Elektrostatična indukcija** je prerazporeditev naboja. Presežkov pozitivnega naboja je ravno enako kot prerazporejenih elektronov. **Faradayeva kletka:** Po gaussovem zakonu bi morali z integracijo polja okoli ekvipotencialne ploskve dobiti množino zaobjeteganaboja. Ker pa tega ni, je tudi polje znotraj votline enako 0. Tudi če je naboj v votlini prevodnika, je polje znotraj enako 0. Ugotovimo, da mora biti na zunanji površini prevodnika enaka množina naboja kot je v prevodniku, saj je prevodnik nevtralen. Ni pa nujno, da je na zunanji površini le naboj nasprotnega predznaka, saj deluje še zunanje polje. Faradayeva kletka ščiti pred elektrostatičnim poljem in tudi elektromagnetnim, ampak samo, če je valovna dolžina elektromagnetnega polja večja od širine odprtin. **Naboj v votlini prevodnika:** Na notranji površini se bo induciral naboj nasprotnega predznaka kot naboj v votlini, ki je enakega preznaka in velikosti kot naboj v votlini. Ta bo povzročil polje v okolici. Če želimo del prostora električno izolirati ga prevlečemo s prevodnikom, ki ga ozemljimo. **Električno polje na površini prevodnika:** Na površini prevodnika ne obstaja tangencialna komponenta polja, saj bi ta premaknila šibko vezane elektrone v novo ravnovesno lego. Električno polje na površini prevodnika je $E = e_n\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$.
15. Iz potenciala lahko izračunamo tudi polje le, da moramo enačbo odvajati po normalni komponenti. $E = -e_n\frac{\partial V}{\partial n}$. Če želimo ugotoviti velikost polja v smeri koordinat moramo uporabiti parcialno odvajanje po posameznih koordinatah.

16. Velja enačba: m*a=Q*E. Enačbo integriramo po poti in dobimo poenostavljenon enačbo: $\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = Q(V(T_1) - V(T_2))$. Energija se med gibanjem ohranja. Pretvori se iz kinetične v potencialno ali obratno, zato $W_{kin}(T_1) + W_{pot}(T_1) = W_{kin}(T_2) + W_{pot}(T_2)$. Na naboj, ki se giblje v smeri polja deluje pospešek, s tem se mu povečuje/zmanjšuje kinetična energija in s tem se mu tudi zmanjšuje/povečuje potencialna.
17. Električni dipol definiramo kot dva nasprotno-predznačena točkasta naboja razmaknjena za razdaljo d, ki je vektor, ki kaže od negativnega k pozitivnemu naboju. **Električni dipolni moment** imenujemo produkt naboja Q in vektorja d. p=Qd. V **homogenem polju** je skupna sila na dipol enaka nič. Deluje pa sila na oba naboja dipola v nasprotni smeri, tako, da bo delovala z navorom na dipol v taki smeri, da bi dipol usmerila v smer polja. V **nehomogenem polju** na dipol deluje tudi premikalna sila, ki deluje v smeri večjega polja. **Navor** je enak vektorskemu produktu električnega dipolskega momenta in jakosti polja. Rezultat je vektor, ki opisuje smer vrtenja.
M=p x E. Absolutna vrednost navorja je $|M| = |p||E|\sin(\alpha)$. **Potencial v okolici dipola** je vsota potenciala od negativnega in pozitivnega naboja. Če je razdalja med nabojema dosti manjša od razdalje do točke dobimo enačbo $V(T) = \frac{p*r}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$. Potencial se v okolici dipola manjša s **kvadratom razdalje.** Polje v okolici dipola izračunamo z **gradientom** in velja: $E = -(\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z})$. Polje v oddaljenosti od dipola **upada s tretjo potenco.**
18. Okovinjenje ekvipotencialk nam omogoča analizo električnega polja v okolici prevodnih objektov. Zgoščenost ekvipotencialnih ploskev nam nakazuje večjo električno poljsko jakost na tem mestu. Če ekvipotencialko okovinimo in ta ohrani potencial, se polje ne spremeni, saj je kovina prevodnik. **Potencial dveh premih nabojev:** Potencial premega naboja že poznamo in je: $V = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\ln(r)$. Ker je potencial 0 enak v neskončnosti to nima smisla, saj za logaritem pride rezultat ∞. Zato vzamemo 2 enako velika ampak različno predznačena naboja in dobimo enačbo $V = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\ln(\frac{r_2}{r_1})$. **Ekscentričnost:** Iščemo točke kjer je $\frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\ln(\frac{r_2}{r_1}) = V_{ep}$. Iz tega izrazimo r_2/r_1. Nato upoštevamo, da je $r_2^2 = (x-s)^2 + y^2$ in $r_1^2 = (x+s)^2 + y^2$. S tem izrazimo k in nato s primerjavo enačb (glej predavanja od prof. Sinigoja) dobimo $p = -\frac{k^2+1}{k^2-1}$ in $r = \frac{2k}{|k^2-1|}$, ter $s^2 = p^2 - r^2$. Če uporabljamo ekscentričnost za **računanje valjev** imamo enačbe $s = \sqrt{(d/2)^2 - r^2}$ ali $e = \frac{d - \sqrt{d^2 - 4r^2}}{2}$. Nato pri računanju napetosti prištejemo ali odštejemo ekscentričnost. Odvisno za katero razdaljo gre. R_1 odštejemo, R_2 prištejemo.
19. Naboj zrcalimo preko ravnine tako, da dobi nasproten predznak. Pri računanju z dalnoodnimi vrvmi lahko ekscentričnost zanemarimo, če je d> $100r_0$. Če ekscentričnost zanemarimo dobimo enačbo za napetost: $U = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{d-r_0}{r_0}\right)$. Polje na zemlji je enako prispevku obeh nabojev zato je $E = -e_y\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 h} * 2$. Polje na površini j esorazmerno

gostoti naboja $\sigma = E_n\varepsilon_0$. Kapacitivnost izračunamo preko enačbe $C = \frac{Q}{U}$. Pri računanju potenciala vrvi, upoštevamo potencial lastne vrvi + potencial zrcalne vrevi z istim nabojem. Npr če računamo za +q bomo vzeli v izračun tudi zrcalni +q, torej zrcalni naboj druge vrvi. Pri logaritmu pa deljimo krajšo z daljšo razdaljo, ampak moramo pri računanju potenciala druge vrvi (-q) za naboj vzeti –q. V primeru, da sta vrvi priključeni na napetost ima ena +, druga pa – naboj. Če nista priključena na vir napetosti sta si lahko po velikosti različna. Če je vodnik ozemljen gor ni naboja, tako, da ga ne zrcalimo. Če se vodnik nahaja v homogenem polju je potrebno upoštevati še potencial vrvi zaradi homogenega polja, ki je enak E*h. Pri zrcaljenju **točkastega naboja na kovinski krogli,** dobimo enačbo $e = \frac{r_0^2}{d}$ in zvezo $\frac{Q_1}{Q_2} = -\frac{d}{r_0}$.

20. Kapacitivnost je razmerje med nabojem in napetostjo: C=Q/U. Kapacitivnost med prevodnima telesoma v zraku je odvisna le od **oblike in postavitve telesa.** Napetost narašča eksponentno, če upoštevamo uporovne lastnosti kondenzatorja. Za natančne meritve kapacitivnosti se uporablja mostično vezje. Če so **kondenzatorji vezani zaporedno**: $\frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$, pri **vzporedni vezavi** pa:$C_n = \sum_{i=0}^{n} C_i$.
21. Upoštevamo 2 načeli: Vsota vseh napetosti v zanki je enaka 0 in vsota nabojev v spojišču je enaka 0.
22. (C_{diel}/C_{zrak}) >1. ε_r pove za koliko se poveča kapacitivnost. $C_{diel}= \varepsilon_r * C_{zrak}$. Polje v dielektriku z manjšo dielektričnostjo je večje kot v dielektruku z večjo dielektričnostjo. Pri ustavidvi dielektrika pri **konstantnem naboju** nastane v dielektriku polje, ki deluje v nasprotni smeri polja, ki je povzročil polarizacijo, zato se posledično **zmanjša tudi napetost-U in poveča kapacitivnost-C. Pri konstantni napetosti** polje prav tako povzroči polarizacijo, ampak ker je zunanja napetost vsiljena, priteče ob fiksni napetosti dodaten naboj. Tako se **poveča kapacitivnost-C in poveča naboj-Q.**
23. Vektor polarizacije je določen kot **prostorska gostota dipolskih momentov**. $P = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\sum_i p_i}{\Delta V} = \frac{dp}{dV}$. Enota vektorja polarizacije je $\frac{C}{m^2}$. **Gostota polariziranega naboja:** Normalna komponenta vektorja polarizacije je površini enaka površinski gostoti vezanega naboja. $\sigma_p = P_n$. Če smer vektorja polarizacije ni v smeri normale na površino je pri izračunu polariziranega naboja potrebno upoštevati le normalno komponento vektorja polarizacije. Če pa naboj ni enakomerno porazdeljen, pa je potrebno pisati $Q_p = \oint P * dA$. Polariziran naboj po zaključeni površinin dobimo z integracijo normlne komponente vektorja polarizacije po celotni površini. $Q_{p,zunaj\ A} = \oint P * dA$ Ker ta naboj ni nujno enak nič, ostane ob polarizaciji znotraj zaključene površine polariziran naboj, ki je enak $Q_{p,znotraj\ A} = -\oint P * dA$. Ta naboj se lahko premika le znotraj omejenega območja. **Povezava med E in P:** Za mnogo snovi velja da povečanje polja povzroči sorazmerno povečanje polarizacije: $P = \chi\varepsilon_0 E$. Konstanta χ predstavlja **električno susceptibilnost** in govori o odzivnosti snovi na električno polje. Dielektrik imenujemo

linearen, če susceptibilnost ni odvisna od velikosti polja, homogen, če je neodvisen od pozicije in izotropen, če je neodvisen od smeri polja.

24. Gaussov zakon se ob ustavitvi dielektrika spremeni, saj ne zajamemo le prostega naboja, ampak tudi polariziranega. Ugotovili smo že, da je količina polariziranega naboja enaka $Q_{p,znotraj\ A} = -\oint P * dA$.
$\oint_A E * dA = \frac{Q_{p,znotraj\ A}}{\varepsilon_0} + \frac{Q_{p,zunaj\ A}}{\varepsilon_0}$, to lahko zapišemo tudi kot
$\oint_A \varepsilon_0 E * dA + \oint P * dA = Q_{p,znotraj\ A}$. Tu upeljemo novo veličino $D = \varepsilon_0 E + P$, ki je **vektor gostote električnega pretoka**. Enota je C/m^2. Vektor D je na površini enak površinski gostoti naboja, je pa definiran povsod po volumnu. S pomočjo tega vektorja lahko zapišemo **modificiran Gaussov zakon:** $\oint_A D * dA = Q_{p,znotraj\ A}$. Z besedami lahko rečemo, da je pretok vektorja D skozi zaključeno površino enak zaobjetemu prostemu naboju. **Povezava med D in E:** D=εE, $\varepsilon_r=1+\chi$.
25. Glej vprašanje 24.
26. Na meji med dvema dieelktrikoma pride do nezveznega prehoda električnega polja. Mejni pogoj za **normalno komponento** gostote električnega polja dobimo iz modificarenega Gaussovega zakona: $\oint_A D * dA = Q_{p,znotraj\ A}$. Zamislimo si površino med dvema dielektrikoma in kocko, ki jo stiskamo v smeri meje. Pri tem se tangencialni pretoki zanemarijo in ostanejo le normalni. $D_1 * dA - D_2 * dA = \sigma_{prosti} * dA$. To lahko zapišemo tudi kot $e_n * (D_1 - D_2) = \sigma_{prosti}$. Enotski vektor kaže iz dielektrika z indeksom 2 v dielektrik z indeksom 1. Če je površinska gostota naboja na meji dveh dielektrikov enaka nič, velja: **D_{1n}=D_{2n}**, ali tudi $\boldsymbol{\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n}}$**.** Za **tangencialne komponente** uporabimo zakon potencialnosti polja: $\oint_L E * dl = 0$. Vzemimo pravokotnik na meji dveh dielektrikov in ga stiskajmo v vse smeri meje. Integral polja bo imel tako le komponenti v tangencialni smeri. Veljalo bo: **E_{1t}=E_{2t}.** Če združimo enačbi E_{1t}=E_{2t} in $\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n}$, dobimo **lomni zakon**. Enačbi deljimo $\frac{1}{\varepsilon_1}\frac{E_{1t}}{E_{1n}} = \frac{1}{\varepsilon_2}\frac{E_{2t}}{E_{2n}}$-.
$\frac{1}{\varepsilon_1}\tan\alpha_1 = \frac{1}{\varepsilon_2}\tan\alpha_2$ ali $\boldsymbol{\frac{\tan\alpha_1}{\tan\alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}$**.** ***** Polje na meji dielektrika in kovine je enako $E_{n1} = \frac{\sigma}{\varepsilon_1}$, ploskovna sila na prevodnik pa $f = \frac{\sigma^2}{\varepsilon_1}$.
27. Energija naboja se v električnem polju lahko poveča ali zmanjša za $\Delta W = QU = Q\Delta V$. Pogosto pri zapisu energije osnovnih delcev namesto enote J-joule, uporabimo enoto eV-elektron-volt. **Sistem nabojev:** $W = \frac{1}{2}Q_1V_1 + \frac{1}{2}Q_2V_2 + \frac{1}{2}Q_3V_3 + \cdots + \frac{1}{2}Q_nV_n$.
Oziroma na kratko: $\boldsymbol{W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} Q_i V_i}$**.** Energija je enaka delu električnih sil za premik iz mesta, kjer se naboj nahaja do neskončnosti, kjer je V=0. $\boldsymbol{W(T) = A_e(T \to T_\infty)}$**.**
Kondenzator: Kondenzator si predstavljamo kot dve prevodni telesi. Priklopimo ga na napetost, ki jo povečujemo in s tem se povečuje tudi naboj. Vzemimo sedaj majhen delež naboja-dQ in ga premaknimo iz ene plošče na drugo. dW=dQU. Napetost lahko

izrazimo s kapacitivnostjo in dobimo: $W = \int_0^{Q_{koncni}} \frac{Q}{C} dQ = \frac{Q_{koncni}^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{QU}{2}$. Gostoto energije dobimo preko modificiranega Gaussovega zakona.. **Gostota energije je:** $\boldsymbol{w = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2}$**.** Enota je J/m^3. Če gostoto energije pomnožimo z volumnom, dobimo celotno energijo sistema. Gostota energije je sorazmerna kvadratu električne poljske jakosti. Če se telo premakne za neko razdaljo pri tem opravi delo in to delo se j eopravilo na račun zmanjšanja energije, zato iz tega sledi **povezava med silo in energijo**, ki je: $F_{e,x} = -\frac{\partial W_e}{\partial x}$. Silo lahko določimo tudi v drugih smereh zato je sila enaka: $F = -(\frac{\partial W}{\partial x}, \frac{\partial W}{\partial y}, \frac{\partial W}{\partial z})$.

3. Časovno konstantno tokovno polje

1. Gostoto toka označimo s črko J**.** $\boldsymbol{I = \int_A J * dA}$ Pri skalarnem produktu se upošteva le normalna komponenta. Če želimo izraziti gostoto toka dobimo: $J = \frac{dI}{dA}$. Gostota toka je večja tedaj, ko je presek manjši. Sedaj lahko kontinuitetno enačbo zapišemo tudi malo drugače: $\frac{dQ}{dt} = -\oint_A J * dA$.
2. Govorimo o **časovnem konstantnem tokovnem polju**, kjer je v volumnu zaobjetem z zaključeno površino velja: $\frac{dQ}{dt} = 0$ in s tem tudi $\boldsymbol{\oint_A J * dA = 0}$**.** Enačba govori o tem, da enaka količina toka, ki vstopa v prosto z zaključeno površino, ta prostor tudi zapušča.
3. Prek te enačbe lahko tudi vidimo prvi Kirchoffov zakon za katerega velja da je vsota tokov v ali iz spojišče/a enaka 0, torej dA je spojišče v tem primeru. Npr vzemimo, da zaključeno površino razdelimo na 3 dele in I_1 in I_2 vstopata, I_3 pa iztopa. Velja: $\oint_A J * dA$=I_1+I_2-I_3=0**,** $\boldsymbol{\sum_{i=1}^{N} I_i = 0}$**.** 2.Kirchoffov zakon pa prepoznamo v zakonu o potencialnosti polja: $\oint_L E * dl = 0$. Če pot razdelimo na več delnih poti, jih lahko nadomestimo z napetostjo med koncema poti: $\oint_L E * dl = U_1 + U_2 + \cdots + U_n = 0$ ali tudi $\boldsymbol{\sum_i U_i = 0}$ **.**
4. **Konvektivni tok** je tok, pri katerem se naboji gibljejo v zraku oz vakumu, kjer ni večjih ovir. Gibanje je pospešeno. Hitrost nabojev v homogenem električnem polju linearno narašča. Z drugumi besedami rečeno, če je pospešek konstanten (homogeno polje) lahko takemu načinu gibanja rečemo koventivno prevajanje ali **koventivni tok**. V gostejši snovi se naboji ne gibljejo neovirano, saj trkajo z atomi snovi. Njihova hitrost se zmanjša, kar se izraža v toplotnih izgubah. Za mnogo snovi velja, da je povprečna hitrost gibanja sorazmerna električni poljski jakosti: $v = \mu E$. Konstanto μ imenujemo **mobilnost** in je snovna lastnost. Tak tok imenujemo **konduktivni tok.**
5. Z upoštevanjem zveze med povprečno hitrostjo gibanja nabojev in električno poljsko jakostjo, lahko zapišemo gostoto toka kot: $\boldsymbol{J} = \rho v = \rho\mu E = \boldsymbol{\gamma E}$**.** To je **ohmov zakon**

v difenecialni obliki. γ predstavlja specifično električno prevodnost. Gostota toka je sorazmerna električni poljski jakosti. **Prehod v integralno obliko:** $U = \frac{I}{\gamma A} l = I \frac{l}{\gamma A} = IR$. Izpeljava: $U = \int_0^l E * dl = \int_0^l \frac{J}{\gamma} dx = \int_0^l \frac{I}{\gamma A} dx = \frac{I}{\gamma A} \int_0^l dx = \frac{I}{\gamma A} l$ ali $I = \oint_A J * dA = \oint_A \frac{E}{\gamma} * dA = \frac{1}{\gamma} \oint_A \frac{U}{l} * dA = U \frac{A}{\gamma l}$. $\boldsymbol{R = \frac{l}{\gamma A}}$**.**

6. Inverzno vrednost od specifične prevodnosti inemujemo **specifična upornost.** $R(T) = R(T_0)[1 + \alpha(T - T_0)]$. α je temperaturni koeficient. Specifična upornost se linarno spreminja s temperaturo.
7. **Joulov zakon** je povezan s segrevanjem snovi zaradi trkov elektronov z atomi snovi. dW=dQ*U. Moč je definirana kot: $P = \frac{dW}{dt} = \frac{dQ}{dt} U = UI$. Definiramo lahko tudi gostoto moči, ki je $p = J * E = \gamma E^2$. Zapišemo lahko tudi **Joulov zakon v integralni obliki:** $P = \int_V pdV = \int_V J * EdV$.
8. Upoštevamo, da se ohranja normalna komponenta gostote toka: $J_{n2}=J_{n1}$. Iz zakona o potencialnosti polja pa sledi, da se ohranja še tangencialna komponenta električne poljske jakosti: $\frac{J_{t2}}{\gamma_2} = \frac{J_{t1}}{\gamma_1}$. Velja: $\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}$. Kot je definiran med normalo in smerjo polja. V primeru velikih razlik med specifičnimi prevodnostimi materialov je tokovna gostota v prevodniku praktično vzporedna s prevodnikom. Tu velja tudi Gaussov zakon: $e_n * (D_1 - D_2) = \sigma_{prosti}$. Smer polja je iz polja 2 v polje 1. Ker sta normalni komponenti gostote toka enaki velja: $\boldsymbol{\left(\frac{\varepsilon_1}{\gamma_1} - \frac{\varepsilon_2}{\gamma_2}\right) J_n = \sigma}$**.** Ko pa velja $\boldsymbol{\frac{\varepsilon_1}{\gamma_1} = \frac{\varepsilon_2}{\gamma_2}}$**,** pride do presežne ploskovne gostote naboja.
9. Obstaja neposredna zveza med električno poljsko jakostjo, gostoto pretoka in gostoto toka: $J = \gamma E = \gamma \frac{D}{\varepsilon}$. Sledi, da so gostotne cevke za obe polji enake-govorimo o dualnosti polj. Povezava med kapacitivnostjo in upornostjo: $\boldsymbol{RC} = \frac{U}{I} \frac{Q}{U} = \frac{\int_A D*dA}{\int_A J*dA} = \frac{\varepsilon \int_A E*dA}{\gamma \int_A E*dA} = \boldsymbol{\frac{\varepsilon}{\gamma} = \rho \varepsilon}$ sledi tudi $\boldsymbol{G = C \frac{\gamma}{\varepsilon}}$**.**
10. Smer elektrostatičnega polja je od + k -, tako v notranjosti kot zunanjosti kondenzatorja. $E_g = \frac{F_g}{Q}$. $E_g + E_{es} = 0$ Hkrati ko deluje generatorska sila, ki razdvaja naboje, se vzpostavlja tudi elektrostatična sila. **Generatorska napetost** je usmerjena od + k -, nasprotno od smeri generatorskega polja. $\oint_L E * dl = -U_g$. Če integral ne usebuje le elektrostatične električne poljske jakosti ni enak nič, ampak generatorski napetosti.