STROMAR

ELEKTROMAGNETNI NAVOR
- potrebno poznati spreminjanje vseh induktivnosti
- pogonski navor (elektromag.) $+M$
- G režim, zunanji bremenski navor, poganja rotor $+M_L$
- M režim, zunanji bremenski navor, zavira rotor. $-M_L$
- skuša preprečiti spremembo hitrosti vrtenja, vztrajnost $-Jp^2\Theta$
- viskozno trenje $Fp\Theta$

TRANSFORMATOR
- linearno magnetenje
- TP: združena sklepna MP v Φ_m
- VT: združena lastni sklepni in lastni razsuti MP. $\Phi_{11} = \Phi_{1\sigma} + \Phi_{12}$
- $u = Ri + d\psi/dt$ izhodiščna splošna nap. ravno. en.
- ker se nič ne premika ni gibalnih induciranih U, so samo transformatorske U_i

Transformatorska U_i
- ko rotor miruje
- L = konst. $\Rightarrow L \cdot \frac{di}{dt}$
- el. v el. s posredovanjem MP

Gibalna U_i
- pri vrtenju rotorja ($L \neq$ konst)
- i = konst.
- el. energija v mehansko

MODELIRANJE ELEKTRIČNIH STROJEV

TEORIJA

:)

MODEL ROTACIJSKIH STROJEV
- osnovni pogoj: MP (skupno) vseh tokokrogov ima iste lastnosti kot MP v resničnem stroju
- zanemarimo vrtinčne in histerezne izgube
- spreminjanje ind. po sinusu
- model vedno dvopolen
- $P > 0$ iz vira v stroj
- $P_{meh} > 0$ odteka po gredi
- $M_{motor} > 0$, $M_{gen} < 0$
- zanemarimo nelinearnosti
- $u = Ri + d\psi/dt$ ($\psi = Li$)
- p velja za L in za i zato ga pišemo pred L

- napetostna ravnotežna ($u \to i$) enačba, navorna enačba ($i \to M$) mehanska enačba ($M \to \omega, \dots$)

$\dot{\sim} = \Omega = ?$

- tuje vzbujan generator
- tuje vzbujan motor
- motor z zaporednim vzbujanjem
- enofazni KS
- univerzalni motor

transformacija osnovnega modela
↳ že uvod v sinhronce

KOMUTATORSKI STROJI str. 333

v teoriji polja
- komutator: zveza med izmenično U_i v rotorju (vrtečem delu) in enosmernim priključkom
- G ima predznak + kjer sta TR U_i in gib U_i na enaki strani
- G predstavlja induktivnost!
- navorno enačbo izpeljemo iz moči

OSNOVNI KONCEPT ELEKTRIČNEGA STROJA

1\. električni krog

2\. električni krog → ima navitja → v njih MP inducira napetosti; toki v navitjih pa z MP tvorijo navore

magnetni krog

toplotni krog

mehanski krog

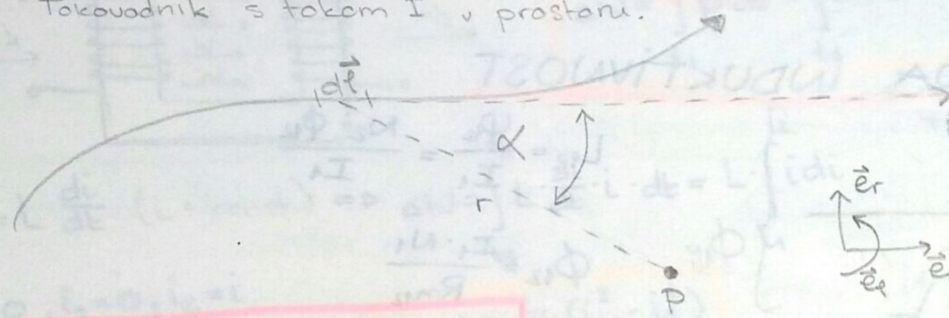
Prehajanje energije v električnem stroju.

Magnetni krog je povezovalni člen med električnima in mehanskim krogom.

MAGNETNI SKLEPI, RELUKTANCE, INDUKTIVNOSTI, REAKTANCE

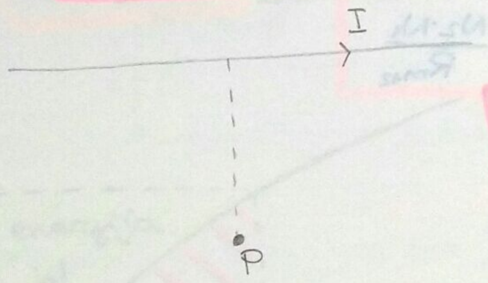
Magnetna polja v strojih običajno vzbujajo električni toki.
↳ povzročijo induciranje napetosti

Tokovodnik s tokom I v prostoru.



$$\boxed{\Delta B_P = \vec{e}_\varphi \cdot \frac{\mu_0 \mu_r I\, dl \sin\alpha}{4\pi r^2}}$$

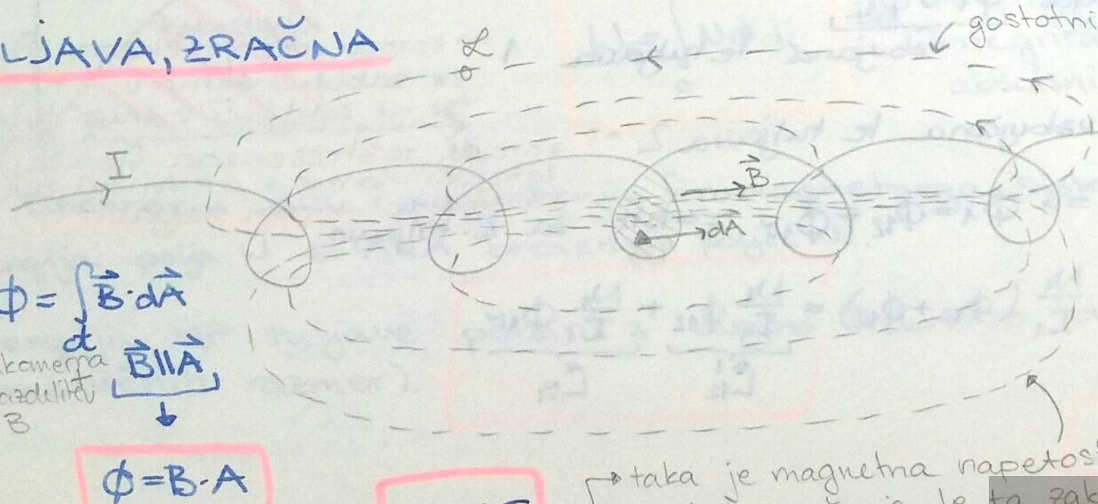
V točki P vzbudi $I \cdot dl \to d\vec{B}$



$$\boxed{\vec{B}_P = \vec{e}_\varphi \frac{\mu_0 \mu_r \cdot I}{2\pi r}}$$

ko je točka P pravokotna na tokovodnik

TULJAVA, ZRAČNA



$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

enakomerna porazdelitev B

$\vec{B} \parallel \vec{A}$

$$\boxed{\Phi = B \cdot A}$$

$$\boxed{V_m = N \cdot I}$$

→ taka je magnetna napetost vzdolž ene gostotnice, če je le ta zaključena

↳ magnetno vzbujanje tuljave z N ovoji in tokom I

Zmožnost vzbujanja: $\boxed{\vec{H}\cdot\mu_0\cdot\mu_r=\vec{B}}$

Naš primer:

$$V_m=\int_{P_1}^{P_2}\vec{H}\cdot d\vec{l} \qquad \boxed{V_m=\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=\sum_{n=1}^{N} I_n}$$

$V_m=\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=N\cdot I\ldots=H\cdot l\ldots$

$\Downarrow$ za Fe jedra

RELUKTANCA – MAGNETNA UPORNOST

$$\boxed{V_m=\phi\cdot R_m}$$

$$R_m=\frac{V_m}{\phi}=\frac{\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}}{\int_A \vec{B}\cdot d\vec{A}}=\frac{\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}}{\mu_0\mu_r\oint_A \vec{H}\cdot d\vec{A}}$$

v primeru enakomerne porazdelitve polja dobimo poenostavljen izraz:

$$R_m=\frac{1}{\mu_0\mu_r}\cdot\frac{l}{A}$$

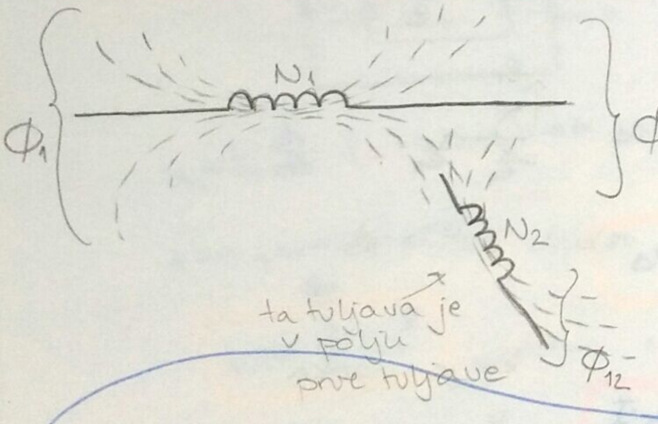
MAGNETNI SKLOP

Magnetne sklepe vzbudi tok I.

$$\boxed{\Psi=N\cdot\phi} \qquad \boxed{L=\frac{\Psi}{I}=\frac{N\cdot\phi}{I}}$$

$$\boxed{L}=\frac{N}{I}\cdot\frac{V_m}{R_m}=\frac{N\cdot I\cdot N}{I\cdot R_m}=\boxed{\frac{N^2}{R_m}}$$

MEDSEBOJNA INDUKTIVNOST



$$L_{12}=\frac{\Psi_{12}}{I_1}=\frac{N_2\cdot\phi_{12}}{I_1}$$

$$\phi_{12}=\frac{I_1\cdot N_1}{R_{m12}}$$

$$\boxed{L_{12}=\frac{N_1N_2}{R_{m12}} \qquad L_{21}=\frac{N_2\cdot N_1}{R_{m12}}}$$

$R_{m12}=R_{m21}$ $\Rightarrow$ isti magnetni krog

$$\boxed{L_{21}=L_{12}}$$

Večinoma velja $\underbrace{\phi_1>\phi_{12}}_{\text{vzbujana le tuljava 1}}$ $\Rightarrow$ zaradi raztresenega fluksa, ki se zaključi samo v 1 tuljavi in se ne zaključi v drugi tuljavi

$\phi_2>\phi_{21}$ $\Rightarrow$ vzbujana le tuljava 2 $\Rightarrow$ zaradi raztresenega fluksa, ki se zaključi samo v drugi tuljavi in se ne zaključi v prvi tuljavi

$\phi_{1\sigma}=\phi_1-\phi_{12}$ $\Rightarrow$ $\phi_1=\phi_{12}+\phi_{1\sigma}$ $\Rightarrow$ isto za 2. tuljavo

$$\boxed{L_{11}}=\frac{N_1\cdot\phi_1}{I_1}=\frac{N_1}{I_1}(\phi_{12}+\phi_{1\sigma})=\boxed{\underbrace{\frac{N_1}{I_1}\phi_{12}}_{L_{12}'}+\underbrace{\frac{N_1}{I_1}\phi_{1\sigma}}_{L_{\sigma1}}}$$

$$\boxed{\frac{N_1}{N_2}\cdot L_{12}=L_{12}'}$$

$$\boxed{L_{22}=L_{21}'+L_{2\sigma}}$$

$\boxed{L_{11} = L'_{12} + L_{1\sigma}}$ $\boxed{L'_{12} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 L_{12}}$ $\boxed{L_{1\sigma} = \frac{N_1^2}{R_{m1\sigma}}$

↳ medsebojna induktivnost, reducirana na tuljavo 1

↳ magnetna raztresenost tuljave 1

$\boxed{L_{22} = L'_{21} + L_{2\sigma}}$ $\boxed{L'_{21} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 L_{21}}$ $\boxed{L_{2\sigma} = \frac{N_2^2}{R_{m2\sigma}}}$

↳ medsebojna induktivnost reducirana na tuljavo 2

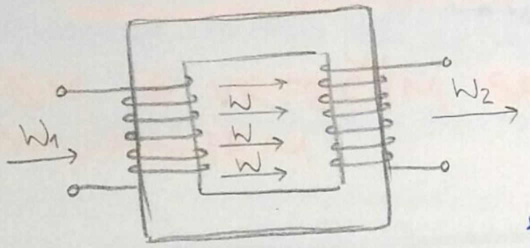
↳ magnetna raztresenost tuljave 2

Za vse L, L_{xy} in $L_{\sigma x}$ je odločilna geometrija in snov.

$\boxed{X_{11} = \omega \cdot L_{11}}$ $\boxed{X_{12} = \omega L_{12}}$ $\boxed{X_{1\sigma} = \omega \cdot L_{1\sigma}}$ ⇒ induktivne reaktance

ENERGIJA MAGNETNEGA POLJA

Elementom v el. tokokrogu energijo dovaja tok.



$$\boxed{\Delta W = \int_{t_1}^{t_2} p \cdot dt = \int_{t_1}^{t_2} u \cdot i \cdot dt}$$

energija v elementu

↳ vrednosti veličin so trenutne

$$u = L\frac{di}{dt} \quad (L = \text{konst.}) \Rightarrow \Delta W = \int_{t_1}^{t_2} L \cdot \frac{di}{dt} \cdot i \cdot dt = L \cdot \int_{i_1}^{i_2} i\, di$$

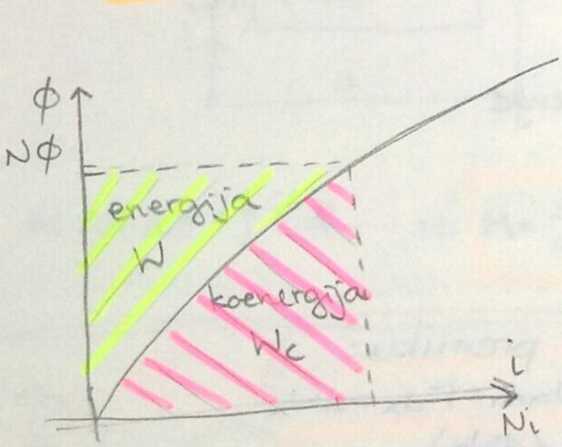
$t = 0,\ i_1 = 0,\ i_2 = i$

$$\boxed{\Delta W = \frac{L}{2}\left(i_2^2 - i_1^2\right)}$$

⇓

$$\boxed{W = \frac{1}{2} L i^2}$$

⇒ celotna energija, ki se je nabrala v elementu



$$\boxed{W = \int_0^{\phi} i \cdot N \cdot d\phi}$$

⇒ energija MP, podana z integriranjem po ordinatni osi

$$\boxed{W_c = \int_0^{I} N\phi\, di}$$

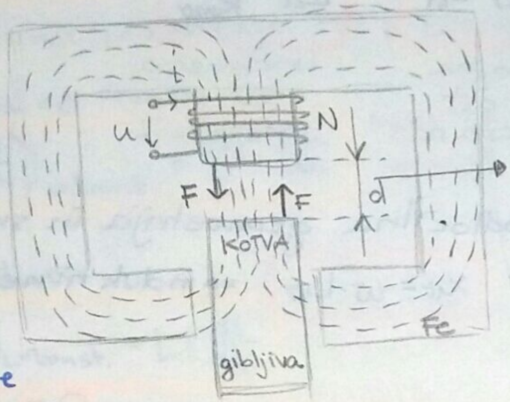
⇒ koenergija, podana z integriranjem po abscisni osi

Pri linearnem delu magnetenja feromagnetnega sistema je energija polja W ENAKA koenergiji polja W_c.

Energija MP tuljave pulzira z dvojno frekvenco toka (zaradi izmeničnih razmer).

PRETVARJANJE ENERGIJE V SISTEMU Z ENOJNIM VZBUJANJEM

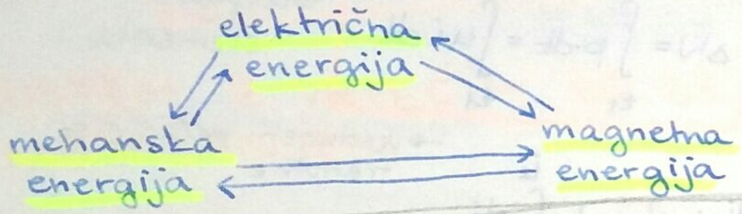
- samo en izvor magnetnega vzbujanja
- magnetna pot prekinjena z eno ali več ŽR
- magnetno polje na posamezne dele povzroči mehanske sile, ki skušajo tak del premakniti

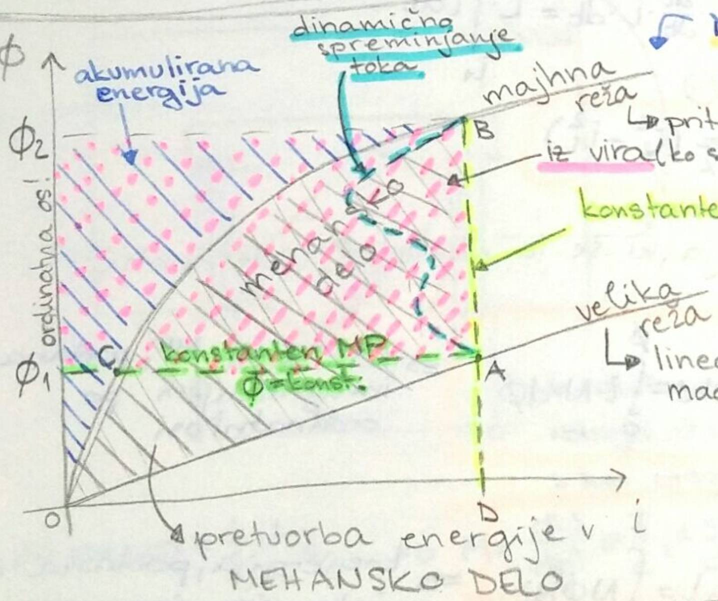


F na kotvo, premik, mehansko delo, sprememba W

Spreminja se:
- zračna reža
- magnetni krog
- magnetna energija
- magnetno polje

F nastanejo kadar je vzbujeno MP B.
F skušajo stisniti ŽR.





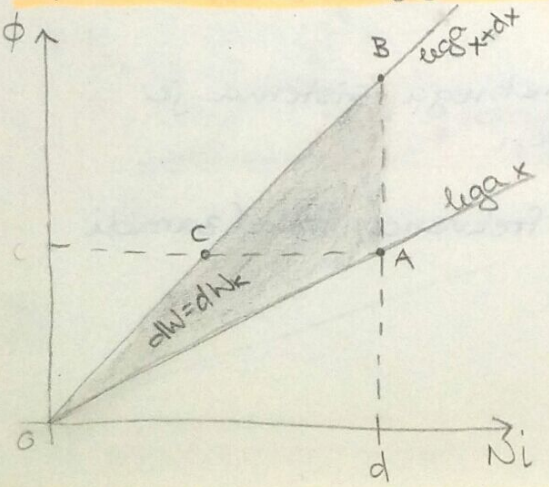
Magnetilni krivulji za dva položaja kotve.

majhna reža ↳ pritegnjena kotva, jedro preide v magnetno nasičenje

$R_{mvr} > R_{mmr}$

velika reža ↳ linearno magnetenje

Sprememba energije pri diferencialnem premiku:



$I = \text{konst.} \Rightarrow dW_{meh} = F \cdot dx = dW_k$

$$\boxed{F = \left(\frac{dW_k}{dx}\right)_{i=\text{konst.}}}$$

$\phi = \text{konst.} \Rightarrow dW_{meh} = F dx = -dW$ zmanjševanje energije polja povzroči privlačno silo F

$$\boxed{F = -\left(\frac{dW}{dx}\right)_{\phi=\text{konst.}}}$$

$$\boxed{F = \left(\frac{dW_k}{dx}\right)_{i=\text{konst.}} = \left(\frac{dW}{dx}\right)_{i=\text{konst.}}} \Leftarrow \boxed{dW = dW_k}$$

Energija polja je lahko izražena tudi z induktivnostjo L:

$W = \frac{1}{2} L i^2$ ⇒ sprememba bo torej $\frac{dW}{dx} = L i \frac{di}{dx} + \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{dx}$

$$\boxed{dW = L i\, di + \frac{1}{2} i^2 dL}$$

$\frac{1}{2} i^2 dL$ → mehansko delo

$L i\, di$ → polnenje/praznenje MP z energijo

→ pri $i = \text{konst.}$, $di = 0$

$$\boxed{F = \left(\frac{dW}{dx}\right)_{i=\text{konst.}} = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{dx}}$$

samo ta sila opravlja delo

→ pri $L = \text{konst}$, $dL = 0$

$$\boxed{F = \left(\frac{dW}{dx}\right)_{L=\text{konst.}} = L i \frac{di}{dx}}$$

ta sila ne more opraviti dela, ker se v sistemu ni nič spremenilo (stalna L)

ni premika kotve ← ni spremembe geometrije

$dW = p \cdot dt$

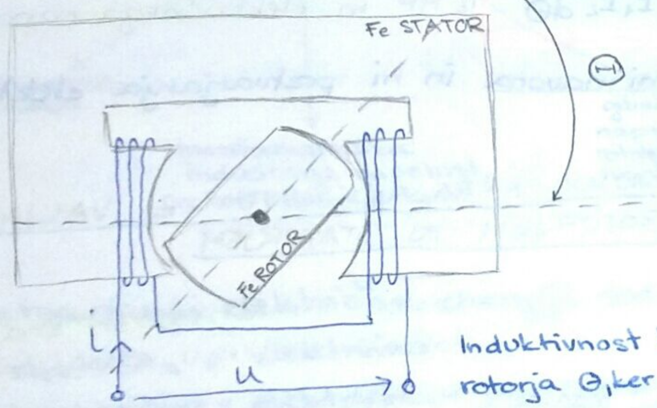
$$\boxed{\frac{dW}{dt} = p = L i \frac{di}{dt} = i u}$$

⇒ moč s katero se MP polni z energijo

u → inducirana napetost

i → tok skozi tuljavo

SISTEM Z VRTEČIM SE DELOM IN ENOJNIM NAPAJANJEM



$W = \frac{1}{2} L i^2$ energija sistema na sliki.

$\frac{dW}{d\Theta} = L i \frac{di}{d\Theta} + \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{d\Theta}$ popoln odvod energije zaradi spremembe i in L po kotu

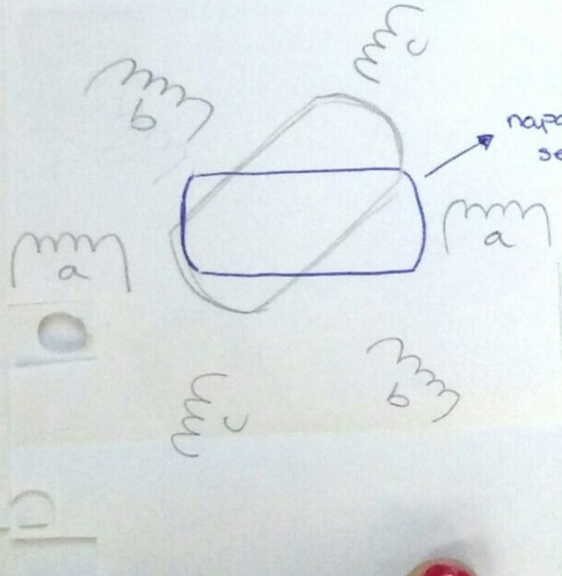
$$\boxed{dW = L i\, di + \frac{1}{2} i^2 dL}$$

$L i\, di$ → sprememba el. en. v en. MP

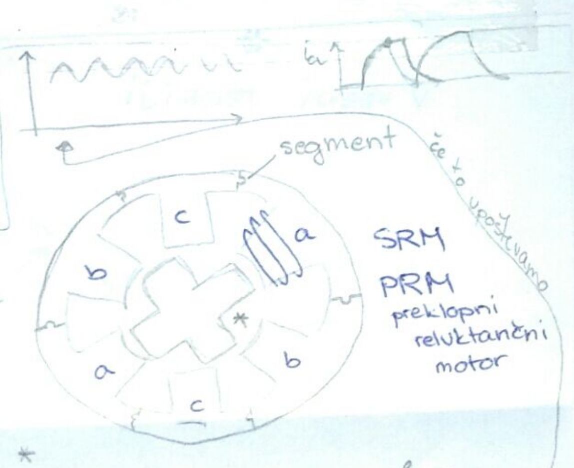
$\frac{1}{2} i^2 dL$ → sprememba mehanske energije

Induktivnost L se spreminja s kotno lego rotorja Θ, ker se spreminja prekrivanje ZR in s tem magnetna upornost.

$dW = M \cdot d\Theta = \frac{1}{2} i^2 dL$ ⇒ $\boxed{M = \frac{dW}{d\Theta} = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{d\Theta}}$



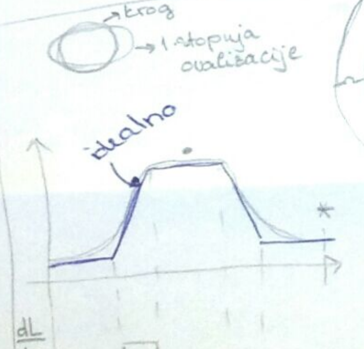
napajanje faze a, se premakne sem



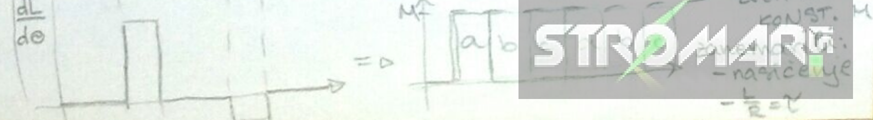
SRM

PRM

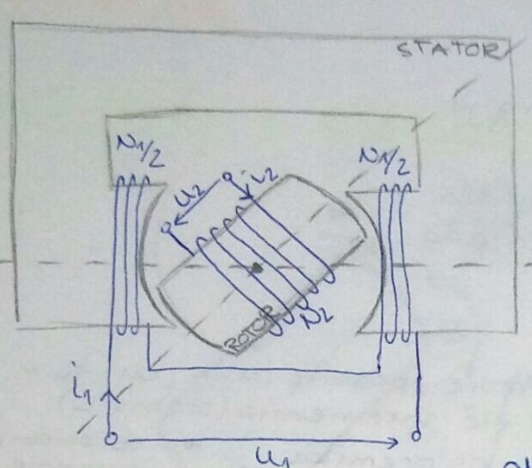
preklopni reluktančni motor



vrtilno polje je v levo, rotor se pa vrti v desno



PRETVARJANJE ENERGIJE V SISTEMU Z DVOJNIM VZBUJANJEM



Pri stoječem rotorju se vsa energija, ki jo dajeta oba izvora od nevzbujenega do končno vzbujenega stanja, nakopiči v MP.

$$\Delta W = \int_{t_1}^{t_2} p \cdot dt = \int_{t_1}^{t_2} u \cdot i \cdot dt$$

$$\Delta W = \int_{t_1}^{t_2} L_{11} \frac{di_1}{dt} i_1 dt + \int_{t_1}^{t_2} L_{22} \frac{di_2}{dt} i_2 dt + \int_{t_1}^{t_2} L_{12} \frac{di_2}{dt} i_1 dt$$

Ob $t_1 = 0$ sta $i_1 = i_2 = 0$, po času t_2 pa sta $i_1 = I_1$ in $i_2 = I_2$.

Po integraciji in ob upoštevanju naštetih pogojev dobimo:

$$\boxed{W = \frac{1}{2} L_{11} I_1^2 + \frac{1}{2} L_{22} I_2^2 + L_{12} I_1 I_2}$$

$L_{12} = L_{21}$

$$L_{12} I_1 \cdot I_2 = \left(\frac{1}{2} L_{12} \cdot I_1 \cdot I_2\right) + \left(\frac{1}{2} L_{21} I_2 \cdot I_1\right) = 2 \cdot \frac{1}{2} L_{12} I_1 I_2 = L_{12} I_1 I_2$$

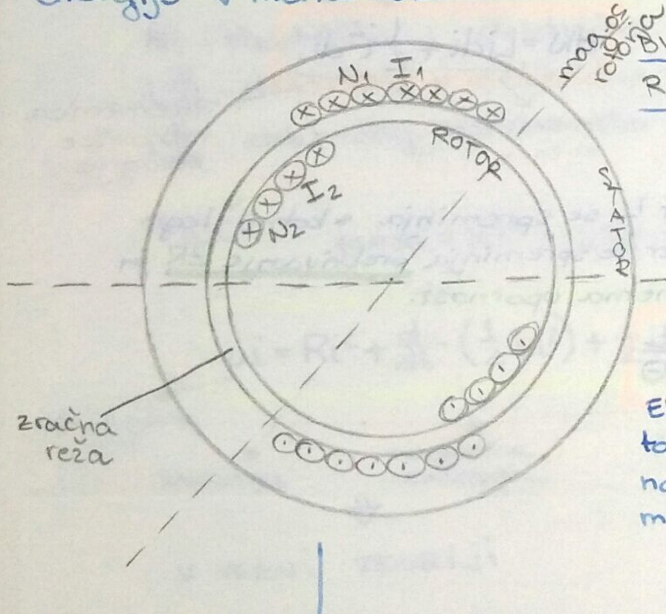
Pri $I_1 = \text{konst.}$ in $I_2 = \text{konst.}$ se pri zasuku rotorja za $d\Theta$ opravi mehansko delo $M \cdot d\Theta$.

$$dW = \frac{1}{2} I_1^2 dL_{11} + \frac{1}{2} I_2^2 dL_{22} + I_1 I_2 dL_{12} = M \cdot d\Theta \Rightarrow \text{dobimo navor}$$

$$\boxed{M = \frac{dW}{d\Theta} = \frac{1}{2} I_1^2 \frac{dL_{11}}{d\Theta} + \frac{1}{2} I_2^2 \frac{dL_{22}}{d\Theta} + I_1 I_2 \frac{dL_{12}}{d\Theta}}$$

ELEKTROMAGNETNI NAVOR – izvira iz MP in električnega napajanja

Če ni spremembe induktivnosti, ni navora in ni pretvarjanja elektromagnetne energije v mehansko delo.

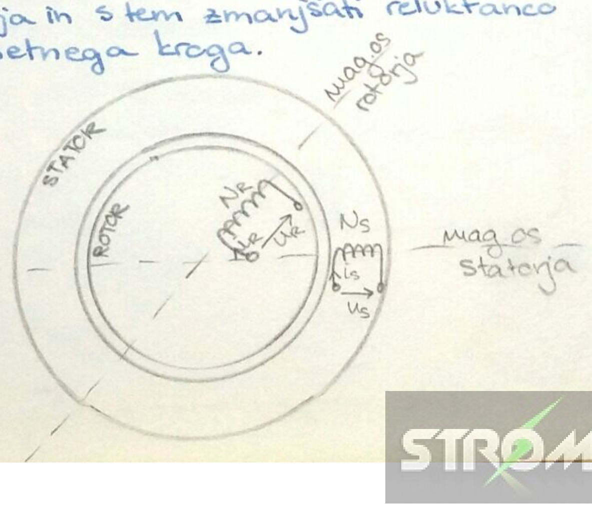


V VEZNI TEORIJI

DVOJNO NAPAJAN SISTEM Z VALJASTIM ROTORJEM IN STATORJEM

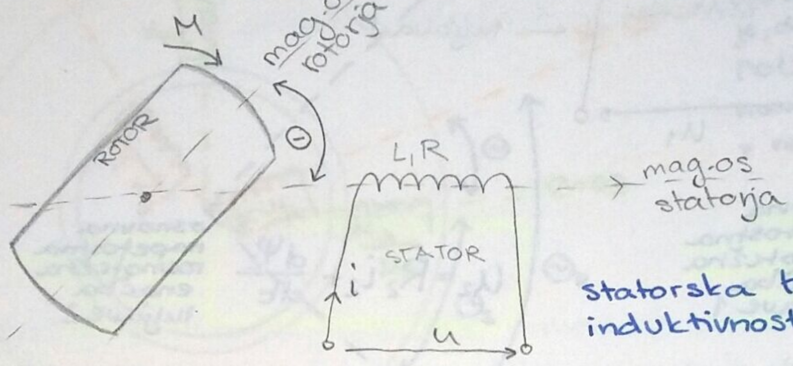
- Lastni induktivnosti sta pri takem sistemu enaki nič.
- Medsebojna induktivnost pa se spreminja pri vrtenju rotorja.

Elektromagnetni navor vedno deluje v takšni smeri, da skuša povečati induktivnost navitja in s tem zmanjšati reluktanco magnetnega kroga.



ELEKTROMAGNETNI SISTEM KOT VEZJE NAPETOSTNE IN NAVORNE RAVNOTEŽNE ENAČBE

SISTEM Z ENOJNIM NAPAJANJEM v luči električnega vezja



Rotor je feromagnetna kotva, ki se vrti, nepremična tuljava pa predstavlja stator.

Statorska tuljava ima induktivnost L in upornost R.

$$\boxed{u = \underbrace{Ri}_{\text{padec napetosti na upornosti}} + \underbrace{L\frac{di}{dt}}_{\text{transformatorska inducirana napetost}} + \underbrace{i\frac{dL}{dt}}_{\text{gibalna inducirana napetost}}}$$

NAPETOSTNA RAVNOTEŽNA ENAČBA

enačba, ki vsebuje dva časovna odvoda ($\frac{di}{dt}, \frac{dL}{dt}$) dobimo zato, ker se oba, tok in induktivnost spreminjata s časom

padec napetosti na upornosti

transformatorska inducirana napetost, rotor miruje, L=konst.
↳ spreminja se samo i

gibalna inducirana napetost, pri vrtenju pa rotacijska inducirana napetost, i=konst.
↳ pri vrtenju rotorja se spreminja L

Pri pretvarjanju električne energije sodelujejo:

- Ri - električna v električno
- $L\frac{di}{dt}$ - električna v električno s posredovanjem magnetnega polja
- $i\frac{dL}{dt}$ - električna v mehansko s posredovanjem magnetnega polja

MOČ

$$p = ui = Ri^2 + Li\frac{di}{dt} + \frac{1}{2}i^2\frac{dL}{dt} + \frac{1}{2}i^2\frac{dL}{dt}$$

$$\boxed{ui = Ri^2 + \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2\right) + \frac{1}{2}i^2\frac{dL}{dt}}$$

električna moč

toplotna moč
izgubc

magnetna energija polja

mehanska moč sistema na gredi vrtečega se rotorja

NAVOR

$$\boxed{M = \frac{1}{2}i^2\frac{dL}{d\Theta}}$$

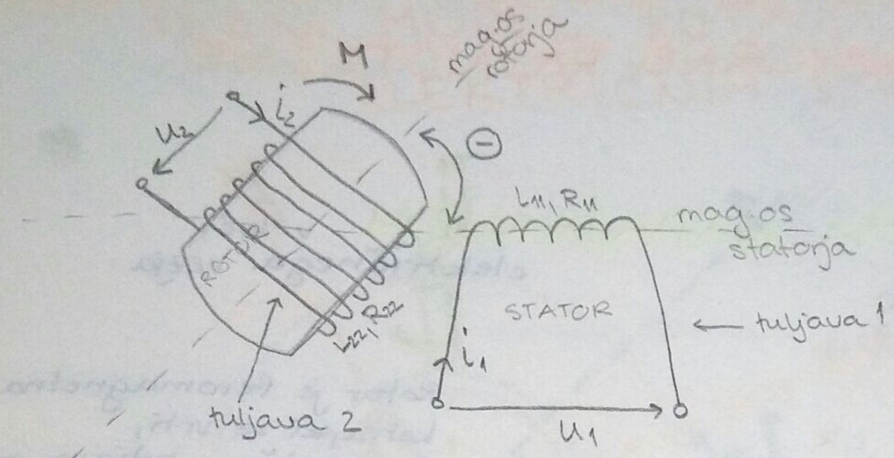
pomnožimo zgoraj in spodaj z $d\Theta$

$$\hookrightarrow P_{meh} = M\cdot\frac{d\Theta}{dt} = \frac{1}{2}i^2\frac{dL}{dt} = \frac{1}{2}i^2\frac{dL}{d\Theta}\cdot\frac{d\Theta}{dt}$$

$$M\cdot\frac{d\Theta}{dt} = \frac{1}{2}i^2\frac{dL}{d\Theta}\cdot\frac{d\Theta}{dt} \Rightarrow M = \frac{1}{2}i^2\frac{dL}{d\Theta}$$

SISTEM Z DVOJNIM NAPAJANJEM

v luči električnega vezja



$$\boxed{u_1 = R_1 i_1 + \frac{d\Psi_1}{dt}}$$ osnovna napetostna ravnotežna enačba tuljave 1

$$\boxed{u_2 = R_2 \cdot i_2 + \frac{d\Psi_2}{dt}}$$ osnovna napetostna ravnotežna enačba tuljave 2

Pri predpostavkah $\Psi_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2$, $\Psi_2 = L_{22} i_2 + L_{21} i_1$ in $L_{12} = L_{21}$ dobimo NAPETOSTNI RAVNOTEŽNI ENAČBI:

$$u_1 = R_1 i_1 + \frac{d(L_{11} i_1)}{dt} + \frac{d(L_{12} i_2)}{dt} = R_1 i_1 + L_{11}\frac{di_1}{dt} + i_1 \frac{dL_{11}}{dt} + L_{12}\frac{di_2}{dt} + i_2 \frac{dL_{12}}{dt}$$

$$u_2 = R_2 i_2 + \frac{d(L_{22} i_2)}{dt} + \frac{d(L_{21} i_1)}{dt} = R_2 i_2 + L_{22}\frac{di_2}{dt} + i_2 \frac{dL_{22}}{dt} + L_{21}\frac{di_1}{dt} + i_1 \frac{dL_{21}}{dt}$$

MOČ SISTEMA

$$p_{el} = \underbrace{R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2}_{\text{toplotna moč izgub obeh navitij}} + \underbrace{i_1 L_{11}\frac{di_1}{dt} + i_2 L_{22}\frac{di_2}{dt} + i_1 L_{12}\frac{di_2}{dt} + i_2 L_{21}\frac{di_1}{dt}}_{\text{moč za spreminjanje magnetne energije sistema}} + \underbrace{i_1^2 \frac{dL_{11}}{dt} + i_2^2 \frac{dL_{22}}{dt} + 2 i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{dt}}_{\text{mehanska moč } (P_{meh})}$$

toplotna moč izgub obeh navitij

moč za spreminjanje magnetne energije sistema

mehanska moč (P_{meh})

*Pri stoječem rotorju se induktivnosti NE spreminjajo zato zadnji trije členi odpadejo.

NAVOR

⇒ dobimo ga iz zveze $P_{meh} = M \cdot \frac{d\Theta}{dt}$

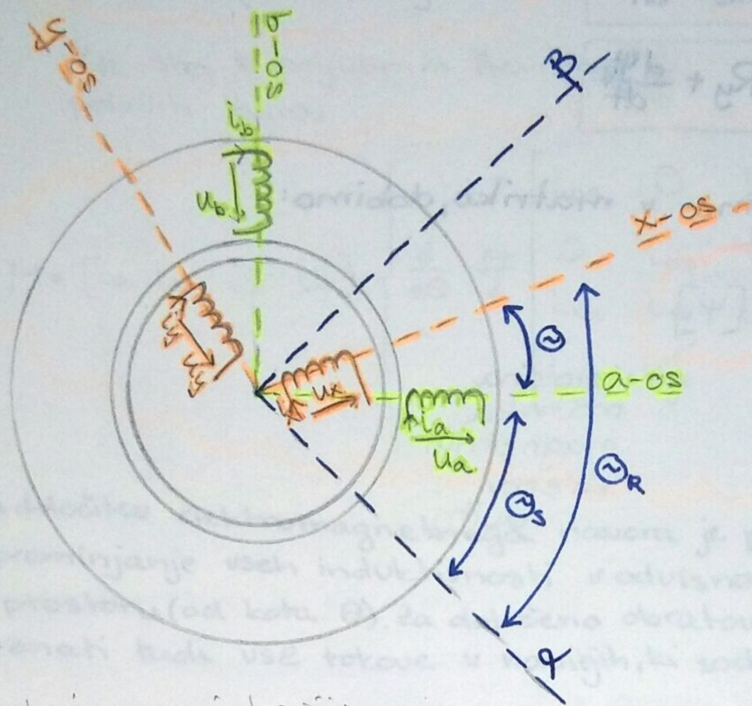
$$\boxed{M = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{11}}{d\Theta} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{22}}{d\Theta} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\Theta}}$$

Pri sistemih z večkratnim napajanjem:

$$\boxed{M = \sum_{x=1}^{n} \frac{1}{2} i_x^2 \frac{dL_{xx}}{d\Theta} + \sum_{x=1}^{n}\sum_{y=1}^{n} i_x i_y \frac{dL_{xy}}{d\Theta}, \quad \text{za } x \neq y}$$

Velja za več sistemov z ločenimi napajanji.

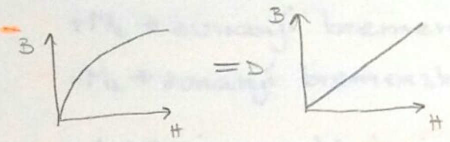
VEZNI MODEL ROTACIJSKIH ELEKTRIČNIH STROJEV



Pogoj pri vezju, ki predstavlja model rotacijskega el. stroja je, da ima skupno MAGNETNO POLJE vseh tokokrogov oz. navitij iste lastnosti kot polje v resničnem stroju.

→ stroj v vezni teoriji:

DEJSTVA: (poenostavitve)

- čim bolje opiše stroj
- sestavljen samo iz navitij oz. tuljav
- navitje ima lastno in medsebojno induktivnost
- B v modelu je isto kot B v realnem stroju
- $P_{Fe} = 0$ ⇒ zanemarimo vse izgube, tako vrtinčne kot histerezne
-  nelinearnosti zanemarimo
- navitja na dveh pravokotnih oseh na istem delu stroja → $L_{12} = L_{21} = 0$
- $L_{ax} = L_{ay} = \dots \neq 0$
- transformacija 3-f v 2-f
- B → le osnovna harmonska komponenta (tudi v ZR)
- vse induktivnosti se spreminjajo po sinusu
- modul bo vedno dvopolen, $p = 1$
- enačbe v obliki matrik
- $\frac{d}{dt} = p$, $p\Theta = \omega = \dot{\Theta}$
- $P > 0$ ⇒ iz vira v stroj
- smer vrtenja proti smeri ure
- $P_{meh} > 0$, če „odteka" po gredi v breme (mehansko)
- $M_{motorski}$ je pozitiven, M_{gen} je negativen

Smer električne moči je pozitivna, kadar priteka iz zunanjega vira v stroj.

NAPETOSTNA RAVNOTEŽJA

Za model iz slike veljajo enačbe za rotorska in statorska navitja:

$$\boxed{u_a = i_a R_a + \frac{d\Psi_a}{dt}} \qquad \boxed{u_x = i_x R_x + \frac{d\Psi_x}{dt}}$$

$$\boxed{u_b = i_b R_b + \frac{d\Psi_b}{dt}} \qquad \boxed{u_y = i_y R_y + \frac{d\Psi_y}{dt}}$$

Ko vse zgornje enačbe zložimo v matriko, dobimo:

$$[u] = [R][i] + \frac{d}{dt}[\Psi]$$

- $[u]$ – stolpična matrika napetosti na sponkah navitij
- $[R]$ – diagonalna matrika upornosti navitij
- $[i]$ – stolpična matrika tokov v navitjih
- $[\Psi]$ – stolpična matrika magnetnih sklepov navitij

$$\boxed{[\Psi] = [L][i]}$$

→ matrika mag. sklepov je produkt kvadratne matrike lastnih in medsebojnih induktivnosti ($L_{ab} = L_{xy} = 0$ ⇒ isti dul stroja) in stolpične matrike tokov v navitjih

$$[\Psi] = \begin{bmatrix} L_{aa} & 0 & L_{ax} & L_{ay} \\ 0 & L_{bb} & L_{bx} & L_{by} \\ L_{xa} & L_{xb} & L_{xx} & 0 \\ L_{ya} & L_{yb} & 0 & L_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_x \\ i_y \end{bmatrix}$$

$L_{ik} = L_{ki}$ ⇓ matrika induktivnosti je tudi simetrična

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_x \\ u_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + pL_{aa} & 0 & pL_{ax} & pL_{ay} \\ 0 & R_b + pL_{bb} & pL_{bx} & pL_{by} \\ pL_{xa} & pL_{xb} & R_x + pL_{xx} & 0 \\ pL_{ya} & pL_{yb} & 0 & R_y + pL_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_x \\ i_y \end{bmatrix}$$

NAPETOSTNA RAVNOTEŽNA ENAČBA

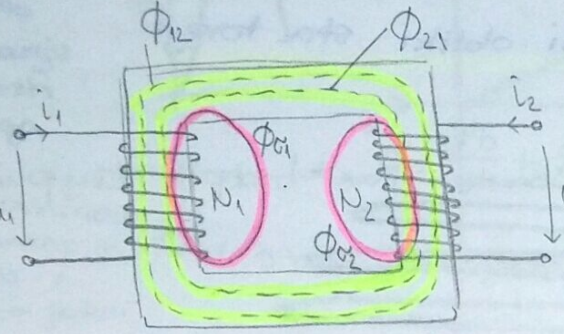
p – operator odvajanja = !pazi kje ga pišeš, saj mora veljati na celotnem produktu (Li), zato mora biti vedno napisan pred induktivnostjo

IMPEDANČNA MATRIKA $[Z] = [R] + [L]$

↓ kvadratna in simetrična

TRANSFORMATOR

MAGNETNA POLJA V TRANSFORMATORJU Z DVEMA NAVITJEMA (1-f TR)



Česta obe navitji naviti koncentrično na enem stebru je po navadi NN navitje na notranji strani bližje jedru in VN navitje na zunanji strani bolj oddaljeno od jedra.

Magnetne pretoke v jedru ločimo na:

- $\Phi_{12}, \Phi_{21} \rightarrow$ razprostirata se v Fe jedru in inducirata napetosti v navitjihi prenašata tudi električno moč iz enega navitja v drugega.
- $\Phi_{\sigma 1}, \Phi_{\sigma 2} \rightarrow$ sklepata se vsak okoli svojega navitja in zato inducirata napetost samo v lastnem navitju; imenujemo ju razsuta MP. ne prispevata k prenosu moči

V teoriji polja veljata enačbi:

$$\Phi_1 = \Phi_{12} + \Phi_{21} + \Phi_{\sigma 1} = \Phi_m + \Phi_{\sigma 1}$$

$$\Phi_2 = \Phi_{21} + \Phi_{12} + \Phi_{\sigma 2} = \Phi_m + \Phi_{\sigma 2}$$

Tu sta fluksa Φ_{12} in Φ_{21} združena v MP $\Phi_m \rightarrow$ glavni magnetni fluks.

V vezni teoriji pa veljata enačbi:

$$\boxed{\Phi_1 = \Phi_{\sigma 1} + \Phi_{12} + \Phi_{21} = \Phi_{11} + \Phi_{21}}$$

$$\boxed{\Phi_2 = \Phi_{\sigma 2} + \Phi_{21} + \Phi_{12} = \Phi_{22} + \Phi_{12}}$$

oba se sklepata z obema navitjema

Tu pa združimo lastni sklepni fluks in lastni razsuti fluks.

$$\Phi_{11} = \Phi_{\sigma 1} + \Phi_{12}, \quad \Phi_{22} = \Phi_{\sigma 2} + \Phi_{21}$$

VEZNA TEORIJA TRANSFORMATORJA

Napetostni ravnotežni enačbi:

$$\boxed{u_1 = R_1 + \frac{d\Psi_1}{dt}}$$

$$\boxed{u_2 = R_2 + \frac{d\Psi_2}{dt}}$$

Magnetna sklepa zapišemo kot:

$$\boxed{\Psi_1 = N_1 \cdot \Phi_{11} + N_1 \cdot \Phi_{21}}$$

$$\boxed{\Psi_2 = N_2 \cdot \Phi_{22} + N_2 \cdot \Phi_{12}}$$

Zapišemo časovna odvoda magnetnih sklepov:

$$\boxed{\frac{d\Psi_1}{dt} = N_1 \frac{d\Phi_{11}}{di_1} \cdot \frac{di_1}{dt} + N_1 \cdot \frac{d\Phi_{21}}{di_2} \cdot \frac{di_2}{dt} = L_{11} p i_1 + L_{12} p i_2}$$

$p = \frac{d}{dt}$ ČASOVNI ODVOD

Tok i_1 vzbudi Φ_{11} in Φ_{12}, i_2 pa vzbudi Φ_{22} in Φ_{21}.

$$\boxed{L_{21} = L_{12}}$$

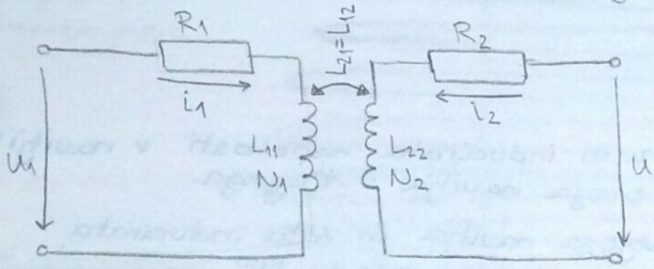
$$\boxed{\frac{d\Psi_2}{dt} = N_2 \cdot \frac{d\Phi_{22}}{di_2} \cdot \frac{di_2}{dt} + N_2 \cdot \frac{d\Phi_{12}}{di_1} \cdot \frac{di_1}{dt} = L_{22} p i_2 + L_{21} p i_1}$$

Napetostni ravnotežni enačbi v matrični obliki sta torej:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + L_{11}p & L_{12}p \\ L_{21}p & R_2 + L_{22}p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

$$u_x = R_{xx} + \frac{d\Psi_x}{dt} = R_{xx} + L_{xx} p i_x + L_{xy} p i_y$$

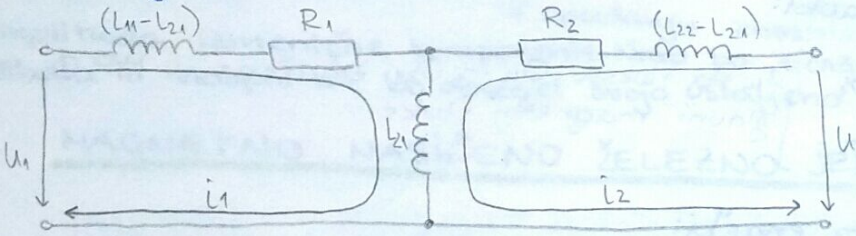
p je za induktivnostjo ker odvajamo samo tok!



To vezje ustreza zgornji matrični enačbi.

V tem vezju ni nobenih induciranih napetosti zato je to popolnoma pasivno vezje.

- Če to vezje še nekoliko razčlenimo dobimo:



To še vedno ni induciranih napetosti. Se pa to vezje velikokrat uporablja pri analizi prehodov od enega ustaljenega stanja do drugega ustaljenega stanja.

enačba pa dobi obliko:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + ((L_{11}-L_{21}) + L_{21})p & L_{21}p \\ L_{12}p & R_2 + ((L_{22}-L_{21}) + L_{21})p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

zaradi odštevanja $[(L_{11}-L_{21})$ in $(L_{22}-L_{21})]$ običajno naredimo napako, ki je lahko precej velika

Parametre TR za nadomestno vezje določimo s tremi preizkusi. Preizkus z enosmernim tokom, preizkus kratkega stika in preizkus prostega teka.

PREDNOSTI IN SLABOSTI UPORABE TEORIJE POLJA IN VEZNE TEORIJE

TEORIJA POLJA

+ s pomočjo teorije polja lahko konstruiramo stroje
+ parametre nadomestnega vezja določimo direktno iz konstrukcije
+ enostavne meritve
- samo za ustaljena obratovalna stanja
+ linearno nadomestno vezje brez vplivov nasičenja

VEZNA TEORIJA

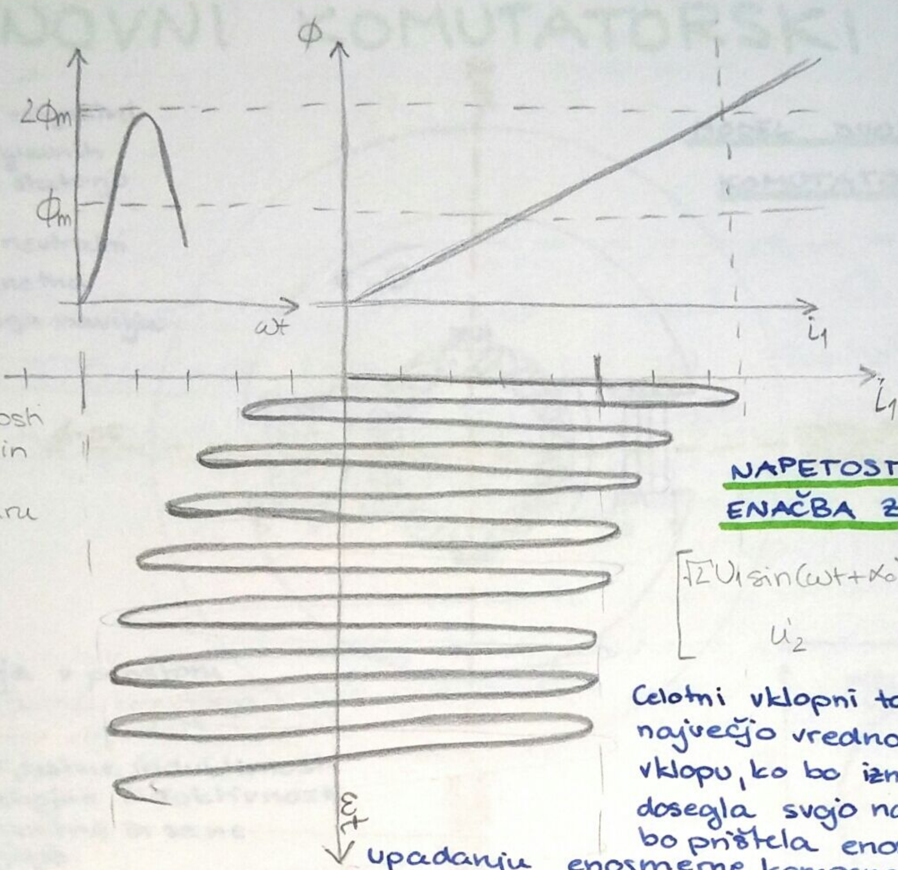
- samo z uporabo vezne teorije konstruiranje strojev ni mogoče
+ enostavna obravnava prehodnih pojavov iz enega ustaljenega stanja v drugega
+ enotno matematično izhodišče za vse stroje
- nadomestno vezje temelji na mag. sklepih in na induktivnostih (upornosti ni, zato lahko pride do velikih napak)
+ v principu linearna

VKLOP TRANSFORMATORJA V PROSTEM TEKU

LINEARNO MAGNETENJE JEDRA, BREZ NASIČENJA IN BREZ HISTEREZE

Potek vklopnega toka ob upoštevanju linearnosti železnega jedra

↳ vse induktivnosti so konstantne in ni izgub v železnem jedru



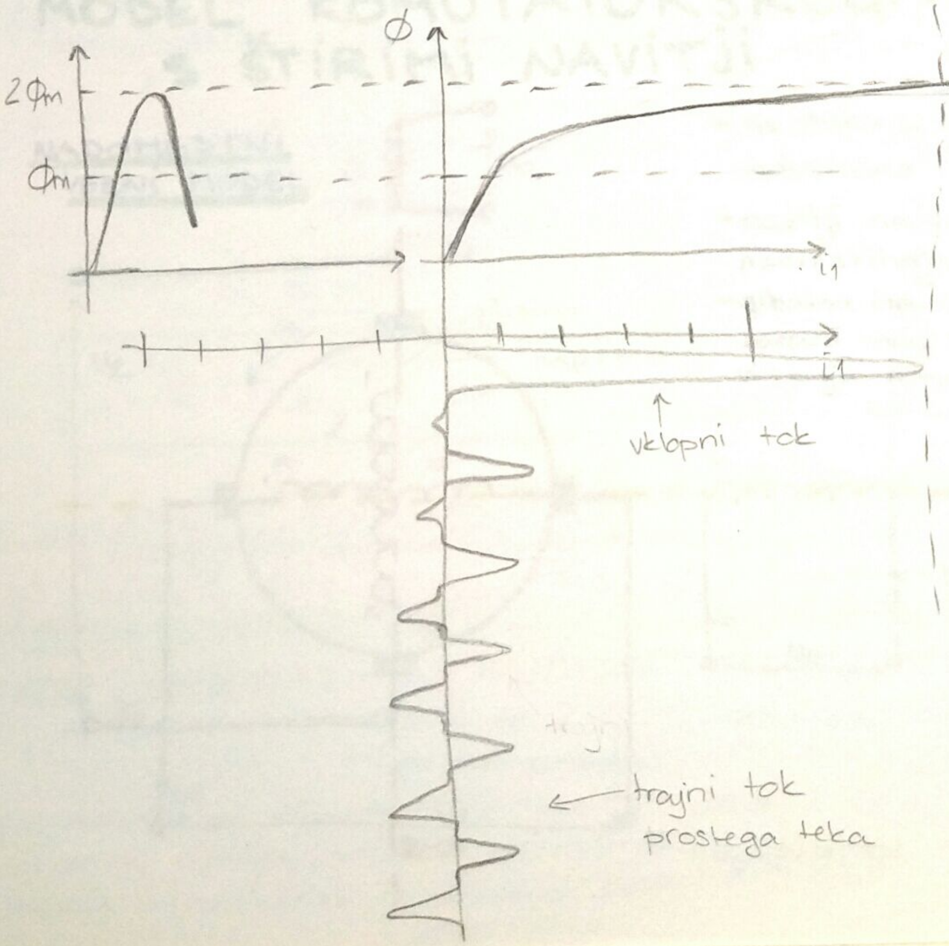
Primarni vklopni tok ima dve komponenti. Prva komponenta je izmenična in predstavlja trajni tok prostega teka. Druga komponenta je enosmerna izenačevalna in usiha s časovno konstanto PT.

NAPETOSTNA RAVNOTEŽNA ENAČBA ZA PROSTI TEK

$$\begin{bmatrix} \sqrt{2}U_1 \sin(\omega t+\alpha_0) \\ u_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1+pL_{11} & pL_{12}' \\ pL_{12}' & R_2'+pL_{22}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Celotni vklopni tok bo dosegel svojo največjo vrednost v prvi polperiodi po vklopu, ko bo izmenična komponenta dosegla svojo največjo vrednost in se bo prištela enosmerni. Pri počasnem upadanju enosmerne komponente bo to skoraj dvojna amplituda izmenične komponente. Nato bo s časom enosmerna komponenta usihala in vklopni tok bo dosegel svojo ustaljeno izmenično vrednost.

MAGNETNO NASIČENO ŽELEZNO JEDRO



Vklopni tok lahko doseže zaradi nasičenja tudi do 200-kratno vrednost toka PT v ustaljenem stanju. To je lahko nekajkratna vrednost nazivnega toka TR.

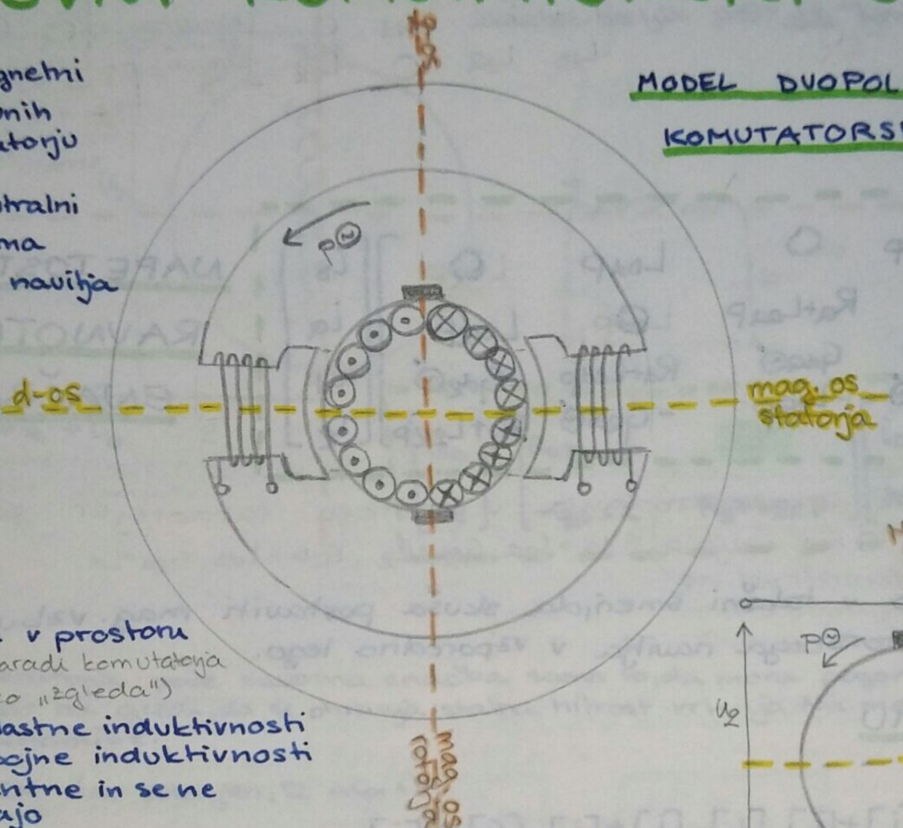
Pojavi v nasičenju hitreje izzvenijo kot pri nenasičenem jedru. Vklopni tok vsebuje izrazito drugo harmonsko komponento in vse nadaljnje sode harmonike. Druga harmonska komponenta toka izgine, ko izzveni enosmerni izenačevalni tok.

KOMUTATORSKI STROJI

OSNOVNI KOMUTATORSKI STROJ

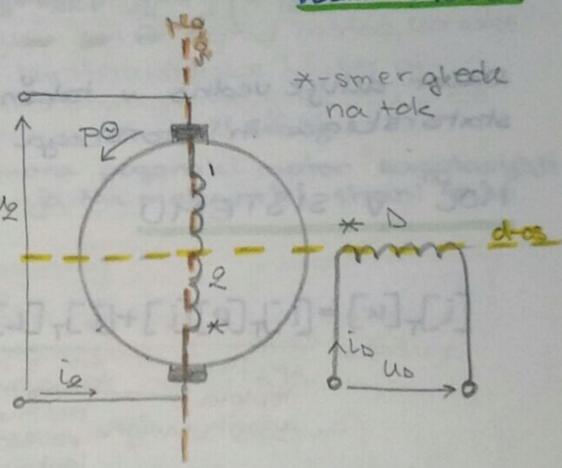
d-os leži v magnetni simetrali glavnih polov na statorju

q-os je v nevtralni coni, magnetna os rotorskega navitja



MODEL DVOPOLNEGA KOMUTATORSKEGA STROJA

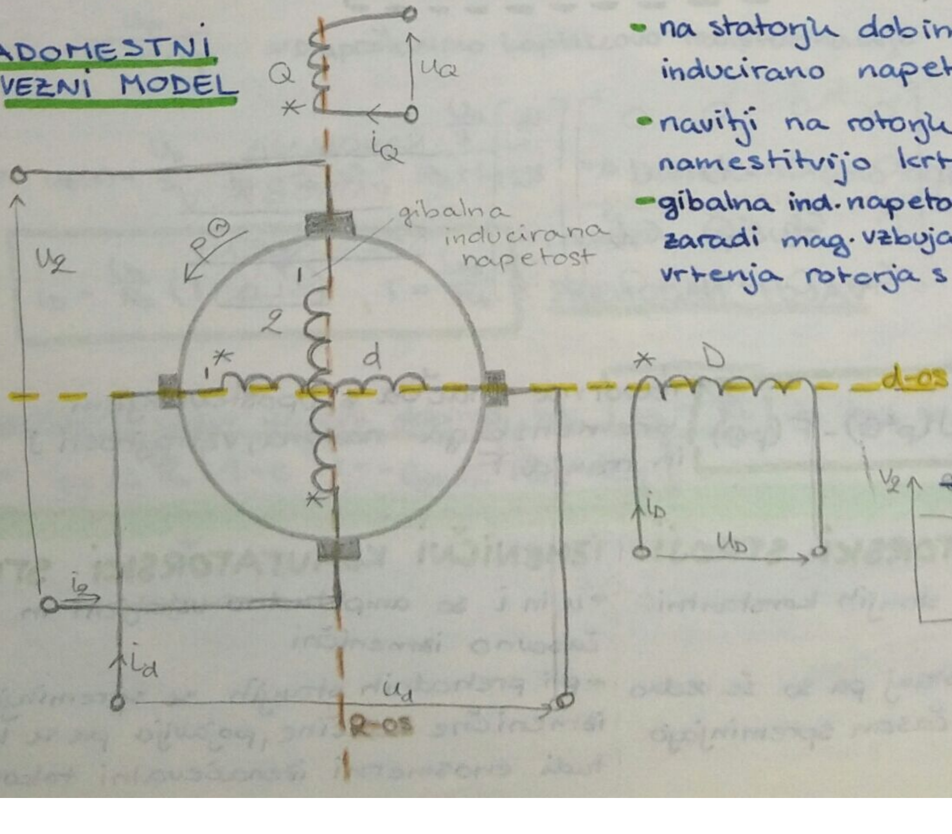
NADOMESTNI VEZNI MODEL



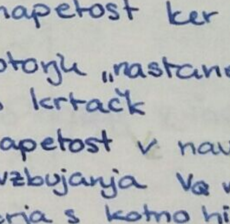
- vsa navitja v prostoru mirujejo (zaradi komutatorja navzven tako „zgleda")
- upornosti, lastne induktivnosti in medsebojne induktivnosti so konstantne in se ne spreminjajo

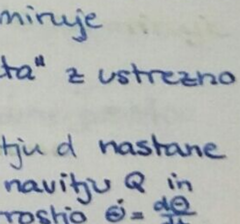
MODEL KOMUTATORSKEGA STROJA S ŠTIRIMI NAVITJI

NADOMESTNI VEZNI MODEL



- na statorju dobimo le transformatorsko inducirano napetost ker miruje
- navitji na rotorju „nastaneta" z ustrezno namestitvijo krtačk
- gibalna ind. napetost v navitju d nastane zaradi mag. vzbujanja V_Q v navitju Q in vrtenja rotorja s kotno hitrostjo $\dot{\Theta} = \frac{d\Theta}{dt}$





$$\boxed{[u]=[Z][i] \Rightarrow [u]=[R][i]+[L]p[i]+[G]\dot{\Theta}[i]}$$

napetostna ravnotežna enačba v skrajšani obliki

$$[R]=\begin{bmatrix} R_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_q \end{bmatrix} \qquad [L]=\begin{bmatrix} L_{DD} & 0 & L_{Dd} & L_{Dq} \\ 0 & L_{QQ} & L_{Qd} & L_{Qq} \\ L_{dD} & L_{dQ} & L_{dd} & 0 \\ L_{qD} & L_{qQ} & 0 & L_{qq} \end{bmatrix}$$

namesto oznake za induktivnost

$G\cdot\dot{\Theta}$ so koeficienti gibalne inducirane napetosti

$$[G]=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{dQ} & 0 & G_{dq} \\ -G_{qD} & 0 & -G_{qd} & 0 \end{bmatrix}$$

→ + v tuljavi kjer sta tr. in gib. Ui na enaki strani

$$\boxed{[u]=\begin{bmatrix} u_D \\ u_Q \\ u_d \\ u_q \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} R_D+L_{DD}p & 0 & L_{Dd}p & L_{Dq}p \\ 0 & R_Q+L_{QQ}p & L_{Qd}p & L_{Qq}p \\ L_{dD}p & G_{dQ}\dot{\Theta} & R_d+L_{dd}p & G_{dq}\dot{\Theta} \\ -G_{qD}\dot{\Theta} & L_{qQ}p & -G_{qd}\dot{\Theta} & R_q+L_{qq}p \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_D \\ i_Q \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix}}$$

NAPETOSTNA RAVNOTEŽNA ENAČBA

Če bi bili mag. pretoki in mag. vzbujanja v prostoru razporejeni po sinusnem zakonu, potem bi pri $\dot{\Theta}=\omega$ veljalo $G_{dQ}=L_{qQ}$, $G_{dq}=L_q$, $G_{qD}=L_{dD}$, $G_{qd}=L_d$.

Navor deluje vedno v takšni smeri, da skuša postaviti mag. vzbujanji statorskega in rotorskega navitja v vzporedno lego.

MOČ V SISTEMU

$$[i]_T[u]=\underbrace{[i]_T[R][i]}_{\text{izgubna toplota v uporih navitja}}+\underbrace{[i]_T[L]p[i]}_{\text{moč s katero se polnijo in praznijo MP povezana z lastnimi in medsebojnimi L}}+\underbrace{[i]_T[G]\dot{\Theta}[i]}_{\text{pri stoječem rotorju ta del odpade saj predstavlja mehansko moč}}$$

MEHANSKA MOČ NA GREDI

$$P_{meh}=[i]_T[G]\dot{\Theta}[i]=M\cdot\dot{\Theta} \Rightarrow \boxed{M=\frac{P_{meh}}{\dot{\Theta}}=[i]_T[G][i]}$$

→ ta enačba je uporabna vedno kadar statorske in rotorske osi mirujejo ene proti drugim

$$M=\begin{bmatrix} i_D & i_Q & i_d & i_q \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{dQ} & 0 & G_{dq} \\ -G_{qD} & 0 & -G_{qd} & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_D \\ i_Q \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix}$$

NAVORNA ENAČBA V RAZŠIRJENI OBLIKI

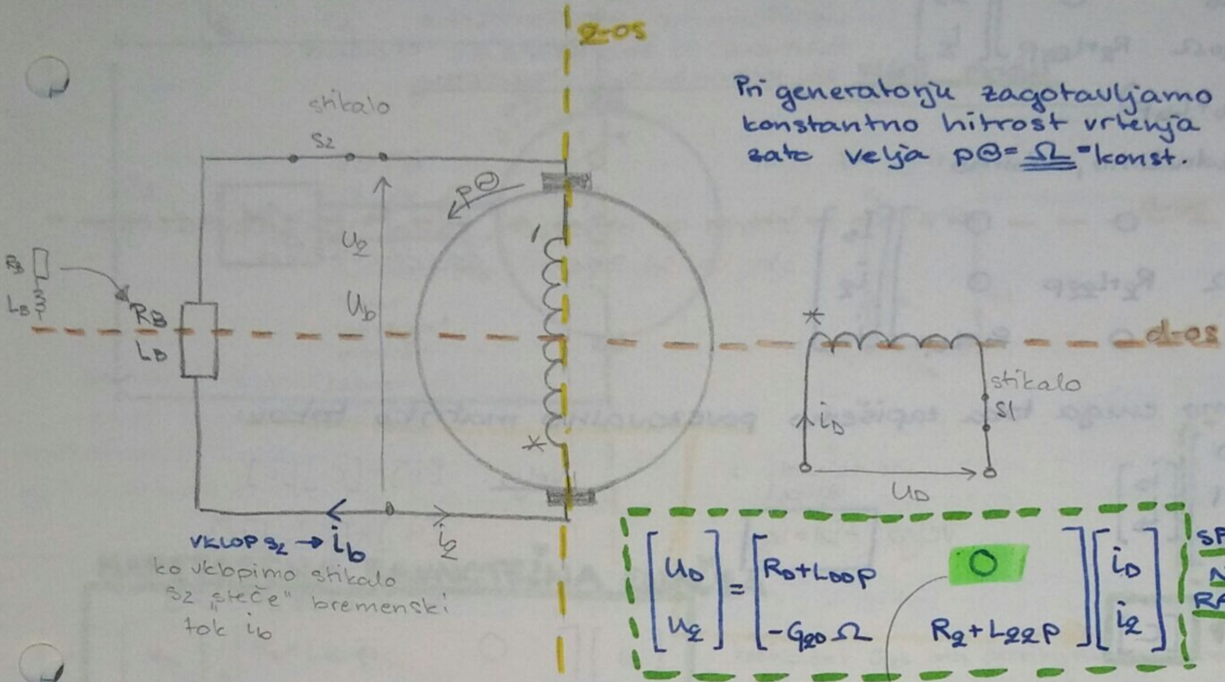
$$\boxed{\pm M_B=\sum i_x i_y G_{xy}-J(p^2\Theta)-F(p\Theta)}$$

navorna enačba z upoštevanjem bremenskega navora, vztrajnosti J in trenja F

ENOSMERNI KOMUTATORSKI STROJI:
- M, u in i so pri ustaljenih stanjih konstantni in enosmerni
- pri obravnavi prehodnih stanj pa so še vedno enosmerni vendar se s časom spreminjajo

IZMENIČNI KOMUTATORSKI STROJI:
- u in i so amplitudno ustaljeni in časovno izmenični
- pri prehodnih stanjih se spreminjajo izmenične količine, pojavijo pa se lahko tudi enosmerni izenačevalni tokovi

TUJE VZBUJAN ENOSMERNI GENERATOR



Pri generatorju zagotavljamo konstantno hitrost vrtenja zato velja $p\Theta = \underline{\Omega} =$ konst.

$$\begin{bmatrix} u_D \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D + L_{DD}p & 0 \\ -G_{2D}\Omega & R_2 + L_{22}p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_D \\ i_2 \end{bmatrix}$$

SPLOŠNA NAPETOSTNA RAVNOTEŽNA ENAČBA

ni transformatorske Ui, ker ni medsebojnega mag. sklopa med D in 2 navitji!!! PAZI!!!

V primeru generatorja pove navorna enačba samo to, da mora pogonski motor zagotavljati potrebni navor na gredi, da se ohranja stalna hitrost vrtenja. Na mehanski strani tako ni nobene dinamike.

PROSTI TEK (S1 sklenjen, S2 odprt)

$i_2 = 0$

$$\boxed{u_2 = -G_{2D}\Omega i_D = -E_g} \Rightarrow \boxed{i_D = \frac{u_D}{L_{DD}p + R_D}}$$

Aktiven del enačbe popisuje samo statorsko navitje. Enačba rotorskega dela pa popisuje inducirano napetost na krtačkah.

(zapišemo matriko, $i_2 = 0$, in je vse logično)

1) Dogajanje pri vklopu stikala S1:

$$i_D = \frac{u_D}{R_D + L_{DD}p} \Rightarrow \text{upoštevamo Laplaceovo transformacijo}$$

$$\Rightarrow u_D(s) = \frac{U_D}{s} \quad \text{in} \quad i_D(s) = \frac{\frac{U_D}{s}}{R_D + L_{DD}s} \Rightarrow \text{transformiramo nazaj v časovni prostor}$$

časovna konstanta prostega teka

$$\boxed{i_D = \frac{U_D}{R_D}\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right), \; T = \frac{L_{DD}}{R_D}}$$

enačba opisuje **PREHODNI POJAV**

Ko prehodni pojav izzveni dobimo tok $\boxed{I_D = \frac{U_D}{R_D}}$ in ind. napetost na krtačkah

$$\boxed{u_2 = \underbrace{-G_{2D}\Omega\frac{U_D}{R_D}\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)}_{\text{med prehodnim pojavom}} = \underbrace{-G_{2D}\Omega\frac{U_D}{R_D}}_{\text{v ustaljenem stanju}} = -E_g}$$

Stikalo S1 je stalno vključeno. Vklopimo stikalo S2:

$$\begin{bmatrix} u_D \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D & 0 \\ -G_{2D}\Omega & R_2+L_{22}p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_D \\ i_2 \end{bmatrix}$$

zapišemo matriko v kateri že upoštevamo stacionarne razmere in zapišemo še enačbo za bremenski tokokrog

$$u_b = i_b(R_b + L_b p)$$

Če enačbi združimo, dobimo:

$$\begin{bmatrix} u_D \\ u_2 \\ u_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D & 0 & 0 \\ -G_{2D}\Omega & R_2+L_{22}p & 0 \\ 0 & 0 & R_b+L_b p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_D \\ i_2 \\ i_b \end{bmatrix}$$

želimo si poiskati tako transformacijo, da bi se znebili enega toka

Da se znebimo enega toka zapišemo povezovalno matriko tokov:

$$\begin{bmatrix} i_D \\ i_2 \\ i_b \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{[C]} \begin{bmatrix} i_D \\ i_b \end{bmatrix}$$

to se vidi iz slike! velja $\boxed{-i_d = i_2}$

Velja: $[i] = [C][i']$

$[u'] = [C]_T [u]$

$[z'] = [C]_T [z][C]$

Sedaj lahko zapišemo novo matriko:

$$\begin{bmatrix} u_D \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D & 0 \\ G_{2D}\Omega & (L_2+L_B)p + (R_2+R_B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_D \\ i_B \end{bmatrix}$$

$u_B - u_2 = 0 \Rightarrow$ v sklenjenem rotorskem tokokrogu ni nobene zunanje napetosti

$$\boxed{E_2 = G_{2D}\Omega I_D}$$

↳ stalna Ui, ki žene bremenski tok i_B

$$\boxed{T_2 = \frac{L_2+L_B}{R_2+R_B}}$$

↳ časovna konstanta

$$\boxed{i_b(t) = \frac{-E_2}{R_b+R_2}\left(1 - e^{-\frac{t}{T_2}}\right) \Rightarrow I_B = \frac{-E_g}{R_2+R_B}}$$

↳ bremenski tok med prehodnim pojavom

↳ bremenski tok po izvenu PP

2) S2 vključen, zunanji pogon vrti rotor, nato vklop stikala S1:

$$\begin{bmatrix} u_D \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_D p + R_D & 0 \\ G_{2D}\Omega & (L_2+L_B)p + (R_2+R_B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_D \\ i_b \end{bmatrix}$$

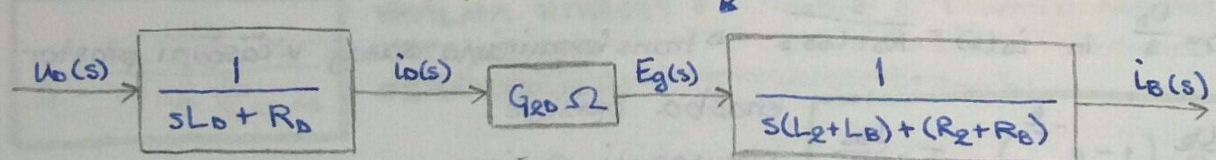
upoštevati moramo vsiljeno skočno spremembo u_D, ki oživi bremenski tokokrog

* Bremenski tokokrog je sklopljen z vzbujalnim preko inducirane napetosti.

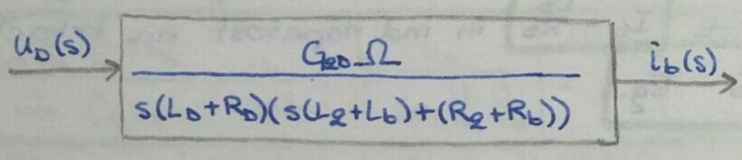
* Vzbujalni tokokrog pa je samostojen ⇒ in ni povratnega vpliva iz bremenskega tokokroga.

BLOKOVNI DIAGRAM

RAZČLENJEN



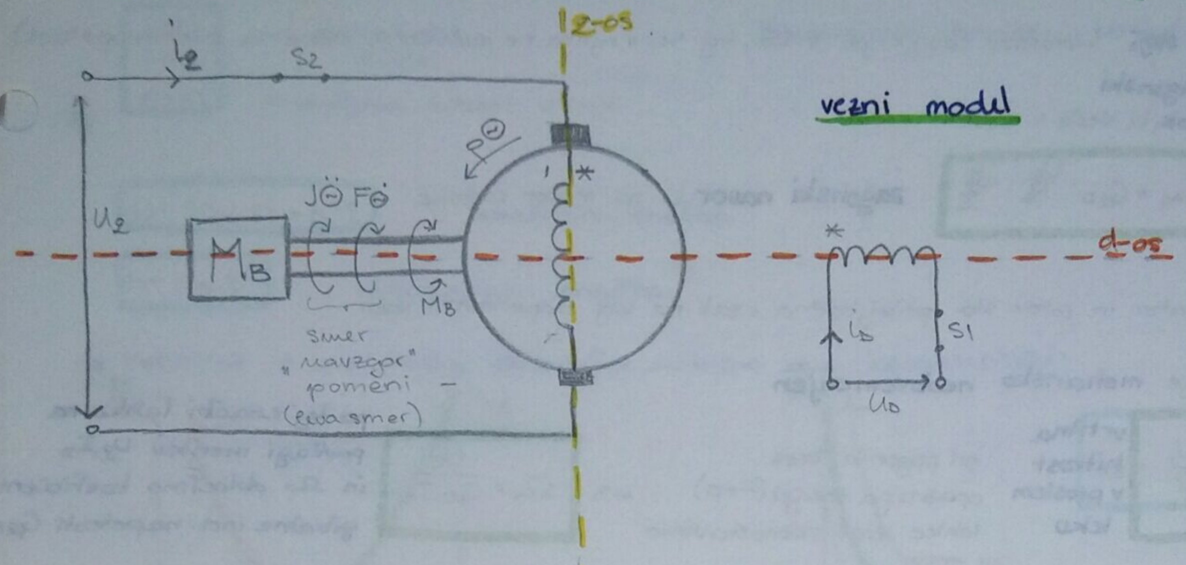
ZDRUŽEN



Opazujemo spremembo toka i_b glede na spremembo vhodne napetosti u_D. Nato sprememba vzbujalnega toka inducira napetost E_g na rotorju. E_g pa žene bremenski tok i_B preko impedanc rotorskega navitja in bremena.

Dan sistem lahko rešimo tudi analitično.

TUJE VZBUJAN ENOSMERNI MOTOR



NAPETOSTNA RAVNOTEŽNA ENAČBA

$$\begin{bmatrix} u_D \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D + L_{DD}p & 0 \\ G_{2D}\dot{\Theta} & R_2 + L_{22}p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_D \\ i_2 \end{bmatrix}$$

koeficient G_{2D} ima pozitivni predznak, s tem je doseženo običajno ravnotežje med vsiljeno in inducirano napetostjo (pri motorju si vedno nasprotujeta, njuna razlika pa je ΔU_R padec U na rotorskih impedancah)

MEHANSKA RAVNOTEŽNA ENAČBA

$$\pm M_B + J\ddot{\Theta} + F\dot{\Theta} = G_{2D} i_D i_2$$

$+M_B$ = motorsko delovanje (zavorni)
$-M_B$ = generatorsko delovanje (pogonski)

USTALJENO OBRATOVANJE (stikali S_1 in S_2 sta vključeni, prehodni pojav je že minil)

$U_D = \text{konst.}$, $U_2 = \text{konst.}$, $\dot{\Theta} = \Omega = \text{konst.}$

→ to pride iz matrike, p=0 v ustaljenem stanju

$$\boxed{\begin{aligned} U_D &= I_D R_D \\ U_2 &= I_D G_{2D} \Omega + I_2 R_2 \\ \pm M_B + F\underset{\Omega}{\dot{\Theta}} &= G_{2D} I_2 I_D \end{aligned}}$$

ta dva toka izrazimo iz napetostnih ravnotežnih enačb

NAPETOSTNI IN MEHANSKA RAVNOTEŽNA ENAČBA

Statorski tok I_D je neodvisen od dogajanj v motorju in se ga da vedno uravnavati z napetostjo U_D ali predupori v rotorskem tokokrogu.

VRTILNA HITROST V USTALJENEM OBRATOVANJU

$$\Omega = \frac{G_{2D}\frac{U_D U_2}{R_D R_2} \pm M_B}{F + G_{2D}^2 \frac{U_D}{R_D R_2} I_D}$$

izrazimo jo s pomočjo napetostnih ravnotežnih enačb in mehansko ravnotežno enačbo

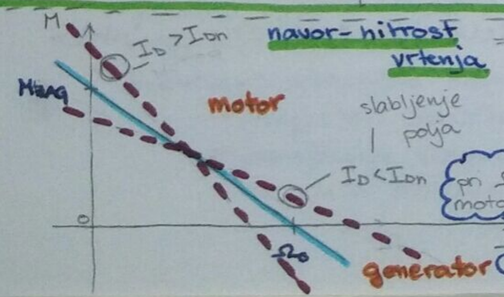
V ustaljenem obratovanju motorja se hitrost vrtenja spreminja od vrednosti v PT (Ω_0) do mirovanja. Pri zanemarljivem trenju lahko enačbo za kotno hitrost še poenostavimo:

$$\Omega = \frac{G_{2D}\frac{U_D}{R_D}\cdot\frac{U_2}{R_2} \pm M_B}{G_{2D}^2 \frac{U_D}{R_D R_2} I_D} = \frac{U_2}{G_{2D} I_D}\left[1 \pm \frac{M_B}{G_{2D}\frac{U_D}{R_D}\frac{U_2}{R_2}}\right] = \underbrace{\Omega_0}_{\text{vrtilna hitrost v PT}}\left(1 \pm \frac{M_B}{\underbrace{M_{zag}}_{\text{zagonski navor}}}\right)$$

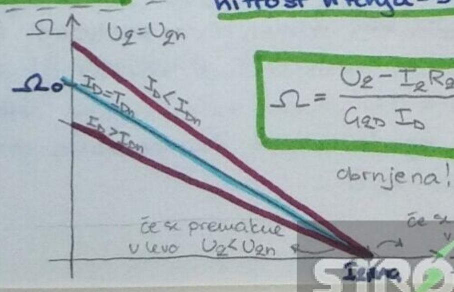
v stacionarnem stanju zelo počasi spreminjamo breme in dobimo Ω

navor-hitrost vrtenja

=> karakteristika navora v odvisnosti od hitrosti vrtenja



hitrost vrtenja-bremenski tok



$$\boxed{\Omega = \frac{U_2 - I_2 R_2}{G_{2D} I_D}}$$

napetostna ravnotežna enačba za rotorski tokokrog — obrnjena!

ŽAGON oziroma STEK MOTORJA

$\boxed{\Omega=0}$, ker **rotor stoji** (rotorsko navitje je v KS, saj se v njem ne inducira nobena protinapetost)

$\boxed{I_{2,ZAG} = \frac{U_2}{R_2}}$ **zagonski tok**, ki steče v rotor

$\boxed{M_{ZAG} = G_{2D} I_D I_{2,ZAG} = G_{2D}\frac{U_D}{R_D}\cdot\frac{U_2}{R_2}}$ **zagonski navor**, ki ga motor razvije

PROSTI TEK

- stator in rotor sta priključena vsak na svoj napetostni izvor

$\boxed{M_B=0}$ motor je **mehansko neobremenjen**

$$\boxed{\Omega_0 = \frac{G_{2D}\frac{U_D}{R_D}\frac{U_2}{R_2}}{F + G_{2D}^2 \frac{U_D}{R_D R_2} I_D}}$$

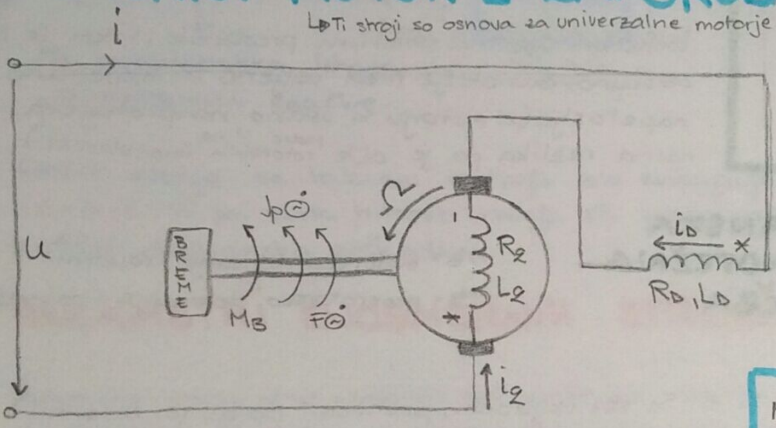
vrtilna hitrost v prostem teku

pri pogonih brez opaznega trenja ($F=0$) lahko izraz poenostavimo $\Rightarrow$ $\boxed{\Omega_0 = \frac{U_2}{G_{2D} I_D}}$

po tej enačbi lahko na podlagi meritev U_2, I_D in Ω_0 določimo koeficient gibalne ind. napetosti G_{2D}

ENOSMERNI MOTOR Z ZAPOREDNIM VZBUJANJEM

↳ Ti stroji so osnova za univerzalne motorje



NAPETOSTNA RAVNOTEŽNA ENAČBA

$$\boxed{\begin{bmatrix} u_D \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D + L_D p & 0 \\ -G_{2D}\mathring{\Omega} & R_2 + L_2 p \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_D \\ i_2 \end{bmatrix}}$$

navorna!
↳ **MEHANSKA RAVNOTEŽNA ENAČBA**

$$\boxed{M_B + Jp\mathring{\Omega} + F\mathring{\Omega} = -G_{2D}\cdot i_D \cdot i_2}$$

$i_D = i$
$i_2 = -i$

Iz slike je razvidna povezava med tokovi.

$$\boxed{\begin{bmatrix} i_D \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} i}$$

└skupni tok motorja

Iz zgornjega zapisa lahko napišemo povezovalno matriko. $\Rightarrow$

$$\boxed{\begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_D \\ u_2 \end{bmatrix} = u_D - u_2 = u}$$

skupna napetost

-transformacijska matrika $[C]$

IMPEDANCA

$$\boxed{\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}}_{[C]^T}\begin{bmatrix} R_D + L_D p & 0 \\ -G_{2D}\mathring{\Omega} & R_2 + L_2 p \end{bmatrix}\underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}}_{[C]} = R_D + R_2 + (L_D + L_2)p + G_{2D}\mathring{\Omega} = R + Lp + G_{2D}\mathring{\Omega} = Z}$$

Z upoštevanjem zgornjih enačb lahko zapišemo sistemski enačbi:

$$\boxed{u = (G_{2D}\mathring{\Omega} + \underbrace{R}_{R_D + R_2} + \underbrace{Lp}_{L = L_D + L_2})i}$$

NAPETOSTNA RAVNOTEŽNA ENAČBA

$$\boxed{G_{2D} i^2 - M_B - Jp\mathring{\Omega} - F\mathring{\Omega} = 0}$$

NAVORNA RAVNOTEŽNA ENAČBA

Ti dve enačbi sta namenjeni predvsem numeričnemu reševanju. Analitično ju lahko rešimo samo v določenih obratovalnih stanjih.

OBRAVNAVA USTALJENEGA STANJA

$\boxed{\begin{matrix} u=U \\ i=I \\ \dot{\Theta}=\Omega \end{matrix}}$ } enosmerni veličini

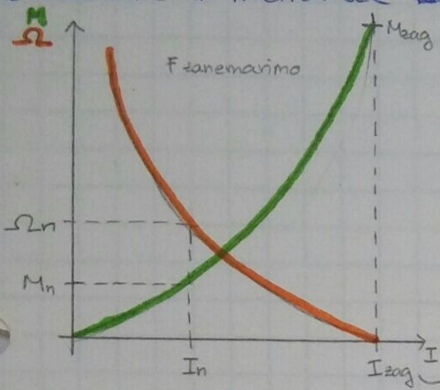
$\dot{\Theta}=\Omega$ → ustaljena hitrost vrtenja

Diferencialni operator $p=0$ (odvod konstante $=0$).

$\boxed{U=(G_{ED}\Omega+R)I}$ električna enačba

$\boxed{M=G_{ED}I^2}$ mehanska enačba

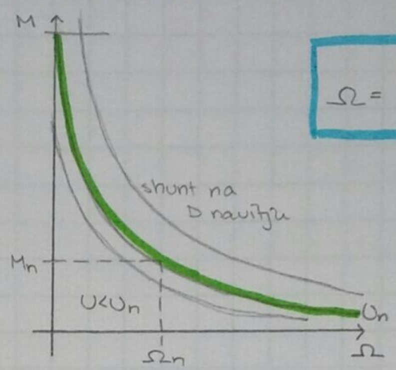
Iz električne in mehanske enačbe dobimo dve karakteristiki:



$\boxed{I_{zag}=\frac{U}{R},\ \Omega=0}$

ko rotor se stoji

Ta karakteristika izhaja iz mehanske enačbe.



$$\boxed{\Omega=\frac{1}{G_{ED}}\left(U\sqrt{\frac{G_{ED}}{M}}-R\right)}$$

Iz enačbe za U izrazimo I in nato vstavimo v enačbo M.

Hitrost vrtenja se takemu motorju zelo zmanjšuje pri povečevanju obremenitve. Pri razbremenitvi ($M\to 0, I\to 0$) pa raste hitrost vrtenja Ω preko vseh meja. Motor pobegne in ga zaustavi šele kakšna mehanska poškodba.

PARAMETRI ENOSMERNIH STROJEV ZA VEZNO TEORIJO k.137

Parametre enosmernih strojev se običajno določa s tremi preizkusi, pri stoječem rotorju, pri vrtečem se rotorju s konstantno hitrostjo vrtenja in z izmenično ali impulzno napetostjo.

Prvi preizkus

- stoječ rotor, $\Omega=0$
- razvežemo navitja (nastane stroj s tujim vzbujanjem brez bremenskega tokokroga)
- najprej se z merjenjem U_Q in I_Q določi R_Q (upornost rotorskega tokokroga $R_Q=U_Q/I_Q$)

R_Q: upornosti rotorskega navitja, upornost navitja komutacijskih polov, upornost kompenzacijskega navitja in prehodna upornost med komutatorjem in ščetkami

Te posamezne upornosti se lahko določi tako, da se istočasno meri še padci napetosti na sponkah posameznih navitij in padec napetosti med komutatorjem in ščetkami.

- upornost rotorskega navitja se spreminja z lego rotorja (oz. komutatorja proti ščetkam, majhne spremembe)
- običajno poiščemo R_{Qmax} in R_{Qmin} ker za nadaljne izračune uporabljamo srednjo vrednost
- R_D se določi posebej z merjenjem U_D in I_D ($R_D=U_D/I_D$)

Drugi preizkus

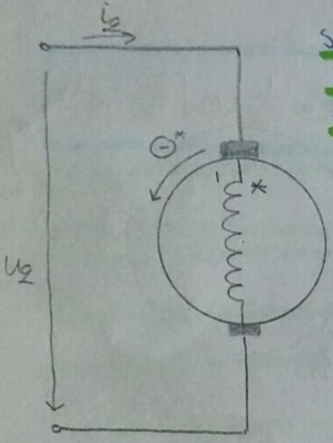
- stroj v prostem teku (ni rotorskega toka → $I_Q=0$, rotor se vrti s konstantno hitrostjo → $\Omega=$ konst.)
- merimo inducirano napetost na sponkah rotorskega navitja E ($E=G_{ED}\Omega I_D$)
- sočasno merimo hitrost vrtenja Ω in vzbujalni tok I_D (izračunamo koeficient rotacijske napetosti $G_{ED}=\frac{E}{I_D\Omega}$)
- koeficient rotacijske napetosti se močno spreminja zaradi dveh pojavov:
  - magnetno nasičenje železnega jedra stroja (lahko povzroči veliko zmanjšanje G_{ED})
  - zmanjšanje magnetnega polja glavnih polov zaradi bremenskega toka v R navitju (posledica reakcije indukta)

Tretji preizkus

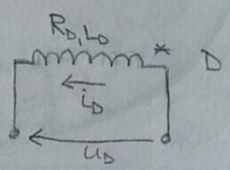
- stoječ rotor
- na vsakem navitju posebej
- rezultat sta lastni induktivnosti L_D in L_2
- pri masivnem jedru se preiskus izvede z majhnimi enosmernimi impulzi napetosti

ENOFAZNI KOMUTATORSKI MOTOR

- delujejo večno kot motorji



Splošni model komutatorskega motorja



$$\boxed{\begin{bmatrix} u_D \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D + L_D p & 0 \\ G_{2D}\dot{\Theta} & R_2 + L_2 p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_D \\ i_2 \end{bmatrix}}$$ Napetostna ravnotežna enačba

$$\boxed{M = [i]^* [G][i]}$$ elektromagnetni navor motorja

*-konjugirana vrednost

- analiza se omeji na ustaljeno obratovanje stroja (za določanje povezave statorja in rotorja)
- ustaljeno obratovanje z izmeničnimi napetostmi in tokovi → vsi morajo biti iste frekvence ($\omega = 2\pi f$)
  - → da dostaja neka stalna povprečna moč
- operator p se zamenja z $j\omega$
- U in I so kompleksna števila efektivnih vrednosti
- induktivnosti „postanejo" induktivne upornosti ($jX = j\omega L$)

⇓

$$\boxed{\begin{bmatrix} U_D \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D + jX_D & 0 \\ G_{2D}\Omega & R_2 + jX_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_D \\ I_2 \end{bmatrix}}$$ Napetostna enačba

$$M = Re\left[G_{2D} I_D I_2^*\right]$$

⇓

$$\boxed{M = G_{2D} |I_D| |I_2| \cos \varphi_{2D}}$$ Elektromagnetni navor

$\cos\varphi_{2D}$ - je fazni kot med tokoma I_D in I_2

$$i_D = \sqrt{2} I_D \sin(\omega t + \varphi_D)$$
$$i_2 = \sqrt{2} I_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$$

I_D, I_2 - efektivni vrednosti tokov

φ_D, φ_2 - kota med napetostma in tokoma (u_D, i_D in u_2, i_2)

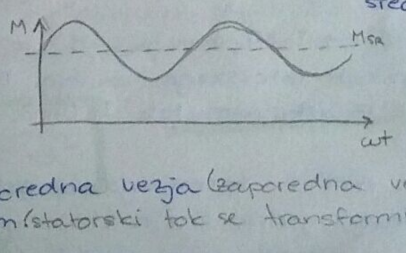
$$M = 2 G_{2D} I_D I_2 \sin(\omega t + \varphi_D) \sin(\omega t + \varphi_2)$$

⇓

$$\boxed{M = G_{2D} I_D I_2 \cos(\varphi_D - \varphi_2) - G_{2D} I_D I_2 \cos(2\omega t + \varphi_D + \varphi_2)}$$

- konstanten (neodvisen od časa)
- srednja vrednost navora
- bistveno odvisen od $\cos(\varphi_D - \varphi_2)$
- $\cos(\varphi_D - \varphi_2) = \cos\varphi_{2D}$
- sofazna toka

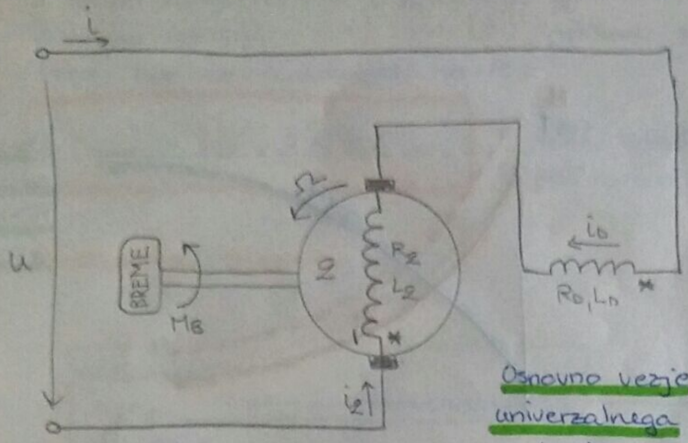
- konstantna amplituda
- pulzira z dvojno frekvenco tokov (2ω)
- $\varphi_{2D} = 0$, celotni M pulzira med 0 in dvojno srednjo vrednostjo



Najbolj primerna so zaporedna vezja (zaporedna vezava R in S) ali pa tista s kompenzacijskim navitjem (statorski tok se transformira v rotorsko navitje).

- → tu se doseže največja sofaznost tokov
- → če ni sofaznosti tokov ni srednje vrednosti navora

UNIVERZALNI MOTOR



- enofazni komutatorski zaporedno vezani motorji
- univerzalni motorji majhnih moči (obratujejo z napetostjo omrežne frekvence)
- enosmerni motorji z zaporednim vzbujanjem (delujejo na enosmernem omrežju)

Osnovno vezje univerzalnega motorja ⊲= enako kot vezje enosmernega motorja z zaporednim vzbujanjem

$$\boxed{u = (G_{ZD}\dot{\Theta} + R + Lp)\,i}$$

$$\boxed{G_{ZD}\,i^2 - M_B - Jp\dot{\Theta} - F\dot{\Theta} = 0}$$

sistemski enačbi (izhajamo iz)

$$\boxed{U = (G_{ZD}\Omega + R)\,I + jX\,I}$$

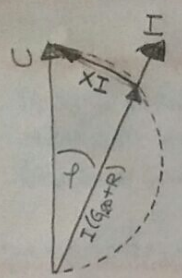
enačba, ki popisuje ustaljeno obratovanje
↳ obravnava s kompleksnimi veličinami in ustaljeno $\dot{\Theta} = \Omega$

⇓ sledi tok

$$\boxed{I = \frac{U}{G_{ZD}\Omega + R + jX} = U\,\frac{(R + G_{ZD}\Omega) - jX}{(G_{ZD}\Omega + R)^2 + X^2}}$$

tok v ustaljenem obratovanju

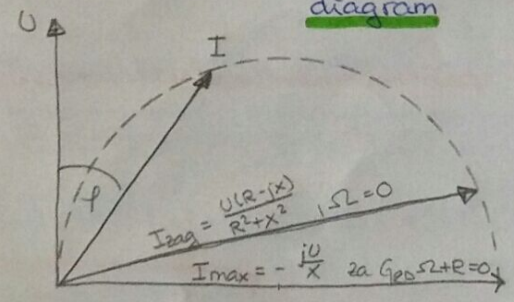
napetostni kazalčni diagram



- spreminja se hitrost vrtenja Ω
- kazalec toka se giblje po krožnici od 0 do I_{max} (I_{max} je popolnoma induktiven)

- tok doseže I_{max} pri nasprotni hitrosti vrtenja $\Omega = -\frac{R}{G_{ZD}}$, $G_{ZD}\Omega + R = 0$ ⇒ $\boxed{I_{max} = -j\frac{U}{X}}$

tokovni kazalčni diagram



$$\boxed{I_{zag} = \frac{U}{R + jX} = U\,\frac{R - jX}{R^2 + X^2}}$$

zagonski tok pri $\Omega = 0$

Za ustaljeno obratovanje enofaznega zaporedno vezanega komutatorskega motorja je pomembno poznati njegove obratovalne karakteristike.

$$\boxed{M = G_{ZD}I^2 = \frac{G_{ZD}U^2}{(G_{ZD}\Omega + R)^2 + X^2}}$$

srednja vrednost navora

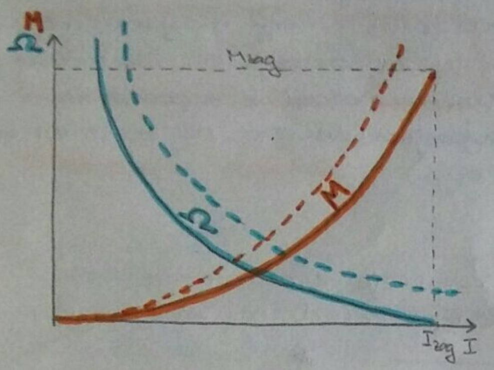
$$\boxed{I = \frac{U}{\sqrt{(G_{ZD}\Omega + R)^2 + X^2}}}$$

efektivna vrednost toka

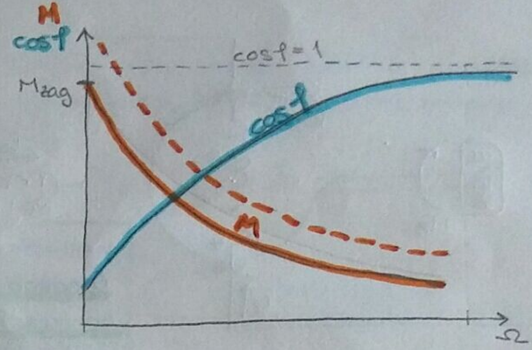
$$\boxed{\cos\varphi = \frac{(G_{aD}\Omega + R)}{\sqrt{(G_{aD}\Omega + R)^2 + X^2}}}$$

faktor moči

φ je fazni kot med zunanjo napetostjo U in motorskim tokom I



Navor odvisen od toka



Navor odvisen od hitrosti vrtenja

- polno izvlečene krivulje so za enofazno obratovanje
- črtkane krivulje so za obratovanje z enosmerno napetostjo (iste velikosti kot ef. izmenična)
- enosmerno napajanje:
  - večji zagonski tok ; za $\Omega = 0$: $\frac{U}{R} > \frac{U^2}{\sqrt{R^2+X^2}}$
  - večji zagonski navor ; za $\dot{\Theta} = \Omega = 0$: $\frac{G_{aD} U^2}{R^2} > \frac{G_{aD} U^2}{\sqrt{R^2+X^2}}$
- izmenično napajanje:
  - manjši zagonski tok
  - manjši zagonski navor
  - navor pulzira med 0 in 2·srednja vrednost → sunki navora so večji → včasih prednost pri zagonu

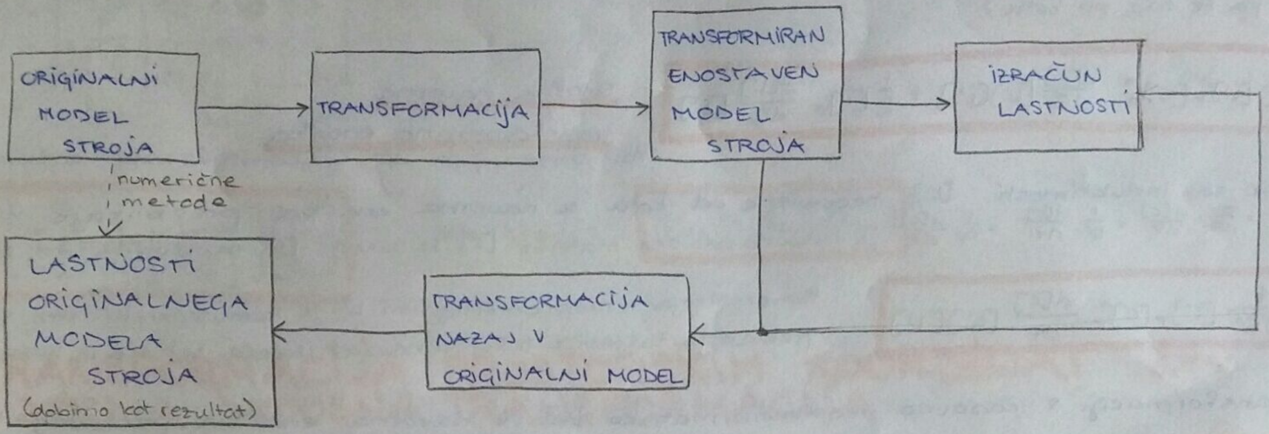
TRANSFORMACIJE OSNOVNEGA MODELA

Poznamo matriki $[u]$ in $[z]$, iščemo pa tokove $[i]=[z]^{-1}[u]$. Ko določimo matriko tokov znamo izračunati navor:

$$\boxed{\sum M_{zunanji} = \frac{1}{2}[i]_T \left\{\frac{d[L]}{d\Theta}\right\}[i]}$$

- Brez transformacije lahko veliko večino problemov rešimo le z numeričnimi metodami. Analitično jih ne znamo več rešiti.

Blokovna shema



Od transformacije se običajno zahteva, da ohranja moč:

$$\boxed{p' = [i']_T^* [u'] = p = [i][u]}$$

' je znak za transformirane količine

TRANSFORMACIJA TOKOV

$$\boxed{[i]=[C_i][i']} \Rightarrow \boxed{[i']=[C_i]^{-1}[i]}$$ ← transformacija nazaj v originalni sistem

- $[C_i]$ je kvadratna matrika
- obstajati mora inverz matrike $[C_i]$
- $[C_i]$ ima inverz kadar je regularna ?

sedaj enačba za moč izgleda tako:

$$[i']_T^*[u'] = [i]_T^*[u] = [[C_i][i']]_T^*[u] = [i']_T^*[C_i]_T^*[u]$$

potrebno je narediti še transformacijo napetosti

TRANSFORMACIJA NAPETOSTI

$$\boxed{[u']=[C_i]_T^*[u]} \Rightarrow \boxed{[u]=[C_i]_T^{*-1}[u']}$$ ← transformacija nazaj v originalni sistem

TRANSFORMACIJA IMPEDANCE

transformiran sistem: $[u']=[z'][i']$ $\Rightarrow$ originalni sistem: $[u]=[z][i]$

$$[u'] = [C_i]_T^*[u] = [C_i]_T^*[z][i] = [C_i]_T^*[z][C_i][i']$$

$$\boxed{[z'] = [C_i]_T^*[z][C_i]}$$

Tokovi in napetosti se bodo transformirali po istem principu, če bo veljalo:

- $[C_i]=[C_u]=[C]$
- $[C]_T^* = [C]^{-1}$
- $[C][C]_T^* = \underbrace{[1]}_{\text{identiteta}} = [C][C]^{-1}$
- $[C]=[C]_T^{*-1}$

TRANSFORMIRANA NAVORNA ENAČBA

- navor se ne sme spremeniti, ko se transformirajo tokovi, napetosti in impedance
- $M = \frac{1}{2}[i]_T \left\{ \frac{d[L]}{d\Theta} \right\} [i]$ navor originalnega modula
- z upoštevanjem pravil za transformiranje dobimo enačbo za navor:

$$M = \frac{1}{2}[i']_T [C]_T^* \left\{ \frac{d[C][L'][C]_T^*}{d\Theta} \right\} [C][i']$$

- s časom in kotom se spreminjajo tudi elementi matrike $[C]$ (najprej jo odvajamo po času, nato pa še čas po kotu)

$$\boxed{M = \frac{1}{2}[i']_T [C]_T^* \frac{d[C]}{d\Theta}[L'][i'] + \frac{1}{2}[i']_T \frac{d[L']}{d\Theta}[i']}$$

splošna navorna transformirana enačba

- kadar so induktivnosti $[L']$ neodvisne od kota se navorna enačba preoblikuje v:
($\frac{d[C]}{d\Theta} = \frac{dt}{d\Theta} \cdot \frac{d[C]}{dt} = \frac{1}{\Theta'} \frac{d[C]}{dt} = \frac{1}{\omega}\frac{d[C]}{dt}$, s časovno odvisno matriko $[C]$ se naredi $[L']$ neodvisne od Θ)

$$\boxed{M = \frac{1}{2\Theta'}[i']_T [C]_T^* \frac{d[C]}{dt}[L'][i']}$$

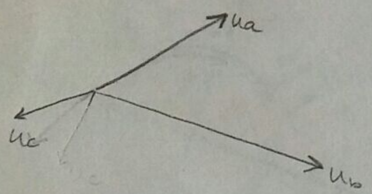
Primer stroja z nespremenljivimi L je komutatorski stroj, ki preklaplja tuljavice tako, da navzven izgleda kot ena in konst.)

- pri transformaciji s časovno neodvisno matriko $[C]$ se navorna enačba preoblikuje v:

$$\boxed{M = \frac{1}{2}[i']_T \frac{d[L']}{d\Theta}[i']}$$

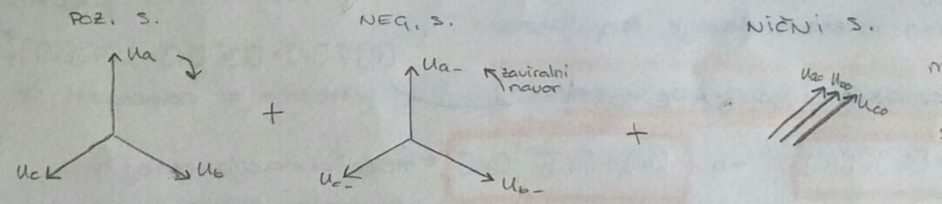
značilna pri izmeničnih strojih

ZAPOREDJE TRANSFORMACIJ



- najprej naredimo transformacijo v simetrične komponente

dobimo zaporedne transformacije



magneti v eno smer, sofazno

- vsak del simetričnih komponent (poz., neg., ničnI sistem) posebej transformiramo v sistem z dvema fazama (α, β)
- sisteme z dvema fazama nato transformiramo v sisteme z dvema enosmernima tokokrogoma (d, q)
- Če imamo že v začetku simetričen sistem ga lahko transformiramo direktno v dvofaznega.

TRANSFORMACIJA 3-f SISTEMA S SIMETRIČNIMI KOMPONENTAMI

- uporablja se pri analizi večfaznih sistemov
- kompleksna transformacija (njena transformacijska matrika $[S]$ je kompleksna) časovni premiki pri izmeničnih količinah
- m-fazni nesimetrični sistem pretvori v m simetričnih m-faznih sistemov (simetrične komponente)
- ni medsebojnega vpliva simetričnih komponent
- celotno rešitev dobimo s superpozicijo posameznih rešitev
- pri pretvarjanju moči v mehansko sodelujeta le pozitivna in negativna komponenta (opredeljujeta obratovanje stroja)
- nesimetrično grajeno m-fazno navitje prinese povezavo med pozitivno in negativno komponento
- fazni tokovi so iste frekvence, različno veliki ter med seboj različno fazno premaknjeni

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_+ \\ i_- \end{bmatrix}$$

$$a = e^{j2\pi/3} = \cos\frac{2\pi}{3} - j\sin\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a^2 = e^{-j2\pi/3} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

TRANSFORMACIJA DVOFAZNEGA SISTEMA V SIMETRIČNE KOMPONENTE

2-f sistem pretvorimo v dva 2-f simetrična sistema:

$$\boxed{\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -j & j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_+ \\ i_- \end{bmatrix}}$$

j obrača za 90°

Če potrebujemo tudi nično komponento jo dodamo in dobimo:

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_a \\ i_b \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \underbrace{\begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -j & j \end{bmatrix}}_{S_{02}} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_+ \\ i_- \end{bmatrix}$$

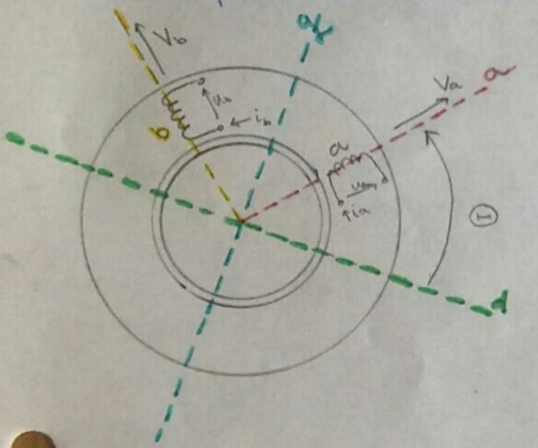
Obratno transformacijo pa zapišemo kot:

$$\boxed{\begin{bmatrix} i_+ \\ i_- \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \end{bmatrix}}$$

ali krajše $\boxed{[i_{+-}] = [S_2]^*_T [i_{ab}]}$

TRANSFORMACIJA PROSTORSKIH KOORDINAT 2-f SISTEMA, DVOOSNA TRANSFORMACIJA

- induktivnosti L se spreminjajo, ko se spreminja medsebojna lega rotorja in statorja
- naravne prostorske koordinatne osi stroja so magnetne osi navitij (različne pri rotorju in statorju)



dvofazni sistem dveh enakih faznih navitij a in b

- navitji sta postavljeni pravokotno eno na drugo
- naravni koordinatni osi sta a in b
- magnetni vzbujanji sta $V_a = i_a \cdot N_a$ in $V_b = i_b \cdot N_b$
- poljubno izbran nov koordinatni sistem ima osi d in q in je zavrten proti naravnemu za prostorski kot Θ
- navitji vzbujata v smeri novih osi d in q:

$\boxed{V_d = V_a \cdot \cos\Theta - V_b \cdot \sin\Theta}$ $\boxed{V_q = V_a \sin\Theta + V_b \cdot \cos\Theta}$

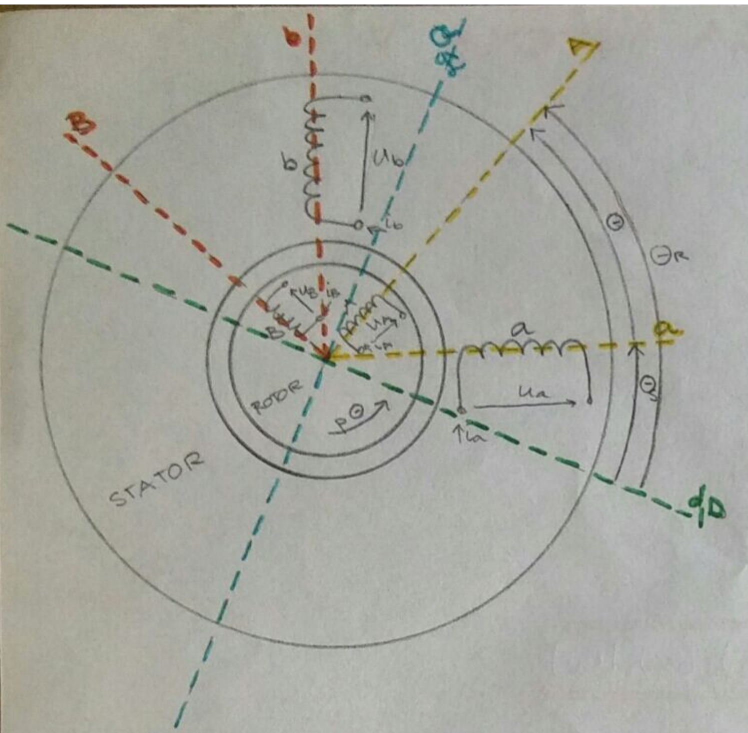
- zapišemo transformacijo iz naravnega v transformiran koordinatni sistem:

$$\boxed{\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos\Theta & -\sin\Theta \\ \sin\Theta & \cos\Theta \end{bmatrix}}_{[P]_T} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \end{bmatrix}}$$

$$\boxed{\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos\Theta & \sin\Theta \\ -\sin\Theta & \cos\Theta \end{bmatrix}}_{[P]} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix}}$$

← obratna transformacija

- [P] in $[P]_T$ sta prostorski transformacijski matriki.
- pri enakih navitjih, ki imajo enako število ovojev ($N = N_a = N_b = N_d = N_q$) opravi matrika [P] tudi transformacijo tokov in napetosti
- transformacija z matriko [P] predstavlja rotacijo prostorskega KS za kot Θ
- male črke v indeksih označujejo statorsko stran, velike črke pa rotorsko stran (pred in po TR)



- nov koordinatni sistem, skupen za stator in rotor, ima koordinatni osi q, Q in d, D
- kot Θ določa medsebojno lego statorja in rotorja
- ko se rotor vrti se Θ spreminja s kotno hitrostjo $p\Theta = \dot{\Theta}$

Za nov skupni KS dq(DQ) se lahko izbere poljubno prostorsko lego. Ponujajo se tri značilne možnosti:

1. nov KS je enak kot statorski KS
2. nov KS je enak kot rotorski KS
3. nov KS naj se vrti s sinhronsko hitrostjo ω v eno ali drugo smer proti statorju

Prostorska transformacija spremeni tudi frekvenco transformiranih vzbujanj (tokov in napetosti).

- v matrikah je namesto $\Theta \rightarrow \omega t + \Theta$
- kotne hitrosti novega KS $\omega_{dq} = \omega + \dot{\Theta}$
- stator in rotor morata biti simetrična (tudi navitja morajo biti simetrično grajena), v nasprotnem se sistem ne poenostavi

~~Pri izbiri novega KS je potrebno upoštevati tudi opisane omejitve v gradnji stroja.~~

~~1) Nov KS, ki miruje v prostoru~~
- ~~rotor grajen fazno simetrično brez izraženih polov~~
- ~~stator sme imeti neenako grajena fazna navitja in izražene pole (npr. komutatorski stroji)~~

1) KS vežemo na rotor na AB ($\Theta_{12} = \Theta_1 - \Theta_S = \Theta$)
- rotorskih količin ni potrebno transformirati
- hitrost vrtenja rotorja proti statorju ($\Theta = -\Theta_S$)
- d-q sistem se vrti z rotorjem
- rotor je lahko izražen, nosi vzbujalno navitje ali trajne magnete
- rotor lahko nosi dušilno kratkostično kletko (lahko je asimetričen)
- navitje na statorju mora biti simetrično
- osnovni stroj pri taki transformaciji je SINHRONSKI STROJ

2) KS vežemo na stator na ab ($\dot{\Theta}_{12} = \dot{\Theta}$, $\Theta_S = 0$, $\Theta_R = \Theta$)
- statorskih količin ni potrebno transformirati
- stator je lahko nesimetričen (neenako grajena navitja)
- rotorska navitja morajo biti simetrična (če niso se s transformacijo ne naredi poenostavitve)
- osnovni stroj za tako transformacijo je KOMUTATORSKI STROJ

3) KS lahko vežemo tako, da se vrti s sinhronsko hitrostjo ω v eno ali v drugo smer glede na stator in s tem se kot spreminja z ωt (v smeri statorja ali obratno).

Transformiramo:
- stator
- rotor

v smeri vrtenja polja ali nasprotno

$\boxed{\Theta_s \pm \omega t + \Theta_{s0} = \Theta}$ $\boxed{\Theta_r = \pm\omega t + \Theta + \Theta_{R0}}$

$\boxed{\dot{\Theta} = \dot{\Theta}_R + \omega t}$ hitrost vrtenja rotorja proti statorju

$\boxed{\omega = 2\pi f}$ krožna frekvenca statorskih tokov

- primer uporabe so ASINHRONSKI STROJI

PRIMER:

$u_a = \sqrt{2}\, U \cos(\omega t)$

$u_b = \sqrt{2}\, U \sin(\omega t)$

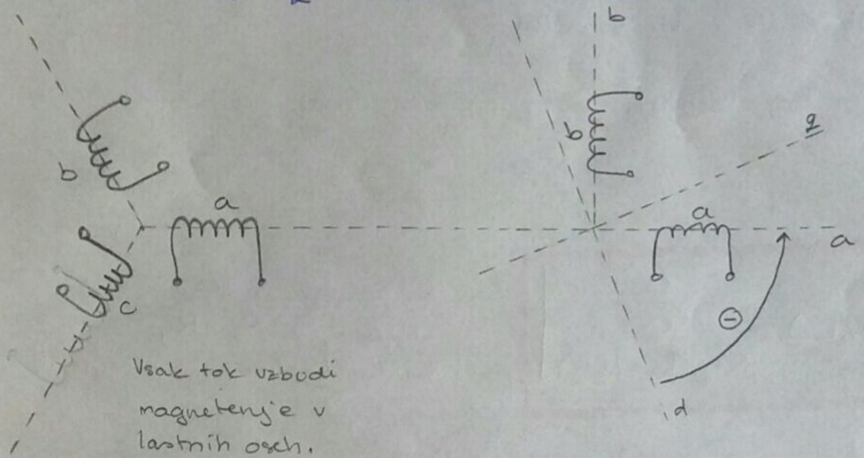
$\Downarrow$

transformiramo na stator

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\Theta & -\sin\Theta \\ \sin\Theta & \cos\Theta \end{bmatrix} \sqrt{2}\, U \begin{bmatrix} \cos\omega t \\ \sin\omega t \end{bmatrix} = \sqrt{2}\, U \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \Theta) \\ \sin(\omega t + \Theta) \end{bmatrix}$$

TRIFAZNO - DVOFAZNA TRANSFORMACIJA; DVOOSNA TRANSFORMACIJA

- večina strojev je trifaznih (vsaj en del)
- 3-f navitja, zamaknjena za $120°$
- med fazami so induktivne povezave
- matrika $[Z]$ je dimenzij 3×3
- simetrični 2-f sistem => dve enaki fazni navitji, zamaknjeni za $90°$
- matrika $[Z]$ se poenostavi in je dimenzij 2×2
- 3-f navitju se določi ekvivalentno 2-f navitje, ki ima še za kot Θ zamaknjen KS
- nove koordinate d-q so zasukane za kot Θ



trifazno - dvofazna transformacija

Izpeljava transformacije je najbolj pregledna, če gre po korakih:

1) trifazni sistem → simetrične komponente

$$\boxed{[i_{abc}] = [S_3][i_{0+-}]}$$

2) simetrične komponente → dvofazni sistem

$$\boxed{[i_{0+-}] = [S_{02}]^*_T [i_{0ab}]}$$

S tem je opravljena fazna transformacija.

3) dvofazni sistem → zavrten dvofazni sistem

$$\boxed{[i_{0ab}] = [P][i_{0dq}]}$$

S tem je končana prostorska transformacija dq.

Vse tri korake se lahko združi:

$$\boxed{[i_{abc}] = [S_3][S_{02}]^*_T [P][i_{0dq}]}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{[F_\Theta] = [S_3][S_{02}]^*_T [P]}$$

nova transformacijska matrika

$$[F_\Theta] = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & j \\ 0 & 1 & -j \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Theta & \sin\Theta \\ 0 & -\sin\Theta & \cos\Theta \end{bmatrix}$$

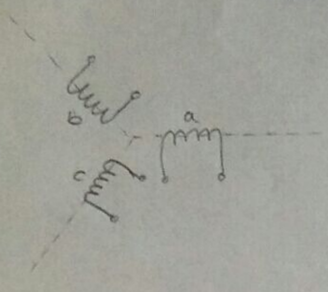
– $[P]$ razširimo na ničto komponento

$$\boxed{[F_\Theta] = \sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos\Theta & \sin\Theta \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\Theta + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\Theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\Theta + \frac{4\pi}{3}) & \sin(\Theta + \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}}$$

Pogosto dvofazni sistem ni zavrten in miruje v prostoru in proti 3-f sistemu ($\Theta = 0$).

Rezultat so toki, ki se s časom spreminjajo (izmenični tokovi).

Za trifazni sistem zapišemo impedančno matriko:



$$\boxed{\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R+pL_s & -pL_{ss} & -pL_{ss} \\ -pL_{ss} & R+pL_{ss} & -pL_{ss} \\ -pL_{ss} & -pL_{ss} & R+pL_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}}$$

$$L_{ba} = \frac{\Psi_{ba}}{I_b} = \frac{\Psi_b \cdot \cos 60°}{I_b}$$

– b skoza zaradi toka b

$$L_{ab} = L_{ba} = L_{ac} = L_{bc} = L_{ss}$$

$\boxed{[u_{abc}] = [Z_{abc}][i_{abc}]}$ matrični zapis v krajši obliki

$\Downarrow$ impedančno matriko se transformira s trojnim matričnim produktom

$\boxed{[Z_{odq}] = [F_0]_T [Z_{abc}][F_0]}$

$$\boxed{[Z_{odq}] = \begin{bmatrix} R+p(L_s-2L_{ss}) & 0 & 0 \\ 0 & R+p(L_s+2L_{ss}) & 0 \\ 0 & 0 & R+p(L_s+2L_{ss}) \end{bmatrix}}$$

Za navitji d in q velja $R_d = R_q = R$, $L_d = L_q = L_s + L_{ss}$.

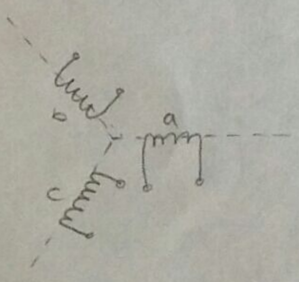
Posamezne dvofazne veje ne vplivajo druga na drugo.
Impedanca ničnega tokokroga v dvofaznem modulu ima vrednost $R_0 = R$ in $L_0 = L_s - L_{ss}$. Večina 3-f strojev nima ničlovoda zato se impedančna matrika poenostavi:

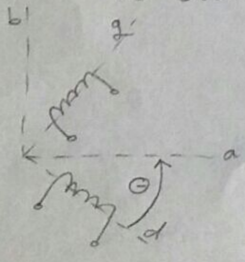
$$\boxed{[Z_{dq}] = \begin{bmatrix} R+p(L_s+L_{ss}) & 0 \\ 0 & R+p(L_s+L_{ss}) \end{bmatrix}}$$

V primeru simetričnega 3-f sistema tokov in napetosti imamo:

$i_a = I\cos(\omega t - \varphi)$
$i_b = I\cos(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \varphi)$
$i_c = I\cos(\omega t - \frac{4\pi}{3} - \varphi)$

$u_a = U\cos(\omega t)$
$u_b = U\cos(\omega t - \frac{2\pi}{3})$
$u_c = U\cos(\omega t - \frac{4\pi}{3})$





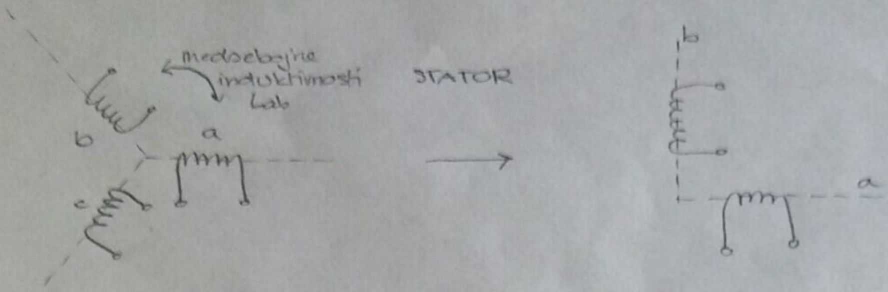
Z uporabo pravil in transformacijskih matrik se sistem transformira v dvofaznega brez ničle komponente:

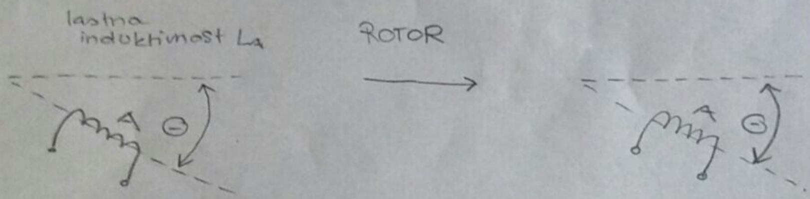
$i_0 = 0$
$i_d = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot I \cdot \cos(\omega t - \varphi + \Theta)$
$i_q = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot I \cdot \sin(\omega t - \varphi + \Theta)$

$u_0 = 0$
$u_d = \sqrt{\frac{3}{2}}\, U\cos(\omega t + \Theta)$
$u_q = \sqrt{\frac{3}{2}}\, U\sin(\omega t + \Theta)$

Pogoj za enosmerne količine je, da se vrti s kotom ωt.

PRIMER: Trifazno-duofazna transformacija trifaznega statorja z enosmernim vzbujalnim navitjem na rotorju





Mi transformiramo tiste dele, ki so simetrični.

$$
[Z_{3f}] = \begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ A \end{array} \begin{bmatrix} R_s + pL_s & -pL_{ss} & -pL_{ss} & pL_{SR}\cos\Theta \\ -pL_{ss} & R_s + pL_s & -pL_{ss} & pL_{SR}\cos(\Theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -pL_{ss} & -pL_{ss} & R_s + pL_s & pL_{SR}\cos(\Theta + \frac{4\pi}{3}) \\ pL_{RS}\cos\Theta & pL_{RS}\cos(\Theta + \frac{2\pi}{3}) & pL_{RS}\cos(\Theta + \frac{4\pi}{3}) & R_R + pL_R \end{bmatrix}
$$

Želimo preoblikovati v 2-f sistem.

Za transformacijo iz 3-f v 2-f sistem uporabimo transformacijsko matriko $[F_\Theta]$

$$
[F_\Theta] \;\&\; \Theta = 0 \quad \cos\Theta = 1 \quad \sin\Theta = 0 \quad \Rightarrow \quad [F] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}
$$

⇒ ker ne transformiramo rotorja

$$
[Z_{2f}] = [F]_T [Z_{3f}][F]
$$

⇓

Po transformaciji dobimo:

ničti sistem – v matričnih zapisih ga lahko neupoštevamo

$$
[Z_{2f}] = \begin{bmatrix} R_s - p(L_s - 2L_{ss}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s + p(L_s + L_{ss}) & 0 & \frac{3}{2} pL_{RS}\cos\Theta \\ 0 & 0 & R_s + p(L_s + L_{ss}) & -\frac{3}{2} pL_{RS}\sin\Theta \\ 0 & \frac{3}{2} pL_{RS}\cos\Theta & -\frac{3}{2} pL_{RS}\sin\Theta & R_R + pL_R \end{bmatrix}
$$

ni medsebojnih induktivnosti, če imamo cilindričen rotor

SINHRONSKI STROJI

Za dvopolne stroje je značilno, da se vrtijo s hitrostjo vrtenja, ki je točno sinhronska. Dejanska hitrost večpolnih strojev je nato podana samo še s številom polovih parov p_p in njihovega magnetnega polja:

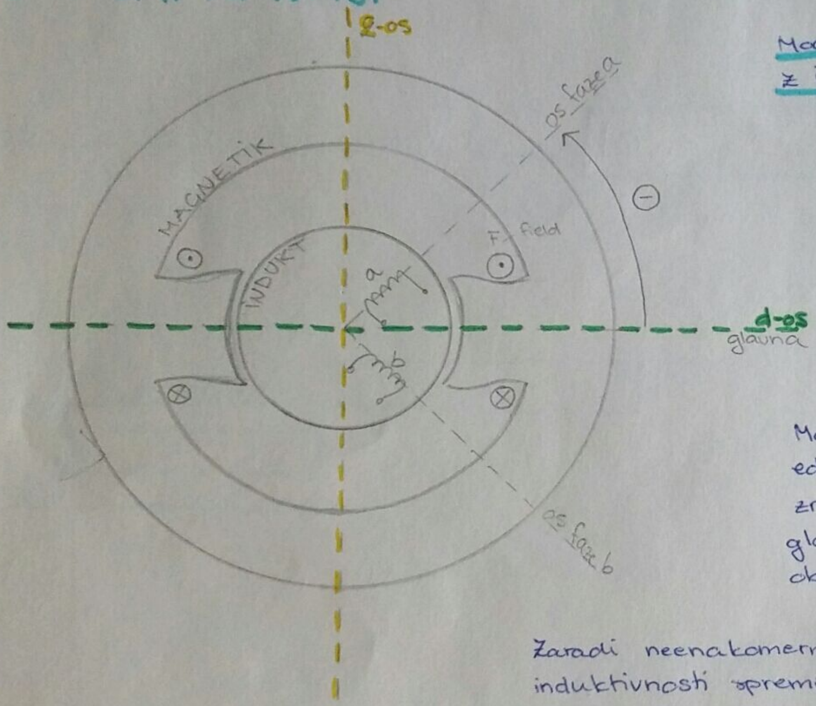
$$\overset{\text{kotna hitrost vrtenja}}{\Omega} = 2\pi \cdot \overset{\text{vrt/s}}{n} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{f}{p_p} = \frac{\omega}{p_p}$$

Indukt SS => stator (lamelirano železno jedro za vodenje MP, nosi simetrično večfazno navitje)

Magnetik SS => rotor
- elektromagnet
- trajni magneti
- reluktanca

} vzbujanje } kombinacija

OSNOVNI DVOFAZNI MODEL SINHRONSKEGA STROJA S TREMI NAVITJI



Model trifaznega sinhronskega stroja z izraženim rotorjem

← določimo glede na simetričen del stroja (rotor)

Magnetik in indukt se vedno vrtita eden proti drugemu, med njima je zračna reža, preko katere prestopa glavno magnetno polje in povezuje oba dela.

Zaradi neenakomerne zračne reže se bodo lastne in medsebojne induktivnosti spreminjale, če se bo spreminjala njihova lega oziroma kot Θ.

$$\boxed{\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + pL_a & pL_{ab} & pL_{aF} \\ pL_{ba} & R_b + pL_b & pL_{bF} \\ pL_{Fa} & pL_{Fb} & R_F + pL_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_F \end{bmatrix}}$$

ENAČBA NAPETOSTNEGA RAVNOTEŽJA

→ rotor vzbujamo z enosmerno U zato ta člen opisuje neko dinamiko

→ če bi bil rotor cilindričen bi bla ta dva člena enaka nič

VPLIV IZRAŽENOSTI NA INDUKTIVNOSTI SINHRONSKEGA STROJA

- navitje a občuti največjo magnetno prevodnost pri kotu $\Theta = 0°$ (v vzdolžni d-osi magnetika)
- navitje a občuti najmanjšo magnetno prevodnost pri kotu $\Theta = 90°$ (v prečni q-osi magnetika)
- navitje a vzbuja z magnetno napetostjo $V_a = N_a i_a$ (N_a - učinkoviti ovoji faze a)
- $V_{ad} = V_a \cdot \cos\Theta$ vzbujanje navitja a v smeri d-osi
- $V_{aq} = V_a \cdot \sin\Theta$ vzbujanje navitja a v smeri q-osi
- faza a ima dve značilni prevodnosti:
  - Λ_d (pot glavnega magnetnega pretoka, ki prehaja preko ZR iz indukta v magnetik)
  - Λ_q (pot razsutega magnetnega pretoka, ki se razprostira po [illegible])
- stresano polje je neodvisno od kota in je konstantno ($\Lambda_{a\sigma}$ neodvisno [illegible]

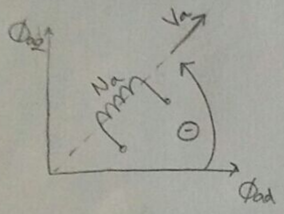
- Λ_d ima največjo magnetno prevodnost, ko je $\Theta = 0°$
- Λ_q ima največjo magnetno prevodnost, ko je $\Theta = 90°$

gnan zaradi magnetne napetosti ($V = \Phi R$, $R = \frac{1}{\Lambda}$)

$$\boxed{\Phi_{ad} = (\Lambda_d + \Lambda_{a\sigma}) V_{ad} = (\Lambda_d + \Lambda_{a\sigma}) \cdot N_a \cdot i_a \cdot \cos\Theta}$$

magnetni pretok faze a z geometrijo MP in stresanjem

$$\boxed{\Phi_{aq} = (\Lambda_q + \Lambda_{a\sigma}) V_{aq} = (\Lambda_q + \Lambda_{a\sigma}) \cdot N_a i_a \cdot \sin\Theta}$$



Fluksa Φ_{aq} in Φ_{ad} se sklepata s tuljavo a.

$$\Phi_{ad} \cdot N_a \cdot \cos\Theta = \Psi_{ad}$$ magnetna sklopitev fluksa a na d osi skozi tuljavo a

$$\Phi_{aq} \cdot N_a \cdot \sin\Theta = \Psi_{aq}$$ magnetna sklopitev fluksa a na q osi skozi tuljavo a

$$\Psi_{ad} = i_a N_a^2 (\Lambda_d + \Lambda_{a\sigma}) \cos^2\Theta$$
$$\Psi_{aq} = i_a \cdot N_a^2 (\Lambda_q + \Lambda_{a\sigma}) \sin^2\Theta$$
$$\Downarrow \text{ seštejemo}$$

$$\boxed{\Psi = \Psi_{ad} + \Psi_{aq} = i_a N_a^2 \left[(\Lambda_d + \Lambda_{a\sigma})\cos^2\Theta + (\Lambda_q + \Lambda_{a\sigma})\sin^2\Theta\right]}$$ celotni ~~…~~ magnetni sklep navitja a

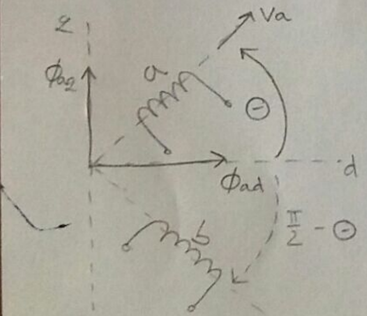
Induktivnost je magnetni sklep na enoto toka. Izpeljemo izraza za lastni induktivnosti:

$$L_a = \frac{\Psi_a}{i_a} \Rightarrow L_a = \underbrace{N_a^2 (\Lambda_d + \Lambda_{a\sigma})}_{L_d} \cos^2\Theta + \underbrace{N_a^2 (\Lambda_q + \Lambda_{a\sigma})}_{L_q} \sin^2\Theta$$

$$L_a = L_d \cdot \cos^2\Theta + L_q \sin^2\Theta = \frac{L_d + L_q}{2} + \frac{L_d - L_q}{2} \cos 2\Theta \Rightarrow \boxed{L_a = L_{a0} + L_{a\theta} \cos 2\Theta}$$ induktivnost navitja a

$$L_b = L_d \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \Theta\right) + L_q \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - \Theta\right) = L_d \sin^2\Theta + L_q \cos^2\Theta = \frac{L_d + L_q}{2} - \frac{L_d - L_q}{2} \cos 2\Theta \Rightarrow \boxed{L_b = L_{b0} - L_{b\theta} \cos 2\Theta}$$ induktivnost navitja b

Medsebojna induktivnost ne izgine zaradi izraženosti magnetika (ta popači prehod MP). $L_{ab} = 0$ le pri cilindričnem rotorju.



$$\Phi_{ad} = N_a i_a (\Lambda_d + \Lambda_{a\sigma}) \cos\Theta$$
$$\Phi_{aq} = N_a i_a (\Lambda_q + \Lambda_{a\sigma}) \sin\Theta$$
$$\Downarrow$$
$$\Psi_{ab} = \Phi_{ad} \cdot N_b \cdot \sin\Theta - \Phi_{aq} \cdot N_b \cdot \cos\Theta$$

Velja $N_a = N_b$, saj smo uporabili transformacijo iz 3-f v 2-f, to pa je en od osnovnih pogojev.

$$L_{ab} = \frac{\Psi_{ab}}{i_a} = \underbrace{N_a^2 (\Lambda_d + \Lambda_{a\sigma})}_{L_d} \cos\Theta \sin\Theta - \underbrace{N_a^2 (\Lambda_q + \Lambda_{a\sigma})}_{L_q} \cos\Theta \sin\Theta$$

$$L_{ab} = L_d \cos\Theta \sin\Theta - L_q \cos\Theta \sin\Theta \Rightarrow \boxed{L_{ab} = \frac{L_d - L_q}{2} \sin 2\Theta = L_{a\theta} \sin 2\Theta}$$

Medsebojno induktivnost L_{aF} med magnetikovim vzbujalnim navitjem F in induktovim faznim navitjem "a" tvori samo tista komponenta magnetnega pretoka, ki v vzdolžni d-osi prestopa zračno režo in zato ne vsebuje razsutega polja.

$$\Phi_{ad} = \Lambda_d \cdot N_a \cdot i_a \cdot \cos\Theta$$
$$\Downarrow$$
$$\Psi_{aF} = N_F \, \Phi_{ad} = \Lambda_d N_F N_a i_a \cos\Theta$$
$$\Downarrow$$
$$L = \frac{\Psi_{aF}}{i_a} = \Lambda_d N_F N_a \cos\Theta$$

$$\boxed{L_{aF} = L_{dF} \cdot \cos\Theta}$$

$$\boxed{L_{bF} = L_{dF} \cdot \sin\Theta}$$ kot Θ (iz L_{aF}) zamenjamo z $\frac{\pi}{2} - \Theta$

Enačba napetostnega ravnotežja se sedaj izpopolni z izračunanimi induktivnostmi:

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + p(L_d\cos^2\Theta + L_q\sin^2\Theta) & p(L_d\cos\Theta\sin\Theta - L_q\sin\Theta\cos\Theta) & pL_{aF}\cos\Theta \\ p(L_d\cos\Theta\sin\Theta - L_q\cos\Theta\sin\Theta) & R_b + p(L_d\sin^2\Theta + L_q\cos^2\Theta) & pL_{aF}\sin\Theta \\ pL_{dF}\cos\Theta & pL_{dF}\sin\Theta & R_F + pL_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_F \end{bmatrix}$$

Matrika opisuje 2-f SS v njegovih naravnih koordinatah.

Cilj transformacij je transformirati vse na naravno os d (vezana na rotor), zato dobimo enosmerne razmere.

TRANSFORMACIJA DVOFAZNEGA MODELA V DVOOSNEGA

Transformacija na d-q koordinatni sistem gre po postopku:

$$\boxed{[i_{dqF}] = [P_r]_T [i_{abF}]}$$

$$\boxed{[u_{dqF}] = [P_r]_T [u_{abF}]}$$

$$\boxed{[Z_{dqF}] = [P_r]_T [Z_{abF}][P_r]}$$

$$\boxed{[u_{dqF}] = [Z_{dqF}][i_{dqF}]}$$

$$\boxed{[P_r] = [P_r]_T = \begin{bmatrix} \cos\Theta & \sin\Theta & 0 \\ \sin\Theta & -\cos\Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}$$

transformacijska matrika

Pri transformaciji impedančne matrike s trojnim matričnim produktom je potrebno skrbno paziti kako deluje operator p. Operator p deluje na produkt kotnih funkcij kota Θ iz impedančne matrike in toka stolpične matrike ($p(L\cos\Theta \cdot i) = L \cdot \frac{d\cos\Theta}{dt} + L\cos\Theta \cdot \frac{di}{dt}$). Da ne pride do zmede je najugodneje, da se opravi transformacija impedančne matrike po korakih.

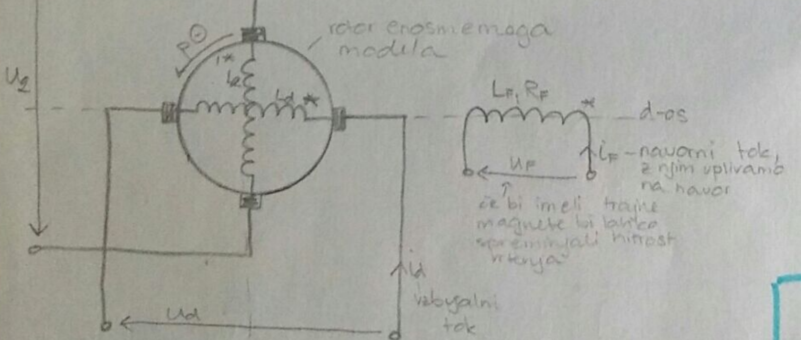
$$\boxed{[Z_{dqF}] = \begin{bmatrix} R_a + L_d p & L_q\dot{\Theta} & L_{dF}p \\ -L_d\dot{\Theta} & R_a + L_q p & -L_{dF}\dot{\Theta} \\ L_{dF}p & 0 & R_F + L_F p \end{bmatrix}}$$

ta enačba velja za rotor z izraženimi poli; pri cilindričnem rotorju sta člena X_{12} in X_{21} enaka nič

- reluktančni del navora
- vzbujalni del navora

$$[u_{dqF}] = \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_F \end{bmatrix}$$

Imamo enosmerne toke in napetosti ter konstantne induktivnosti, gledano iz različnih smeri.



KOMUTATORSKI MODEL SINHRONSKEGA STROJA

Za cilindričen rotor velja:

$\Lambda_d = \Lambda_q$, $\Lambda_a = \Lambda_b \Rightarrow L_d = L_q$

$$\boxed{[Z_{dqF}] = \begin{bmatrix} R_a + L_d p & 0 & L_{dF}p \\ 0 & R_a + L_q p & -L_{dF}\dot{\Theta} \\ L_{dF}p & 0 & R_F + L_F p \end{bmatrix}}$$

- vzbujalni del navora

NAVOR V USTALJENEM STANJU

Simetričen 2-f sistem napetosti je podan z enačbama:

$u_a = \sqrt{2}\,U \sin\omega t$ in $u_b = -\sqrt{2}\,U \cos\omega t$. Pri zapisu napetosti se upošteva še sinhronizem (enakost časovnih in geometrijskih kotov dvopolnega modula, ki so medsebojno razmaknjeni za kot δ):

$\Theta = \omega t + \delta$ in $\dot{\Theta} = \omega$. Po matričnem računu in z upoštevanjem povezav dobimo:

$$\boxed{\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\Theta & \sin\Theta & 0 \\ \sin\Theta & -\cos\Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{2}\,U \sin\omega t \\ -\sqrt{2}\,U \cos\omega t \\ U_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sqrt{2}\,U \sin\delta \\ \sqrt{2}\,U \cos\delta \\ U_F \end{bmatrix}}$$

efektivni

enosmerni

$[u_{dqF}] = [Z_{dqF}][I_{dqF}]$

$$\begin{bmatrix} -\sqrt{2}\,U \sin\delta \\ \sqrt{2}\,U \cos\delta \\ U_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + L_d p & L_q \dot{\Theta} & L_{dF}\, p \\ -L_d \dot{\Theta} & R_a + L_q p & -L_{dF} \dot{\Theta} \\ L_{dF}\, p & 0 & R_F + L_F p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_d \\ \hat{I}_q \\ I_F \end{bmatrix}$$

napetostna ravnotežna enačba za modul sinhronskega stroja v d-q koordinatnem sistemu

Poznamo impedance, napetosti priključimo, tokove iščemo. Ker imamo ustaljeno stanje se impedančna matrika poenostavi:

$$\begin{bmatrix} R_a & L_q \dot{\Theta} & 0 \\ -L_d \dot{\Theta} & R_a & L_{dF} \dot{\Theta} \\ 0 & 0 & R_F \end{bmatrix}$$

namesto $\dot{\Theta}$ bi bila lahko Ω

Iz zgornje napetostne matrike izrazimo toka I_d in I_q, ki ju bomo potrebovali pri zapisu navora. Navor sinhronskega stroja v ustaljenem stanju izračunamo iz enačbe: $M = [i]_T [G][i]$.

Dobimo:

$$\boxed{M = [\hat{I}_d \;\; \hat{I}_q \;\; I_F] \begin{bmatrix} 0 & L_q & 0 \\ -L_d & 0 & -L_{dF} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_d \\ \hat{I}_q \\ I_F \end{bmatrix}} \Rightarrow \boxed{M = (L_q - L_d)\hat{I}_d \hat{I}_q - L_{dF} \hat{I}_q I_F}.$$

reluktančni navor

vzbujalni navor

Z enačbami za I_d in I_q izraženimi iz napetostne ravnotežne matrične enačbe in njihovo vstavitvijo v gornjo enačbo dobimo:

$$\boxed{M = \underbrace{\frac{\sqrt{2}\,U L_{dF} \dot{\Theta} I_F \cdot \sin\delta}{L_{dF} \dot{\Theta}^2}}_{\text{vzbujalni del}} - \frac{(\sqrt{2}\,U)^2 \sin 2\delta}{2\dot{\Theta}^2} \left(\frac{1}{L_q} - \frac{1}{L_d}\right)}.$$

$$\left[\sqrt{2}\,E_F = \underbrace{L_{dF} \dot{\Theta} I_F}_{\text{odvisna od sklopitve;}}\right]$$

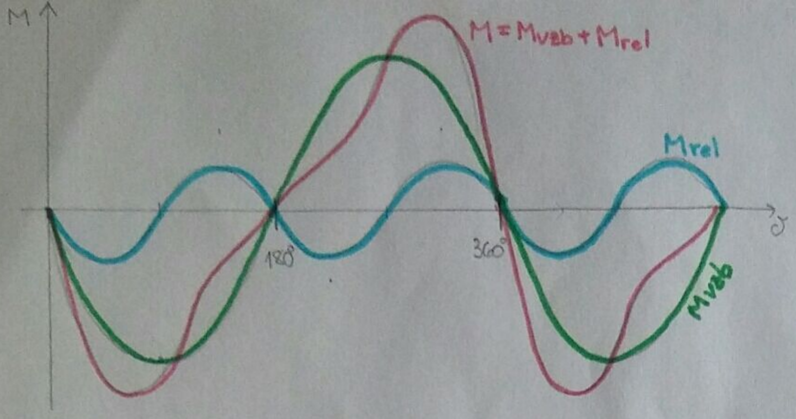
inducirana E, povzročena od vzb. toka

Pri obravnavi ustaljenega stanja se običajno vpelje induktivne upornosti:

$X_d = L_d \dot{\Theta} = L_d \omega$, $X_q = L_q \dot{\Theta} = L_q \omega$. Namesto vzbujalnega toka se običajno vpelje njegov vpliv v induktovo navitje: $\sqrt{2}\,E_F = -L_{dF} \dot{\Theta} I_F$ (fiktivna inducirana napetost). Pri večpolnem modulu $p_p > 1$ se dejanska hitrost vrtenja zmanjša ustrezno enačbi $\Omega = \frac{\dot{\Theta}}{p_p}$. Temu ustrezno se tako zveča navor M večpolnega stroja pri enaki moči na gredi. Pri večpolnem stroju se spremeni tudi prostorski navorni kot δ oziroma geometrijski kolesni kot $\delta_{geo} = \frac{\delta}{p_p}$.

$$\boxed{M = -\frac{\overset{\text{št. faz}}{m}}{\Omega} \left[\frac{U E_F}{X_d} \cdot \sin(p_p \cdot \delta_{geo}) + \frac{U^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right) \sin(2 p_p \delta_{geo}) \right]}$$

navorna enačba za ustaljeno obratovalno stanje

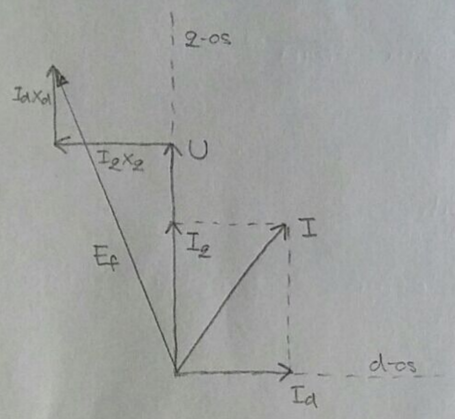


navor sinhronskega stroja z izraženim rotorjem

KAZALČNI DIAGRAM USTALJENEGA OBRATOVANJA

$$\boxed{\hat{I}_d = \frac{\sqrt{2}E_f - \sqrt{2}U\cos\vartheta}{X_d} = \sqrt{2}I_d}$$

$$\boxed{\hat{I}_q = \frac{-\sqrt{2}U\sin\vartheta}{X_q} = \sqrt{2}I_q}$$

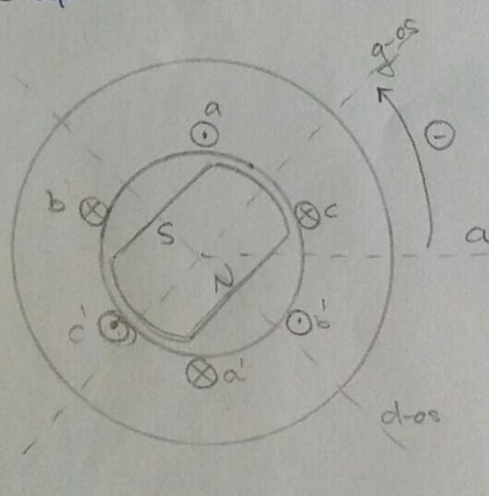


enosmerni vrednosti predstavljata amplitudi 3-f tokov

V večini SS se vrti magnetik in sicer v nasprotni smeri kot se je v modelu vrtel indukt. V tem primeru je v navorni enačbi potrebno upoštevati negativno smer hitrosti vrtenja $-\dot{\Theta}$.

Pogoji za zadostitev d-q modela:

- statorsko navitje → sinusen B v reži (temelj transformacij)
- višje harmonske komponente zanemarimo
- reluktanca zračne reže $R_\Theta = R_A + R_B \cdot \sin\Theta$ (konstanta, spreminjajoč)
- simetrično napajanje
- magnetno nasičenje - je upoštevano v induktivnostih
- ni dušilnega navitja v opazovani delovni točki
- ne upoštevamo vrtinčnih tokov



rotor se vrti → d-q se vrti z $\omega = \dot{\Theta} = \frac{d\Theta}{dt}$

stator abc → fiksiran v prostoru

$u_a = R_a \cdot I_a + p\Psi_a$ (zakaj se inducira? zaradi spremembe magnetnega polja)
$u_b = R_b \cdot I_b + p\Psi_b$
$u_c = R_c \cdot I_c + p\Psi_c$

$$\left.\begin{aligned} \Psi_a &= L_{aa} \cdot i_a + L_{ab} \cdot i_b + L_{ac} \cdot i_c + \Psi_{ma} \\ \Psi_b &= L_{ab} \cdot i_a + L_{bb} \cdot i_b + L_{bc} \cdot i_c + \Psi_{mb} \\ \Psi_c &= L_{ac} \cdot i_a + L_{bc} \cdot i_b + L_{cc} \cdot i_c + \Psi_{mc} \end{aligned}\right\} \text{simetrična gradnja}$$

$L_{ab} = L_{ba}$
$L_{ac} \neq L_{ab}$ → rotor nesimetričen

$L_{aa} = L_{ao} + \overset{lastna}{L_{s\sigma}} + \overset{stresanje}{L_x \cos 2\Theta}$

$L_{bb} = L_{bo} + L_{s\sigma} + L_x \cos(2\Theta + 120°)$

$L_{cc} = L_{co} + L_{s\sigma} + L_x \cdot \cos(2\Theta - 120°)$

Medsebojna induktivnost:

izhaja iz $\cos 120° = \frac{1}{2}$

$L_{ab} = -\frac{1}{2} L_{so} + L_x \cos(2\Theta - 120°)$

$L_{bc} = -\frac{1}{2} L_{so} + L_x \cdot \cos(2\Theta)$

$L_{ac} = -\frac{1}{2} L_{so} + L_x \cos(2\Theta + 120°)$

$\Psi_{ma} = \Psi_m \cdot \sin\Theta$

$\Psi_{mb} = \Psi_m \cdot \sin(\Theta + 120°)$

$\Psi_{mc} = \Psi_m \cdot \sin(\Theta - 120°)$

Vhodna moč:

$p_{in} = u_a \cdot i_a + u_b \cdot i_b + u_c \cdot i_c$ -> trenutna vrednost

p_{izh} - kompleksen izračun in zapis kljub idealiziranemu brezizgubnemu stroju

$M = \frac{P_{izh}}{\omega} \cdot \frac{p}{2}$ -11-

Z uporabo transformacije 3-f v d-q se bo model poenostavil.

Zapisan model z dvoosnimi količinami lahko z inverzno transformacijo preoblikujemo nazaj v 3-f (3-f v d-q, dq → 3-f).

$u_q = R_s \cdot I_q + p\Psi_q + \omega \Psi_d$

$u_d = R_s \cdot I_d + p\Psi_d - \omega \Psi_d$,

kjer je:

$\Psi_d = L_d \cdot I_d + \Psi_m$

$\Psi_q = L_q \cdot I_q$ - ni vpliva magnetenja, deluje samo v d-osi

ASINHRONSKI STROJI

Asinhronski stroji so izmenični 3-f, 2-f ali 1-f stroji. Za njih je značilno, da se vrtijo nekoliko počasneje ali nekoliko hitreje od sinhronske vrtilne hitrosti. Večinoma obratujejo kot motorji (redko kot G ali zavore).

STATOR → simetrična 3-f navitja
→ simetrična 2-f navitja } lahko tudi asimetrična
→ simetrična 1-f navitja

Priključen na napajalni izvor, kjer inducirana napetost drži ravnotežje izvorni napetosti.

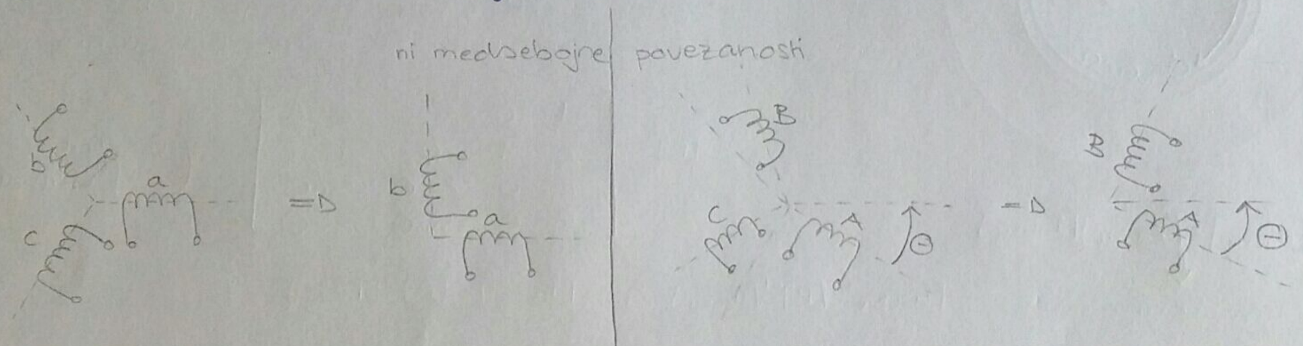
ROTOR → simetrična kratkostična kletka
→ simetrično 3-f navitje (pri večjih močeh)
↳ izjemni primeri

le v redkih primerih (poškodbe) je asimetričen

Inducirana napetost v rotorju požene tok, ki nato skupaj z vrtilnim MP tvori navor, ki daje mehansko moč na gredi.

Pri asinhronskih strojih glavno MP inducira napetost tako v primarnem statorskem kot v sekundarnem rotorskem navitju. Ravno zaradi tega uporabimo redukcijo, ki jo bomo označili s črtico "'".

Simetrično grajeno 2-f navitje privzamemo za rotor (sekundar), stator pa lahko nosi simetrično ali nesimetrično navitje.
Možna je samo prostorska transformacija rotorja na statorski koordinatni sistem (ker je rotor simetričen).



$$
[Z_{3f}] = \begin{array}{cc} \text{STATOR} & \text{STATOR-ROTOR} \\ \end{array}
$$

$$
[Z_{3f}] = \left[\begin{array}{ccc|ccc}
R_s+pL_s & -L_{ss} & -L_{ss} & - & - & - \\
-L_{ss} & R_s+pL_s & -L_{ss} & - & - & - \\
-L_{ss} & -L_{ss} & R_s+pL_s & - & - & - \\
\hline
- & - & - & R_R+pL_R & -L_{RR} & -L_{RR} \\
- & - & - & -L_{RR} & R_R+pL_R & -L_{RR} \\
- & - & - & -L_{RR} & -L_{RR} & R_R+pL_R
\end{array}\right]
$$

ROTOR-STATOR — ROTOR

=D Želimo dobiti impedančno matriko stroja, ki je 2-fazna (od 2-f stroja).

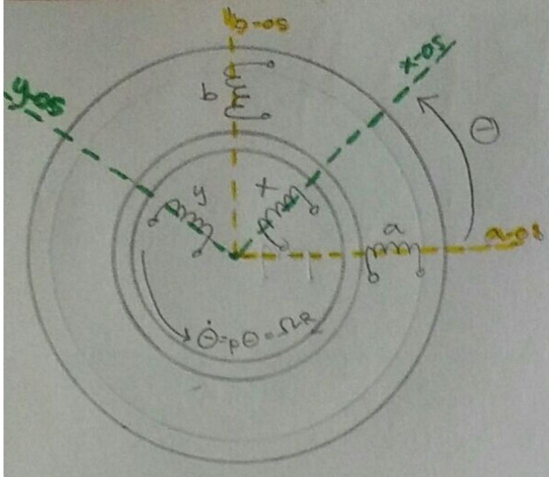
Izhajamo iz enačbe $\boxed{[Z_{2f}] = [F]_T [Z_{3f}] [F]}$. Upoštevamo tudi $[F_e] = [S_3] \underbrace{[S_{02}]_T^*}_{\text{simetrične}} \overbrace{[P]}^{2-f}$, $\Theta = 0$ in zato [F] ni več odvisna od kota. Torej uporabimo transformacijsko matriko, ki jo dobimo s pogoji:
- 2-f sistem, ki ga bomo dobili, ni zavrten
- 2-f sistem, ki ga bomo dobili, miruje v prostoru in
- 2-f sistem, ki ga bomo dobili, miruje proti 3-f sistemu.

Transformacijska matrika [F] temelji na transformacijah:
- originalnega sistema v simetrične komponente
- iz simetričnih komponent v 2-f sistem in
- iz 2-f sistema v zavrten 2-f sistem.

Po trojnem matričnem produktu dobimo:

$$
\begin{array}{cc} \text{STATOR} & \text{MEDSEBOJNE} \end{array}
$$

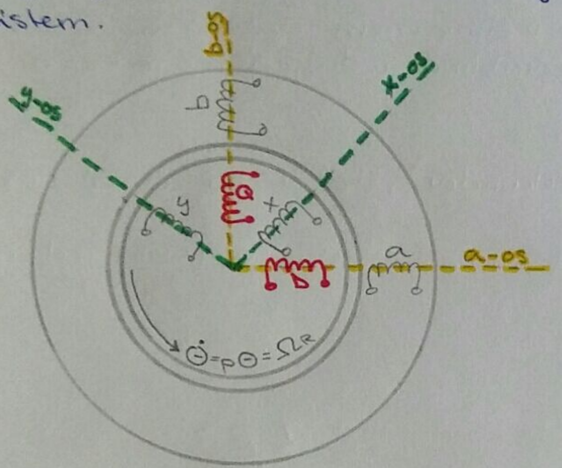
$$
\boxed{[Z_{2f}] = \left[\begin{array}{cc|cc}
R_s+p(L_s+L_{ss}) & 0 & \frac{3}{2}pL_{RS}\cos\Theta & \frac{3}{2}pL_{RS}\sin\Theta \\
0 & R_s+p(L_s+L_{ss}) & \frac{3}{2}pL_{SR}\sin\Theta & \frac{3}{2}pL_{SR}\cos\Theta \\
\hline
\frac{3}{2}pL_{RS}\cos\Theta & -\frac{3}{2}pL_{RS}\sin\Theta & R_R+p(L_R+L_{RR}) & 0 \\
\frac{3}{2}pL_{RS}\sin\Theta & \frac{3}{2}pL_{RS}\cos\Theta & 0 & R_R+p(L_R+L_{RR})
\end{array}\right]}
$$



- Rotor se skupaj s svojim KS vrti.
- Θ se pri neenakomernem teku spreminja neenakomerno $\Theta = \int_0^t \Omega_R(t)\,dt$.
- Θ se pri enakomernem teku enakomerno spreminja $\Theta = \Omega_R \cdot t$.
- Matrika se lahko dodatno poenostavi, če se upošteva:
  - $R_x = R_y = R_R$
  - $R_a = R_b = R_S$
  - $L_{xx} = L_{yy} = L_{RR}$
  - $L_{aa} = L_{bb} = L_{SS}$
  - $L_{ax} = L_{xa} = L_{ya} = L_{ay} = L_{aR}$
  - $L_{xb} = L_{bx} = L_{yb} = L_{by} = L_{bR}$

S STATORJEM POVEŽAN d-q MODEL

Najprej se opravi transformacija (prostorska) rotorja na stoječ statorski koordinatni sistem.



- stator ter statorski navitji „a" in „b" stojijo
- d-os je poravnana z osjo statorskega navitja „a"
- q-os je poravnana z osjo statorskega navitja „b"
- rotorski navitji x in y transformiramo v D in Q
- za transformacijo uporabimo matriko [P]
- rotor se vrti s kotno hitrostjo ($p\Theta$)
- medsebojni vplivi pri transformaciji niso pomembni

$$[P] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\Theta & \sin\Theta \\ 0 & 0 & -\sin\Theta & \cos\Theta \end{bmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \Theta = \Omega_R \cdot t \\ \Theta = \int_0^t \Omega_R(t) \cdot dt \end{pmatrix}$$

$$[u_{abxy}] = [Z_{abxy}][I_{abxy}]$$

$$\Downarrow$$

Po transformaciji: $[u_{abDQ}] = [P]^{-1}[u_{abxy}]$ in $[i_{abDQ}] = [P]^{-1}[i_{abxy}]$

$$\boxed{[u_{abDQ}] = [P]_T [Z_{abxy}][P][i_{abDQ}]}$$

napetostna ravnotežna enačba

za 2-f model AS z zavrtenim rotorjem

$$\boxed{\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_D \\ u_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + L_{aa}p & 0 & L_{aD}p & 0 \\ 0 & R_b + L_{bb}p & 0 & L_{bQ}p \\ L_{Da}p & L_{Db}(p\Theta) & R_D + L_{DD}p & L_{DQ}(p\Theta) \\ -L_{Qa}(p\Theta) & L_{Qb}p & -L_{QD}(p\Theta) & R_Q + L_{QQ}p \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

S pomočjo napetostne enačbe in enačbe komutatorskega stroja dobimo navorno enačbo. Pri komutatorskih strojih so členi s koeficienti gibalne inducirane napetosti in s tokom tvorili navor: $M_{ks} = [i_a\ i_b\ i_d\ i_q] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{dq} & 0 & G_{dq} \\ -G_{qa} & 0 & -G_{qd} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix}$.

$$\boxed{M_e = L_{Db} i_b i_D - L_{Qa} i_a i_Q + \underbrace{(L_{DQ} - L_{QD}) i_D i_Q}}$$

navorna enačba

če je rotor simetričen
ta člen odpade

$$\boxed{M_b = (L_{Db} i_b i_D - L_{Qa} i_a i_Q) - J p^2 \Theta - F p \Theta}$$

mehanska ravnotežna enačba

Napetostna ravnotežna enačba in mehanska ravnotežna enačba popisujeta vsa stanja AS, ustaljena in prehodna. Stroj je lahko napajan s poljubnima časovno spreminjajočima statorskima napetostma u_a in u_b. Stator je lahko tudi nesimetrično grajen. V statorski tokokrog lahko vključimo še kakšno dodatno pasivno vezje (predupor ali kondenzator).

- na rotorski strani sta navitji D in Q običajno v kratkem stiku ($u_D = u_Q = 0$)
- s statorjem povezan d-q model AS, opisan z napetostno in mehansko ravnotežno enačbo, je običajno splošno izhodišče za analizo obratovalnih stanj
- za motor se da enačbe direktno rešiti pri ustaljeni hitrosti vrtenja in pri faznih simetričnih statorskih navitjih in napetostih
- pri fazno nesimetričnih statorskih navitjih in napetostih je potrebno uporabiti transformacijo s simetričnimi komponentami za analizo ustaljenega obratovanja
- pri generatorju je hitrost vrtenja običajno konstantna (se zelo počasi spreminja in jo lahko privzamemo kot konstantno). Enačbe AS kot generatorja so linearne in dovoljujejo analitične rešitve.

d-q MODEL ZA USTALJENO OBRATOVANJE S SIMETRIČNIMI KOMPONENTAMI

- v ustaljenem stanju je AS običajno priključen na izmenične toke in napetosti iste frekvence ($i = \sqrt{2} I \sin \omega t$)
- izmenične tokokroge obravnavamo s kompleksnimi števili zato je potrebno napetostno matrično enačbo spremeniti
- uporabimo povezavo $L \cdot p(\sqrt{2} I \sin \omega t) = \omega L \sqrt{2} I \cos \omega t \Rightarrow j\omega L I = j X_L I$ v kompleksni ravnini je za realen tok I člen opisan kot imaginaren
- v ustaljenem stanju opišemo stroj s členi $j\omega$, dobljenimi iz operatorja $p = \frac{d}{dt}$

$$\boxed{\begin{bmatrix} U_a \\ U_b \\ U_D \\ U_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + j\omega L_{aa} & 0 & j\omega L_{aD} & 0 \\ 0 & R_b + j\omega L_{bb} & 0 & j\omega L_{bQ} \\ j\omega L_{Da} & L_{Db}(p\Theta) & R_D + j\omega L_{DD} & L_{DQ}(p\Theta) \\ -L_{Qa}(p\Theta) & j\omega L_{Qb} & -L_{QD}(p\Theta) & R_Q + j\omega L_{QQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_D \\ I_Q \end{bmatrix}}$$

napetostna ravnotežna enačba za izmenične toke in napetosti

- "a" lahko pišemo tudi "d"
- "b" lahko pišemo tudi "q"
- velja: $L_{QQ} = L_{DQ} = L_{QD}$, $R_D = R_Q = R_a$

- če imamo nesimetrije na statorski strani to odpravimo s transformacijo na simetrične komponente
- transformirati je potrebno stator in rotor
- transformacijska matrika za simetrične komponente je:

$$[S_2] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -j & j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -j & j \end{bmatrix} \quad \text{(2-f v simetrične)}$$

- inverzna transformacijska matrika je:

$$[S]_2^{-1} = [S_2]_T^{*} = \begin{bmatrix} 1 & j & 0 & 0 \\ 1 & -j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & j \\ 0 & 0 & 1 & -j \end{bmatrix}$$

- transformacija se opravi po predpisu:

$$\boxed{[U_{S+-}, U_{R+-}] = [S_2]_T^{*} [Z_{abDQ}] [S_2] [I_{S+-}, I_{R+-}]}$$

Poenostavitve:

- L_{bR} in L_{aR} sta enaki (med statorjem in rotorjem), ker je zračna reža enakomerna
- za obravnavani dvopolni model velja: $(p\Theta) = \Omega_R$, $\omega = \Omega$

$$\boxed{s = \frac{\Omega - \Omega_R}{\Omega}} \Rightarrow \boxed{\omega - p\Theta = s\omega}$$ frekvenca pozitivnega zaporedja ROTOR

$$\boxed{\omega + p\Theta = (2-s)\omega}$$ frekvenca negativnega zaporedja STATOR

$\Downarrow$ z uporabo poenostavitev

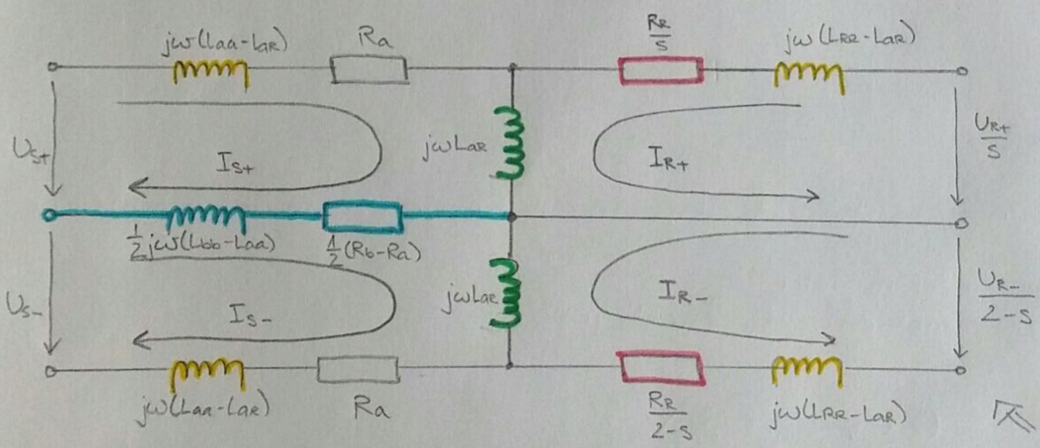
$$\begin{bmatrix} U_{S+} \\ U_{R+} \\ U_{S-} \\ U_{R-} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}((R_a+R_b)+j\omega(L_{aa}+L_{bb})) & j\omega L_{aR} & \frac{1}{2}((R_a-R_b)+j\omega(L_{aa}-L_{bb})) & 0 \\ js\omega L_{aR} & R_R+js\omega L_{RR} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}((R_a-R_b)+j\omega(L_{aa}-L_{bb})) & 0 & \frac{1}{2}((R_a+R_b)+j\omega(L_{aa}-L_{bb})) & j\omega L_{aR} \\ 0 & 0 & j(2-s)\omega L_{aR} & R_R+j(2-s)L_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{S+} \\ I_{R+} \\ I_{S-} \\ I_{R-} \end{bmatrix}$$

$\Downarrow$ vrstico U_{R+} delimo s slipom, vrstico U_{R-} pa delimo z $(2-s)$ } s tem postaneta obe rotorski frekvenci enaki statorskima

$$\boxed{\begin{bmatrix} U_{S+} \\ \frac{U_{R+}}{s} \\ U_{S-} \\ \frac{U_{R-}}{2-s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(R_a+R_b)+j\omega(L_{aa}+L_{bb})) & j\omega L_{aR} & \frac{1}{2}((R_a-R_b)+j\omega(L_{aa}-L_{bb})) & 0 \\ j\omega L_{aR} & \frac{R_R}{s}+j\omega L_{RR} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}((R_a-R_b)+j\omega(L_{aa}-L_{bb})) & 0 & \frac{1}{2}((R_a+R_b)+j\omega(L_{aa}+L_{bb})) & j\omega L_{RR} \\ 0 & 0 & j\omega L_{RR} & \frac{R_R}{2-s}+j\omega L_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{S+} \\ I_{R+} \\ I_{S-} \\ I_{R-} \end{bmatrix}}$$

EKVIVALENTNO VEZJE ZA USTALJENO OBRATOVANJE

Ekvivalentno vezje dobimo s kratko modifikacijo zgornje enačbe.



- stresana induktivnost
- sklopi MP statorja in rotorja
- ta veja kaže na asimetrijo gradnje stroja
- ti dve upornosti pomnoženi z rotorskim tokom predstavljata izgube in mehansko moč stroja

dvojno napajan AS (rotor in stator napajana)

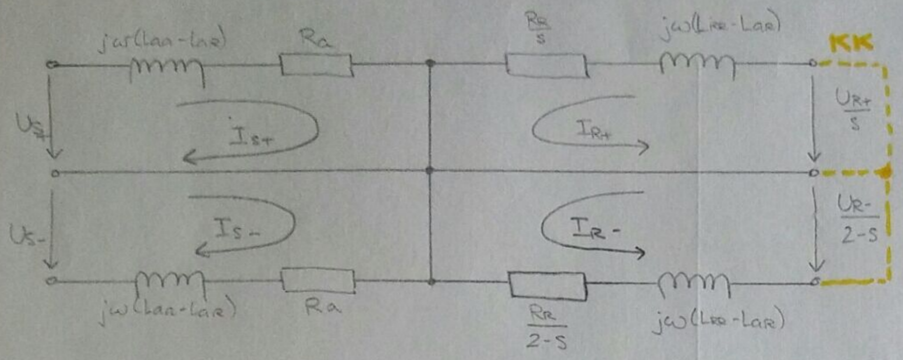
$$\boxed{\frac{R_R}{s} = R_R + R_R\frac{1-s}{s}} \qquad \boxed{\frac{R_R}{2-s} = R_R + R_R\frac{1-s}{2-s}}$$

izgube — mehanska moč na gredi

OMEJITVE MODELA:

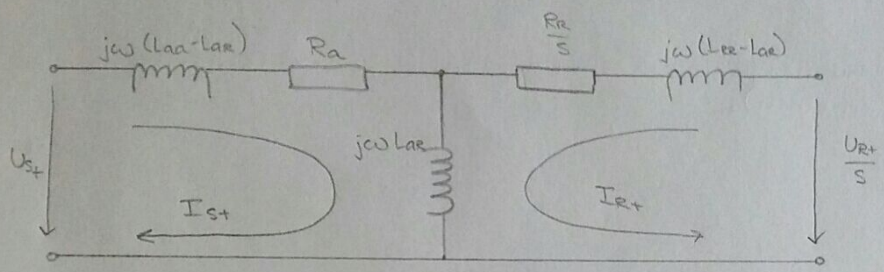
- rotorska navitja morajo biti simetrično grajena
- zračna reža mora biti enakomerna
- statorska navitja so lahko grajena fazno nesimetrično z različnimi ohmskimi in induktivnimi upornostmi
- vezje omogoča napetostno nesimetrijo na rotorski in statorski strani

Model simetrično grajenega statorja in rotorja



Srednje veje ni več, ker velja $R_a=R_b=R_s$ in $L_{aa}=L_{bb}=L_{ss}$.
Pozitivni in negativni sistem sta popolnoma ločena in ne uplivata drug na drugega. To vezje je uporabno pri obratovanju AS, ki so priključeni na nesimetrične statorske fazne napetosti. V takem primeru je na rotorju običajno KRATKOSTIČNA KLETKA.

Simetrično grajen in simetrično napajan AS



V tem primeru je $U_{R-}=U_{S-}=0$.

Moč in navor v ustaljenem obratovanju

$$\boxed{P_{vp}=P_{vp+}+P_{vp-}=R_R\left(\frac{I_{R+}^2}{s}+\frac{I_{R-}^2}{2-s}\right)}$$ celotna moč vrtilnega polja

$$\boxed{P_{izg}=P_{izg+}+P_{izg-}=R_R\left(I_{R+}^2+I_{R-}^2\right)}$$ celotna moč izgub v rotorskem navitju

V rotorju AS ni druge moči, kot je moč izgub in mehanska moč. Ti dve moči sestavljata moč vrtilnega polja, ki prehaja preko zračne reže med statorjem in rotorjem s posredovanjem vrtilnega magnetnega polja.

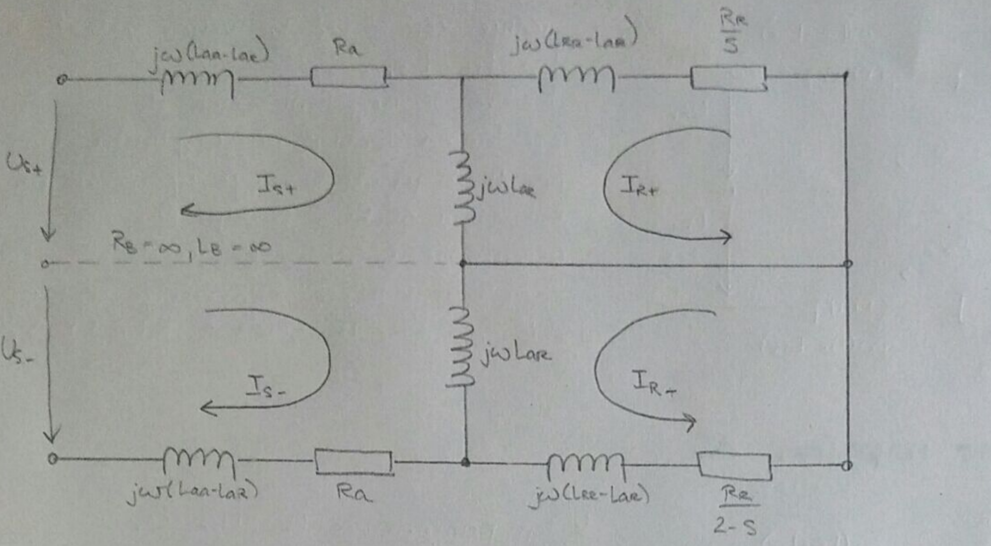
$$\boxed{P_{meh}=P_{vp}-P_{izg}=R_R I_{R+}^2\frac{1-s}{s}-R_R I_{R-}^2\frac{1-s}{2-s}}$$ mehanska moč stroja

motorski del mehanske moči
zavorni del mehanske moči

$$\boxed{M=\frac{P_{vp}}{\Omega}=\frac{R_R}{\Omega}\left(\frac{I_{R+}^2}{s}-\frac{I_{R-}^2}{2-s}\right)}$$ navor na rotorju

Tudi navor je sestavljen iz motorskega dela, ki poganja rotor, ter zavornega dela, ki ga zavira.

Nadomestno vezje 1-f AS



Velja $U_a = U_s$ in $U_b = 0$ ter $R_b = \infty$, $L_{bb} = \infty$. Povezovalna veja med pozitivnim in negativnim sistemom simetričnih komponent dobi neskončno veliko impedanco (kot, da je prekinjena) in v vezju zato odpade. Rotorsko navitje je v kratkem stiku, saj je pri teh strojih rotor običajno KK.

Vezje se še poenostavi, če upoštevamo razmerje med simetričnimi komponentami in pravimi faznimi količinami (tokovi in napetosti).

$$\begin{bmatrix} U_+ \\ U_- \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_a \\ U_b \end{bmatrix}$$

$\Downarrow$

$$U_{s+} = \frac{1}{\sqrt{2}}(U_a + jU_b) = \frac{U_a}{\sqrt{2}} \qquad I_{s+} = \frac{1}{\sqrt{2}}(I_a + jI_b) = \frac{I_a}{\sqrt{2}}$$

$$U_{s-} = \frac{1}{\sqrt{2}}(U_a - jU_b) = \frac{U_a}{\sqrt{2}} \qquad I_{s-} = \frac{1}{\sqrt{2}}(I_a - jI_b) = \frac{I_a}{\sqrt{2}}$$

$\Downarrow$ dobimo

Z upoštevanjem 1-f transformacije in zgornjih enačb se vezje še dodatno poenostavi: