

STROMAR⁵

STROMAR⁵

Univerza v Ljubljani
Fakulteta za elektrotehniko

Franc Smole in Marko Topič

Elementi polprevodniške elektronike

Tretja popravljena in dopolnjena izdaja

Ljubljana, 2008

Vsebina

Predgovor	V
Seznam simbolov in oznak	VI
1 Dvopoli in četverpoli	1
1.1 Prevajalne lastnosti dvopolov in četveropolov	2
2 Lastnosti polprevodnikov	11
2.1 Polprevodnik v termičnem ravnovesju	12
2.2 Polprevodnik izven termičnega ravnovesja	27
3 <i>pn</i> -spoj	32
3.1 Fizikalno-električne lastnosti <i>pn</i> -spoja	33
3.2 Diodna karakteristika	46
3.3 Temperaturna odvisnost diodne karakteristike	64
3.4 Linearizacija statične diodne karakteristike	72
3.5 Lastnosti diode pri krmiljenju z majhnimi signali	80
3.6 Prebojna (Zenerjeva) dioda	93

4	Bipolarni tranzistor	98
4.1	Tokovno-napetostna karakteristika tranzistorja	100
4.2	Delovna točka in nadomestna vezja tranzistorja	112
4.3	Linearizacija karakteristik nelinearnih četveropolov	130
4.4	Tranzistor kot ojačevalnik majhnih signalov in njegove frekvenčne lastnosti	144
5	Unipolarni tranzistor	168
5.1	Spojni FET	169
5.2	MOS tranzistor	176
6	Ostali polprevodniški elementi	190
	Literatura	204
	Priloga A: Pregled osnovnih enačb	205
	Priloga B: Tabela fizikalnih konstant	208
	Priloga C: Gibljivost elektronov in vrzeli	208

Predgovor

Polprevodniška elektronika je prodrla v vse pore življenja, saj je cenena, zanesljiva, miniaturna, omogoča hiter pretok znanja, informacij itd. Čeprav vedno zmogljivejši polprevodniški elektronski sistemi še zdaleč niso tako hitri kot človeški možgani, lahko vsi spoznamo in priznamo ogromen prispevek polprevodniških elektronskih sistemov k izboljšanju kakovosti človekovega življenja. Jasno je tudi, da je področje polprevodniške elektronike še daleč od razvojnega vrhunca. Dokler bo človeštvo imelo domišljijo, bo namreč področje polprevodniške elektronike še naprej nezadržno raslo.

Vseh petdeset let doživlja polprevodniška elektronska industrija hiter razvoj in uveljavitev vedno novih elementov. V še tako kompleksnih integriranih vezjih ostajajo polprevodniški elementi osnovni gradniki.

Knjiga *Elementi polprevodniške elektronike* je namenjena vsem, ki bi radi ob nalogah z rešitvami pridobili temeljno razumevanje fizikalnih dogajanj v polprevodnikih in spoznali delovanje nelinearnih polprevodniških elementov.

Avtorja se iskreno zahvaljujeva prof. dr. Jožetu Furlanu za skrben in temeljit pregled dela ter za vse komentarje in popravke.

Avtorja

Seznam simbolov in oznak

A	(m^2)	površina
C	(F)	kapacitivnost
D	(m)	širina osiromašenega področja
D_n, D_p	($cm^2 s^{-1}$)	difuzijska konstanta elektronov, vrzeli
E	(eV)	energija
E	(V/cm)	električna poljska jakost
E_C	(eV)	energija roba prevodnega pasu
E_G	(eV)	energija prepovedanega pasu
E_F	(eV)	Fermijeva energija
E_V	(eV)	energija roba valenčnega pasu
f	(Hz)	frekvenca
FF		polnilni faktor ("fill factor")
G	($cm^{-3} s^{-1}$)	generacije
g	(S)	diferencialna prevodnost
h	(6.625×10^{-34} Js)	Planckova konstanta
I	(A)	enosmerni tok
i	(A)	trenutni tok
J_{ph}	($W/cm^2, lx$)	gostota svetlobnega toka
J_S	(A/cm^2)	gostota toka nasičenja
J_{SC}	(A/cm^2)	gostota kratkostičnega toka
k	(8.617×10^{-5} eV/K)	Boltzmannova konstanta
L	(cm)	dolžina
L_n, L_p	(cm)	difuzijska dolžina elektronov, vrzeli
N_A, N_D	(cm^{-3})	koncentracija akceptorskih, donorskih primesi
N_C	(cm^{-3})	efektivna koncentracija stanj v prevodnem pasu
N_V	(cm^{-3})	efektivna koncentracija stanj v valenčnem pasu
n	(cm^{-3})	koncentracija prostih elektronov
n_i	(cm^{-3})	intrinzična koncentracija elektronov
n_0	(cm^{-3})	koncentracija prostih elektronov v termičnem ravnovesju
P	(W)	moč
p	(cm^{-3})	koncentracija prostih vrzeli
p_0	(cm^{-3})	koncentracija prostih vrzeli v termičnem ravnovesju
R	($cm^{-3} s^{-1}$)	rekombinacije
R	(Ω)	upornost
r	(Ω)	diferencialna upornost
q	(1.602×10^{-19} As)	osnovni naboj
s	(A/lx)	svetlobna občutljivost
T	(K)	absolutna temperatura

U	(V)	enosmerna napetost
u	(V)	trenutna napetost
U_D	(V)	difuzijska napetost
U_T	(V)	termična napetost ($U_T = kT/q$)
V	(V)	potencial
V_{OC}	(V)	napetost odprtih sponk
v_{th}	(10^7 cm/s)	povprečna termična hitrost
W	(cm)	širina
α, β		kratkostično tokovno ojačenje
ϵ	(As $V^{-1} cm^{-1}$)	dielektričnost
η	(%)	izkoristek sončne celice
μ	($cm^2 V^{-1} s^{-1}$)	gibljivost nosilcev naboja
σ	(S cm^{-1})	specifična prevodnost
ρ	(Ωcm)	specifična upornost
ρ	(As cm^{-3})	prostorski naboj
τ_n, τ_p	(s)	življenjski čas elektronov, vrzeli

Opomba:

Pri analizi elektronskih vezij pogosto zapišemo trenutne vrednosti tokov in napetosti polprevodniških elementov kot vsote enosmernih komponent, ki določajo delovno točko na karakteristiki, in časovno spremenljivih komponent, ki običajno ustrezajo koristnemu signalu. Pri tem enosmerne komponente signalov označujemo z velikimi tiskanimi črkami (npr.: $I_B, I_C, I_E, U_{BE}, U_{CE}, U_{CB}, I_D, I_{DS}, I_G, U_{GS}, U_{DS}$), za časovno spremenljive komponente pa je v rabi več načinov označevanja, npr. $\Delta I, \Delta U, \underline{I}, \underline{U}$ ali $i_b, i_c, i_e, i_d, u_{be}, u_{ds}$ itd. V tej knjigi bomo praviloma uporabili način označevanja, ki ga v elektroniki srečamo najpogosteje in je tudi najsplošnejši. Po tem načinu npr. tokove in napetosti bipolarnega tranzistorja zapišemo kot vsote enosmernih in časovno spremenljivih komponent:

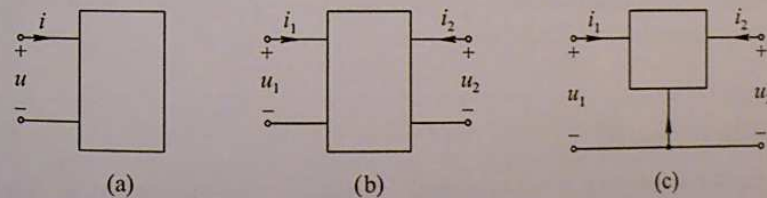
$$i_B(t) = I_B + i_b(t), \quad i_C(t) = I_C + i_c(t), \quad i_E(t) = I_E + i_e(t) \quad \text{in}$$

$$u_{BE}(t) = U_{BE} + u_{be}(t), \quad u_{CE}(t) = U_{CE} + u_{ce}(t), \quad u_{CB}(t) = U_{CB} + u_{cb}(t).$$

1

Dvopoli in četveropoli

Elektronske elemente kot gradnike elektronskih vezij najpogosteje delimo glede na število zunanjih priključkov oz. vhodov in glede na odvisnosti med tokovi in napetostmi na zunanjih priključkih. Glede na število vhodov ločimo enovhodne elemente ali dvopole (slika 1.1(a)) in večvhodne elemente ali večpole. Med večpoli najpogosteje srečamo elemente z dvema vhodoma ali četveropole (slika 1.1(b)). Običajno tudi elemente s tremi priključki obravnavamo kot dvovhodne elemente (slika 1.1(c)). Glede na odvisnosti med tokovi in napetostmi na zunanjih priključkih pa elektronske elemente delimo na linearne in nelinearne. Odvisnosti med tokovi in napetostmi lahko izrazimo s funkcijskimi zapisi ali pa jih predstavimo grafično s statičnimi karakteristikami.



Slika 1.1: Simboli elementov:

- (a) enovhodni element - dvopol
- (b) dvovhodni element - četveropol
- (c) element s tremi zunanjimi priključki v vezavi četveropola z eno skupno vhodno-izhodno sponko

1.1 Prevajalne lastnosti dvopolov in četveropolov

Naloga 1.1

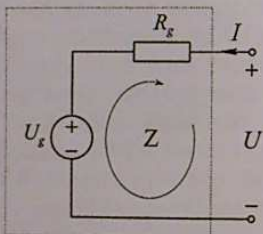
Analično določite in grafično prikažite statično $I(U)$ karakteristiko narisane linearnega dvopola. Prikažite, kako bi se spreminjala statična $I(U)$ karakteristika, če bi spreminjali samo notranjo upornost R_g ali samo napetost U_g .

Podatki:

$$U_g = 2 \text{ V}$$

$$R_g = 1 \Omega$$

$$I(U) = ?$$



Slika 1.2: Nadomestno vezje realnega napetostnega generatorja kot dvopola

Rešitev:

a) Analitična rešitev:

Statična karakteristika dvopola opisuje odvisnost med napetostjo in tokom na zunanjih sponkah dvopola $I(U)$ oz. $U(I)$. To odvisnost določajo notranje lastnosti dvopola. Do statične karakteristike pridemo preko ustreznega funkcijskega zapisa $f(U, I) = 0$, ki povezuje tok skozi zunanje sponke in napetost na zunanjih sponkah z notranjimi lastnostmi dvopola. Izpeljemo ga s pomočjo Kirchhoffovih zakonov. V danem primeru uporabimo Kirchhoffov napetostni zakon, ki pravi, da je vsota vseh napetosti v sklenjeni zanki enaka 0:

$$\sum_Z U = \sum_{k=1}^n U_k = 0.$$

Imamo:

$$U - U_g - R_g \cdot I = 0.$$

Iz zapisane zanke enačbe sledi enačba statične karakteristike:

$$I(U) = \frac{U - U_g}{R_g},$$

ki opisuje tokovno-napetostno odvisnost realnega napetostnega generatorja.

b) Grafična rešitev:

Karakteristika linearnega dvopola je premica. Njena lega je v ravnini (U, I) določena z dvema točkama. Če izberemo:

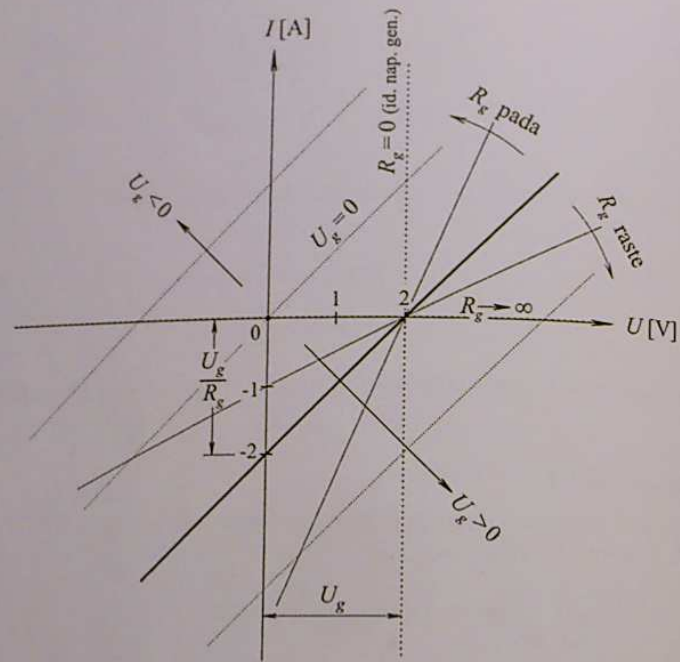
$$1. \quad I = 0, \quad \text{bo napetost} \quad U = U_g = 2 \text{ V}$$

in

$$2. \quad U = 0, \quad \text{bo tok} \quad I = -U_g/R_g = -2 \text{ A}.$$

Točki vnesemo v ravnino (U, I) in skozi nji vrišemo premico, ki predstavlja statično karakteristiko obravnavanega dvopola. V isti graf lahko vrišemo še vpliv spremenljive notranje upornosti R_g in napetosti generatorja U_g . Če upornost R_g upada, se strmina karakteristike povečuje in lastnosti generatorja se približujejo idealnemu napetostnemu generatorju. Nasprotno, če upornost R_g narašča, se strmina zmanjšuje. Spremembe notranje upornosti generatorja torej povzročajo vrtenje (rotacijo) karakteristike okrog točke $(U_g, 0)$. Spremembe napetosti generatorja pri konstantni notranji upornosti pa povzročajo paralelni premik (translacijo), pri manjšanju napetosti U_g v levo, pri večanju pa v desno. Pri $U_g = 0$ gre premica skozi koordinatno izhodišče.

Realni napetostni generator deluje kot aktivni element, ki oddaja energijo, ko se delovna točka nahaja na karakteristiki v drugem ali četrtem kvadrantu. Takrat je produkt toka in napetosti negativen, kar ob dogovorjenih oznakah pomeni aktivnost elementa oz. njegov generatorski značaj. Obravnavani realni napetostni generator deluje kot aktivni element v območju $U \in [0 \text{ V}, 2 \text{ V}]$ oz. $I \in [-2 \text{ A}, 0 \text{ A}]$.



Slika 1.3: $I(U)$ karakteristika realnega napetostnega generatorja kot linearnega dvopola

Naloga 1.2

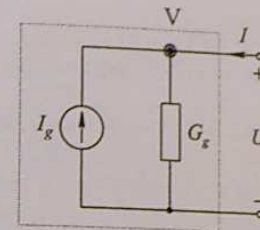
Analitično določite in grafično prikažite statično $I(U)$ karakteristiko realnega tokovnega generatorja. Prikažite, kako bi se spreminjala statična $I(U)$ karakteristika, če bi spreminjali samo tok I_g ali samo prevodnost G_g .

Podatki:

$$I_g = 2 \text{ A}$$

$$G_g = 1 \text{ S}$$

$$I(U) = ?$$



Slika 1.4: Nadomestno vezje realnega tokovnega generatorja kot dvopola

Rešitev:

a) Analitična rešitev:

Pri zapisu funkcije $f(U, I) = 0$ uporabimo Kirchhoffov tokovni zakon in dobimo:

$$\sum_V I = \sum_{k=1}^n I_k = 0,$$

$$I + I_g - G_g \cdot U = 0.$$

Pot do enačbe statične karakteristike je od tod enostavna. Dobimo:

$$\underline{I(U) = G_g \cdot U - I_g}.$$

b) Grafična rešitev:

Ker je dvopol linearen, je njegova karakteristika v (U, I) ravnini premica, za njeno določitev pa potrebujemo dve točki. Če izberemo:

1. $I = 0$, bo napetost $U = I_g / G_g = 2 \text{ V}$

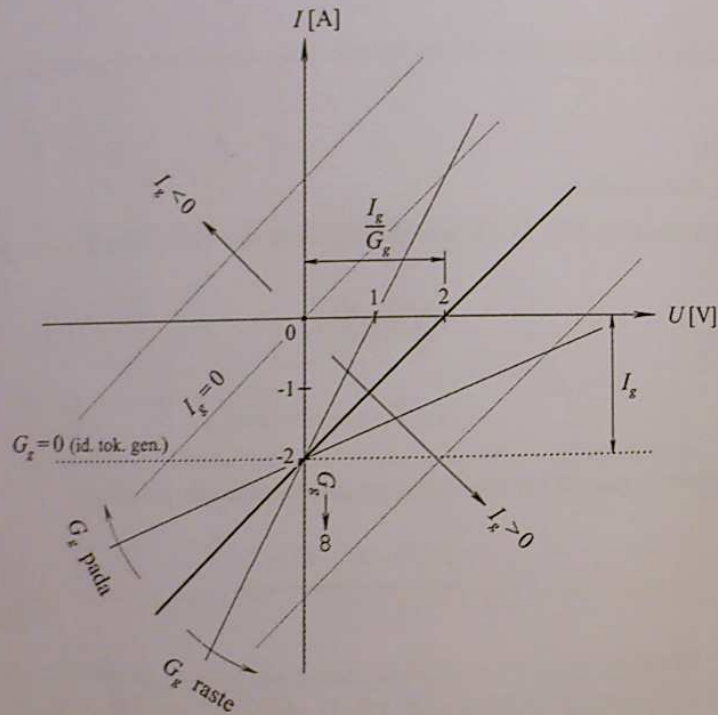
in

2. $U = 0$, bo tok $I = -I_g = -2 \text{ A}$.

Dobljeni točki vnesemo v (U, I) ravnino in skozi nji vrišemo premico, ki predstavlja statično karakteristiko obravnavanega dvopola. V isti graf vrišimo še vpliv spremenljive notranje prevodnosti G_g (rotacija karakteristike okrog točke $(0, I_g)$) in

spremenljivega toka generatorja I_g (paralelni premik ali translacija). Če se notranja prevodnost bliža vrednosti nič, je karakteristika vse bolj položna in realni tokovni generator je vse bližje idealnemu tokovnemu generatorju.

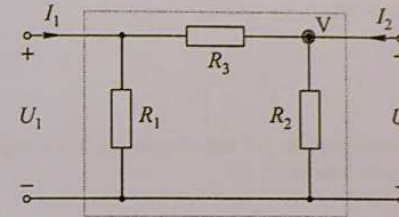
Realni tokovni generator deluje kot aktivni element, ko se delovna točka nahaja na karakteristiki v drugem ali četrtem kvadrantu. Obravnavani realni tokovni generator deluje kot aktivni element v območju $I \in [-2 \text{ A}, 0 \text{ A}]$ oz. $U \in [0 \text{ V}, 2 \text{ V}]$.



Slika 1.5: $I(U)$ karakteristika realnega tokovnega generatorja kot linearnega dvopola

Naloga 1.3

Zapišite in narišite statično izhodno karakteristiko $I_2(U_1, U_2) \Big|_{U_1 = \text{parameter}}$ linearnega četverpola (π) na sliki.



Slika 1.6: Uporovno vezje – linearni četverpol (π)

Rešitev:

a) Analitična rešitev:

Do zveze med odvisno spremenljivko I_2 in neodvisnima spremenljivkama U_1 in U_2 bomo najhitreje prišli, če bomo v označenem izhodnem vozlišču V uporabili Kirchhoffov tokovni zakon:

$$\sum_v I = 0: \quad I_2 - \frac{U_2}{R_2} - \frac{U_2 - U_1}{R_3} = 0.$$

Iz zapisane vozliščne enačbe izrazimo tok I_2 :

$$\underline{I_2(U_1, U_2) = -\frac{1}{R_3} \cdot U_1 + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \cdot U_2}$$

in dobljeni zapis že predstavlja iskano analitično rešitev.

b) Grafična rešitev:

Ker je četverpol linearen, lahko grafično rešitev v ravninskem koordinatnem sistemu predstavimo z družino premic. Naloga zahteva, da je napetost U_1 parameter, zato za koordinatni osi ravninskega sistema vzamemo izhodno napetost U_2 in izhodni tok I_2 .

Pri $U_1 = 0$ predstavlja izraz za tok I_2

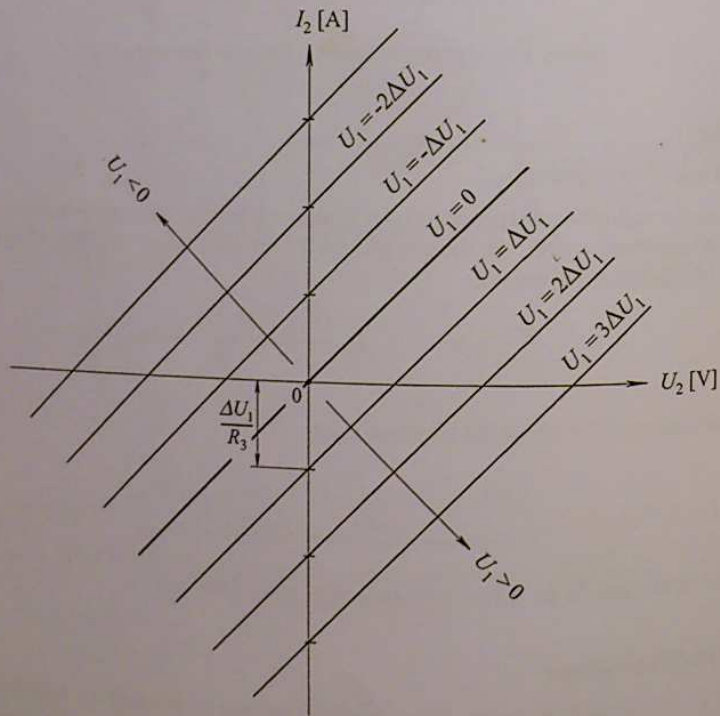
$$I_2 = \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \cdot U_2 = k \cdot U_2$$

enačbo premice skozi izhodišče s strmino k , ki jo določata upora R_2 in R_3 .

Pri $U_2 = 0$ pa dobimo enačbo:

$$I_2 = -\frac{1}{R_3} \cdot U_1,$$

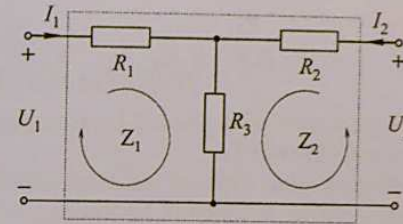
ki podaja paralelni premik premic pri napetostih U_1 , ki nastopajo kot parameter. Opisano podrobneje prikazuje slika 1.7.



Slika 1.7: Statična izhodna karakteristika $I_2(U_1, U_2) \Big|_{U_1=\text{parameter}}$ linearnega četverpola (π)

Naloga 1.4

Zapišite in narišite statično izhodno karakteristiko $I_2(U_1, U_2) \Big|_{U_1=\text{parameter}}$ linearnega četverpola (T) na sliki.



Slika 1.8: Uporovno vezje – linearni četveropol (T).

Rešitev:

a) Analitična rešitev:

Rešitev poiščimo s pomočjo Kirchhoffovega napetostnega zakona za obe označeni zanki na sliki:

$$\sum_{Z_1} U = 0: \quad R_1 I_1 + R_3 (I_1 + I_2) - U_1 = 0$$

$$\sum_{Z_2} U = 0: \quad R_2 I_2 + R_3 (I_1 + I_2) - U_2 = 0.$$

Če iz prve zanke enačbe izrazimo tok I_1 in ga vstavimo v drugo enačbo, dobimo po ureditvi iskano zvezo:

$$I_2(U_1, U_2) = \frac{-R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} U_1 + \frac{R_1 + R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} U_2.$$

b) Grafična rešitev:

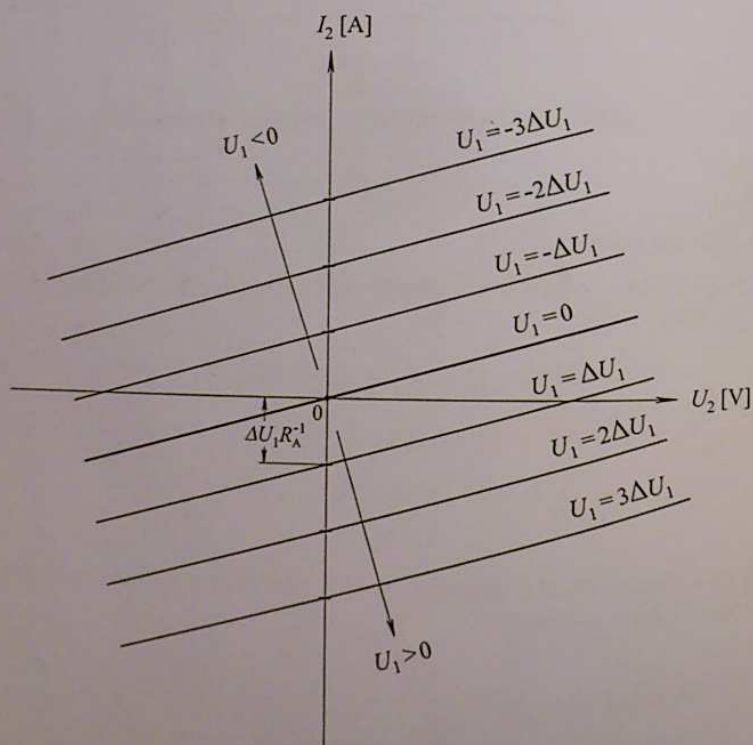
Pri $U_1 = 0$ dobimo izraz:

$$I_2 = \frac{R_1 + R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} U_2,$$

ki določa premico skozi izhodišče, pri $U_2 = 0$ pa izraz

$$I_2 = -\frac{R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} U_1 = -\frac{1}{R_A} \cdot U_1,$$

ki določa paralelni premik premic pri napetostih U_1 , ki nastopajo kot parameter. Razmere podrobneje ponazarja slika 1.9.



Slika 1.9: Statična izhodna karakteristika $I_2(U_1, U_2) \Big|_{U_1 = \text{parameter}}$ linearnega četverpola (T)

2

Lastnosti polprevodnikov

Za razumevanje osnovnih fizikalnih principov delovanja polprevodniških elementov, za poznavanje njihovih električnih lastnosti in možnosti uporabe v praksi moramo najprej poznati osnovne lastnosti polprevodnikov.

V polprevodniku prevajajo električni tok prosti elektroni v prevodnem pasu in proste vrzeli v valenčnem pasu. V čistem polprevodniku je prostih nosilcev naboja pri sobni temperaturi razmeroma malo, zato je njegova specifična prevodnost majhna. Z dodajanjem ustreznih primesi drugih atomov pa lahko koncentracijo prostih elektronov v prevodnem pasu ali koncentracijo prostih vrzeli v valenčnem pasu zelo povečamo. Prav ta lastnost je bistvena za delovanje polprevodniških elementov.

Prosti nosilci naboja se skozi polprevodnik lahko gibljejo zaradi dveh mehanizmov: 1. zaradi vpliva električnega polja in 2. zaradi difuzije nosilcev s področij z večjo koncentracijo proti področjem z manjšo koncentracijo. Gibanje prostih nosilcev naboja zaradi električnega polja povzroča konduktivni tok, gibanje zaradi difuzije pa difuzijski tok.

2.1 Polprevodnik v termičnem ravnovesju

Naloga 2.1

Izračunajte specifično prevodnost (upornost) čistega (intrinzičnega) silicija pri sobni temperaturi $T = 24.8\text{ }^{\circ}\text{C}$ ($T = 297.8\text{ K}$), pri kateri so snovne konstante silicija naslednje:

- koncentracija prostih elektronov oz. vrzeli $n_i = p_i = 10^{10}\text{ cm}^{-3}$,
- gibljivost elektronov $\mu_{n_i} = 1358\text{ cm}^2(\text{Vs})^{-1}$ in
- gibljivost vrzeli $\mu_{p_i} = 461\text{ cm}^2(\text{Vs})^{-1}$.

Podatki:

$$T = 24.8\text{ }^{\circ}\text{C} \quad (T = 297.8\text{ K})$$

$$n_i = p_i = 10^{10}\text{ cm}^{-3}$$

$$\mu_{n_i} = 1358\text{ cm}^2(\text{Vs})^{-1}$$

$$\mu_{p_i} = 461\text{ cm}^2(\text{Vs})^{-1}$$

$$q = 1.6 \times 10^{-19}\text{ As}$$

$$\sigma_i = \rho_i^{-1} = ?$$

Rešitev:

Specifična prevodnost (upornost) polprevodnika je sorazmerna s koncentracijo prostih nosilcev naboja in njihovo gibljivostjo. V čistem siliciju sta koncentraciji elektronov n_i in vrzeli p_i med seboj enaki, gibljivost prostih elektronov v prevodnem pasu pa je večja kot gibljivost praznih mest – vrzeli v valenčnem pasu. Specifična prevodnost σ_i (upornost ρ_i) čistega silicija je torej:

$$\begin{aligned} \sigma_i &= q(\mu_{n_i} n_i + \mu_{p_i} p_i) = q(\mu_{n_i} n_i + \mu_{p_i} n_i) = \\ &= 1.6 \times 10^{-19}\text{ As} \cdot (1358\text{ cm}^2/\text{Vs} \cdot 10^{10}\text{ cm}^{-3} + 461\text{ cm}^2/\text{Vs} \cdot 10^{10}\text{ cm}^{-3}), \\ &= \underline{\underline{2.91 \times 10^{-6}\text{ Scm}^{-1}}} \end{aligned}$$

oziroma

$$\rho_i = \frac{1}{\sigma_i} = \underline{\underline{3.44 \times 10^5\text{ }\Omega\text{cm}}}.$$

Naloga 2.2

Izračunajte specifično prevodnost (upornost) silicija z dodatkom donorskih primesi $N_D = 10^{16}\text{ cm}^{-3}$.

Podatki:

$$N_D = 10^{16}\text{ cm}^{-3}$$

$$T = 24.8\text{ }^{\circ}\text{C} \quad (T = 297.8\text{ K})$$

$$n_i = p_i = 10^{10}\text{ cm}^{-3}$$

$$\mu_{n_i} = 1248\text{ cm}^2(\text{Vs})^{-1}$$

$$\mu_{p_i} = 437\text{ cm}^2(\text{Vs})^{-1}$$

$$\sigma_n = \rho_n^{-1} = ?$$

Rešitev:

Dodane donorske primesi povečajo koncentracijo prostih elektronov v prevodnem pasu, zato gre v danem primeru za polprevodnik n -tipa ($N_D > 0$, $N_A = 0$). Običajno najprej izračunamo koncentracijo večinskih prostih nosilcev, v danem primeru so to elektroni:

$$n_n = \frac{N_D - N_A}{2} \left[1 \pm \sqrt{1 + \left(\frac{2n_i}{N_D - N_A} \right)^2} \right] = \frac{N_D}{2} \left[1 \pm \sqrt{1 + \left(\frac{2n_i}{N_D} \right)^2} \right].$$

Ker je $N_D = 10^{16}\text{ cm}^{-3} \gg n_i = 10^{10}\text{ cm}^{-3}$, velja:

$$n_n \cong \frac{N_D}{2} [1 \pm 1].$$

Smiselna je le rešitev s predznakom +, torej:

$$n_n \cong N_D = 10^{16}\text{ cm}^{-3}.$$

Iz rezultata vidimo, da je koncentracija prostih elektronov kot večinskih nosilcev določena kar s koncentracijo dodanih donorskih primesi.

V termičnem ravnovesju lahko določimo koncentracijo manjšinskih prostih nosilcev iz konstantnosti produkta pn :

$$p_n n_n = p_i n_i = n_i^2,$$

od koder sledi koncentracija vrzeli za n -tip polprevodnika:

$$p_n = \frac{n_i^2}{n_n} = \frac{10^{20} \text{ cm}^{-6}}{10^{16} \text{ cm}^{-3}} = 10^4 \text{ cm}^{-3}.$$

Specifična prevodnost je dana z izrazom:

$$\sigma = q(\mu_n n + \mu_p p).$$

Ker je v obravnavanem primeru $n_n \gg p_n$, lahko prispevek manjšinskih nosilcev p_n zanemarimo in dobimo:

$$\sigma_n \cong q\mu_n n_n = 1.6 \times 10^{-19} \text{ As} \cdot 1248 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}} \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3} = \underline{\underline{2 \text{ Scm}^{-1}}}.$$

Specifična upornost pa je:

$$\rho_n = \sigma_n^{-1} \cong \underline{\underline{0.5 \Omega \text{cm}}}.$$

Primerjajmo specifično prevodnost tega primera s specifično prevodnostjo čistega silicija:

$$\frac{\sigma_n}{\sigma_i} = \frac{2 \text{ Scm}^{-1}}{2.91 \times 10^{-6} \text{ Scm}^{-1}} = \underline{\underline{6.87 \times 10^5 \approx 10^6}}.$$

Povečanje specifične prevodnosti v dopiranem polprevodniku je skoraj enako razmerju med koncentracijo dodanih primesi N_D in intrinzično koncentracijo n_i . Primer potrjuje, kako močno lahko z dodajanjem primesi vplivamo na specifično prevodnost (upornost) polprevodnika.

Naloga 2.3

Izračunajte koncentracijo dodanih donorskih primesi v n -tipu silicija s specifično upornostjo $1 \Omega \text{cm}$, če je koncentracija akceptorskih primesi $2 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, gibljivost elektronov pa ocenjujemo na $1300 \text{ cm}^2(\text{Vs})^{-1}$.

Podatki:

$$\begin{aligned} \rho_n &= 1 \Omega \text{cm} \\ N_A &= 2 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3} \\ T &= 24.8 \text{ }^\circ\text{C} \quad (T = 297.8 \text{ K}) \\ n_i &= 10^{10} \text{ cm}^{-3} \\ \mu_n &= 1300 \text{ cm}^2(\text{Vs})^{-1} \end{aligned}$$

$$N_D = ?$$

Rešitev:

Sklepamo: $\rho_n = 1 \Omega \text{cm} \ll \rho_i = 3.44 \times 10^5 \Omega \text{cm} \Rightarrow n_n \gg n_i \Rightarrow n_n \cong N_D - N_A \gg p_n$

Sledi:

$$\rho_n = \frac{1}{q(\mu_n n_n + \mu_p p_n)} \cong \frac{1}{q\mu_n n_n}.$$

Iz tega izraza lahko izračunamo koncentracijo prostih elektronov:

$$n_n \cong \frac{1}{q\mu_n \rho_n} = \frac{1}{1.6 \times 10^{-19} \text{ As} \cdot 1300 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}} \cdot 1 \Omega \text{cm}} = 4.8 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}.$$

Iz sklepa na začetku:

$$n_n \cong N_D - N_A$$

lahko izračunamo še koncentracijo dodanih donorskih primesi:

$$N_D \cong n_n + N_A = 4.8 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3} + 2 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3} = \underline{\underline{5.0 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}}}.$$

Naloga 2.4

Silicij vsebuje primesi fosforja $N_D = 2 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$. Kolikšen naj bo dodatek primesi bora, da bo postal polprevodnik nasprotnega tipa z enako prevodnostjo?

Podatki:

$$N_D = 2 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

$$T = 24.8 \text{ }^\circ\text{C} \quad (T = 297.8 \text{ K})$$

$$n_i = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

$$\mu_n = 3\mu_p = 1357 \text{ cm}^2(\text{Vs})^{-1}$$

$$N_A = ?$$

Rešitev:

1. Pred dodatkom bora polprevodnik vsebuje le donorske primesi in je n -tipa s koncentracijo elektronov:

$$n_n \cong N_D = 2 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

in koncentracijo vrzeli:

$$p_n = \frac{n_i^2}{N_D} = \frac{10^{20} \text{ cm}^{-6}}{2 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}} = 5 \times 10^5 \text{ cm}^{-3},$$

ki je zanemarljivo majhna.

Glede na gornje vrednosti lahko zapišemo poenostavljen izraz za specifično prevodnost:

$$\sigma_n = q(\mu_n n_n + \mu_p p_n) \cong q\mu_n n_n \cong q\mu_n N_D.$$

2. Da bo polprevodnik n -tipa po dodatku primesi bora postal polprevodnik p -tipa, mora biti:

$$N_A > N_D.$$

Za koncentracijo vrzeli v p -tipu polprevodnika lahko zapišemo:

$$p_p \cong N_A - N_D$$

in bo v tem primeru mnogo večja od koncentracije elektronov:

$$n_p = \frac{n_i^2}{p_p}.$$

Specifična prevodnost polprevodnika p -tipa bo:

$$\sigma_p = q(\mu_n n_p + \mu_p p_p) \cong q\mu_p p_p \cong q\mu_p (N_A - N_D).$$

Zaradi zahteve po enaki specifični prevodnosti pred dodatkom bora in po njem:

$$\sigma_n = \sigma_p$$

mora torej po predopiranju veljati:

$$q\mu_n N_D = q\mu_p (N_A - N_D)$$

oziroma:

$$q\mu_n N_D = q \frac{\mu_n}{3} (N_A - N_D).$$

Dobimo:

$$3N_D = N_A - N_D$$

in končni rezultat je:

$$\underline{\underline{N_A = 4N_D = 8 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}}}$$

Do rešitve lahko pridemo tudi s preprostim sklepanjem. Najprej moramo dodati enako koncentracijo akceptorskih primesi, da nevtraliziramo že dodano koncentracijo donorskih primesi. Nato pa moramo za dosego enake specifične prevodnosti dodati še trikratno koncentracijo akceptorjev, saj je gibljivost vrzeli trikrat manjša od gibljivosti elektronov.

Naloga 2.5

Narišite sliko energijskih in potencialnih nivojev v siliciju pri sobni temperaturi z dodatkom akceptorskih primesi $N_A = 6 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$.

Podatki:

$$\begin{aligned} N_A &= 6 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3} \\ T &= 24,8 \text{ }^\circ\text{C} \quad (T = 297,8 \text{ K}) \\ n_i &= 10^{10} \text{ cm}^{-3} \\ E_G &= 1,12 \text{ eV} \\ kT &= 25,66 \text{ meV} \\ U_T &= 25,66 \text{ mV} \end{aligned}$$

Rešitev:

Rešitev naloge v bistvu pomeni določitev lege Fermijevega nivoja znotraj prepovedanega pasu silicija. Njegovo lego lahko iščemo bodisi glede na prevodni ali valenčni pas bodisi glede na Fermijev nivo intrinzičnega silicija, ki se nahaja približno na sredini prepovedanega pasu. Za iskanje lege Fermijevega nivoja se odločimo glede na Fermijev nivo intrinzičnega silicija. Energijsko razliko med E_{Fi} in E_F označimo z $\Delta E_F = E_{Fi} - E_F$, potencialno razliko med V_F in V_{Fi} pa z $\Delta V_F = V_F - V_{Fi}$. Zvezo med koncentracijo prostih nosilcev in ΔE_F oz. ΔV_F podajajo izrazi:

$$\begin{aligned} n &= n_i e^{-\frac{\Delta E_F}{kT}} = n_i e^{-\frac{E_F - E_{Fi}}{kT}} & p &= n_i e^{\frac{\Delta E_F}{kT}} = n_i e^{\frac{E_{Fi} - E_F}{kT}} \\ n &= n_i e^{-\frac{\Delta V_F}{U_T}} = n_i e^{-\frac{V_F - V_{Fi}}{U_T}} & p &= n_i e^{\frac{\Delta V_F}{U_T}} = n_i e^{\frac{V_{Fi} - V_F}{U_T}} \end{aligned}$$

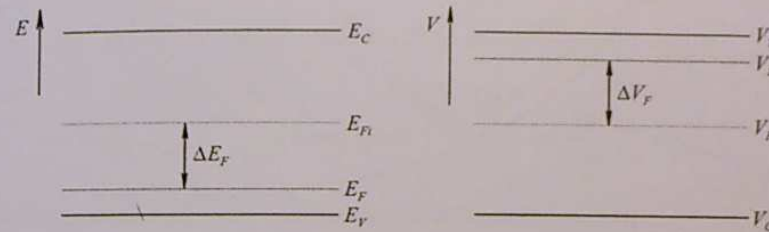
Če uporabimo izraz za večinske nosilce, ki so v danem primeru vrzeli, za ΔE_F dobimo:

$$\Delta E_F = E_{Fi} - E_F = kT \ln \frac{p}{n_i} \cong kT \ln \frac{N_A}{n_i} = 25,66 \text{ meV} \cdot \ln \frac{6 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}}{10^{10} \text{ cm}^{-3}} = 0,4 \text{ eV},$$

za ΔV_F pa:

$$\Delta V_F = V_F - V_{Fi} = -\frac{1}{q}(E_F - E_{Fi}) = \frac{\Delta E_F}{q} = \frac{0,4 \text{ eV}}{1e} = 0,4 \text{ V}.$$

Zaradi dodanih akceptorskih primesi se je Fermijev nivo premaknil s sredine prepovedanega pasu proti valenčnemu pasu za 0,4 eV oz. 0,4 V. Slika energijskih in potencialnih nivojev je torej taka:



Slika 2.1: Energijski in potencialni nivoji v homogeno dopiranem polprevodniku v termičnem ravnovesju.

Energijski in potencialni nivoji nam pomagajo pojasniti električna dogajanja v polprevodniških strukturah. V homogeno dopiranem polprevodniku so v termičnem ravnovesju energijski in potencialni nivoji krajevno konstantni oziroma ravni.

Naloga 2.6

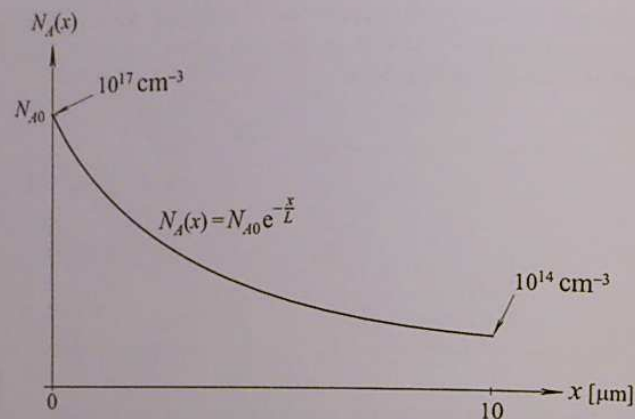
Določite krajevni potek potencialnih nivojev v polprevodniku p-tipa s porazdelitvijo akceptorskih primesi

$$N_A(x) = N_{A0} e^{-\frac{x}{L}}.$$

Polprevodnik je v termičnem ravnovesju. Izračunajte tudi električno polje, ki vlada v vzorcu zaradi krajevno spremenljive koncentracije primesi.

Podatki:

$$\begin{aligned} N_{A0} &= 10^{17} \text{ cm}^{-3} \\ \text{dolžina vzorca } l &= 10 \text{ } \mu\text{m} \\ L &= 1,45 \text{ } \mu\text{m} \\ T &= 24,8 \text{ }^\circ\text{C} \quad (T = 297,8 \text{ K}) \\ n_i &= 10^{10} \text{ cm}^{-3} \\ U_T &= 25,66 \text{ mV} \\ V_{G(Si)} &= 1,12 \text{ V} \quad (\text{potencialna širina prepovedanega pasu silicija}) \end{aligned}$$



Slika 2.2: Prikaz krajevno spreminjajoče se koncentracije akceptorskih primesi v smeri x

Rešitev:

S slike je razvidno, da vzdolž celotnega vzorca velja $N_A(x) \gg n_i$ ($N_A(0) = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, $N_A(l) = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$), zato vzamemo, da je $p(x) \cong N_A(x)$. Ker je polprevodnik v termičnem ravnovesju, vemo, da je Fermijev nivo krajevno konstanten. Krajevne poteke potencialnih nivojev bomo poznali, če bomo določili njihovo lego glede na Fermijev nivo. Potencialno razliko $V_F - V_{Fi}(x)$ lahko določimo iz izraza za koncentracijo vrzeli:

$$p_p(x) = n_i e^{\frac{V_F - V_{Fi}(x)}{U_T}},$$

in sicer:

$$\begin{aligned} V_F - V_{Fi}(x) &= U_T \cdot \ln \frac{p_p(x)}{n_i} \cong U_T \cdot \ln \frac{N_A(x)}{n_i} \\ &= U_T \cdot \ln \frac{N_{A0} e^{-\frac{x}{L}}}{n_i} = U_T \cdot \left(\ln \frac{N_{A0}}{n_i} - \frac{x}{L} \right). \end{aligned}$$

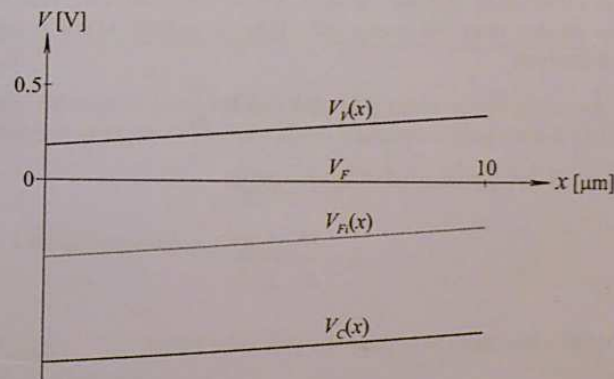
Iz zadnjega izraza gornjega zapisa lahko ugotovimo, da se potencialni nivo $V_{Fi}(x)$ v obravnavanem primeru spreminja po premici, enako seveda velja tudi za nivoja $V_V(x)$ in $V_C(x)$. Določimo potencialno razliko $V_F - V_{Fi}(x)$ v krajnih točkah:

$$x=0 \Rightarrow V_F - V_{Fi}(0) = U_T \cdot \ln \frac{N_{A0}}{n_i} = 25.66 \text{ mV} \cdot \ln \frac{10^{17} \text{ cm}^{-3}}{10^{10} \text{ cm}^{-3}} = \underline{\underline{0.41 \text{ V}}}$$

in

$$x=10 \mu\text{m} \Rightarrow V_F - V_{Fi}(10 \mu\text{m}) = 0.41 \text{ V} - 25.66 \text{ mV} \frac{10 \mu\text{m}}{1.45 \mu\text{m}} = \underline{\underline{0.23 \text{ V}}}.$$

Z izračunanimi vrednostmi lahko narišemo sliko potencialnih nivojev.



Slika 2.3: Potencialni nivoji v polprevodniku z eksponentno upadajočo koncentracijo akceptorskih primesi

Električno polje E je po definiciji krajevni odvod potenciala. Ker so energijski oz. potencialni nivoji v siliciju vzporedni, velja:

$$E = -\frac{dV}{dx} = -\frac{dV_{Fi}}{dx} = -\frac{dV_V}{dx} = -\frac{dV_C}{dx}.$$

Za $V_{Fi}(x)$ lahko v danem primeru zapišemo:

$$V_{Fi}(x) = V_F - U_T \left(\ln \frac{N_{A0}}{n_i} - \frac{x}{L} \right).$$

Z odvajanjem tega izraza dobimo električno polje:

$$E = -\frac{dV_{Fi}}{dx} = -\frac{U_T}{L} = -\frac{25.66 \text{ mV}}{1.45 \cdot 10^{-4} \text{ cm}} = \underline{\underline{-177 \text{ Vcm}^{-1}}}.$$

Rezultat nam pove, da je električno polje v polprevodniku z eksponentno porazdelitvijo primesi konstantno!

Do električnega polja lahko pridemo tudi po drugi poti. Če je polprevodnik v termičnem ravnovesju, skozenj ne teče noben električni tok. Tok vrzeli in tok elektronov morata torej biti enaka nič. Tokovo gostoto vrzeli v polprevodniku opišemo z izrazom:

$$j_p = q\mu_p pE - qD_p \frac{dp}{dx}.$$

Iz pogoja $j_p = 0$ dobimo izraz za električno polje:

$$E = \frac{D_p}{\mu_p} \frac{1}{p} \frac{dp}{dx}.$$

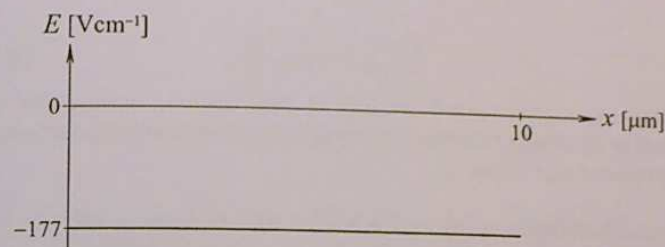
Med difuzijsko konstanto D in gibljivostjo μ velja zveza:

$$\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{D_n}{\mu_n} = U_T,$$

ki se imenuje Einsteinova relacija. Če upoštevamo to relacijo, dobimo rezultat, ki je enak prejšnjemu:

$$E = U_T \frac{1}{p} \frac{dp}{dx} = U_T \frac{1}{N_A(x)} \frac{dN_A(x)}{dx}$$

$$= U_T \frac{1}{N_{A0} e^{-\frac{x}{L}}} N_{A0} e^{-\frac{x}{L}} \left(-\frac{1}{L} \right) = -\frac{U_T}{L} = \underline{\underline{-177 \text{ Vcm}^{-1}}}.$$



Slika 2.4: Električno polje v polprevodniku z eksponentno upadajočo koncentracijo primesi je v termičnem ravnovesju konstantno

Naloga 2.7

Izračunajte difuzijsko komponento tokove gostote vrzeli pri $x = 0$, $x = l/2$ in $x = l$ v silicijevem vzorcu s spremenljivo koncentracijo primesi v smeri x :

$$N_A(x) = N_{A0} e^{-\frac{x}{L}}.$$

Vzorec je v termičnem ravnovesju.

Podatki:

$$N_{A0} = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

$$\text{dolžina vzorca } l = 10 \text{ } \mu\text{m}$$

$$L = 1.45 \text{ } \mu\text{m}$$

$$T = 24.8 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (T = 297.8 \text{ K})$$

$$n_i = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

$$U_T = 25.66 \text{ mV}$$

$$V_G = 1.12 \text{ V}$$

$$j_{p\text{dif}} = ?$$

Rešitev:

Difuzijska komponenta tokove gostote vrzeli je dana z izrazom:

$$j_{\text{pdf}} = -qD_p \frac{dp}{dx},$$

pri čemer je D_p difuzijska konstanta vrzeli, ki je povezana z gibljivostjo vrzeli preko Einsteinove relacije: $D_p = U_T \mu_p$.

Koncentracija akceptorjev pri $x = l$ je $N_A(l) = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, zato v celotnem vzorcu velja $N_A(x) \gg n_i$, tako da je $p(x) \approx N_A(x)$. Če to ugotovitev upoštevamo v enačbi za difuzijsko komponento tokove gostote vrzeli, dobimo:

$$\begin{aligned} j_{\text{pdf}}(x) &= -qD_p \frac{dp(x)}{dx} \approx -qD_p \frac{dN_A(x)}{dx} \\ &= -qD_p \frac{d}{dx} N_{A0} e^{-\frac{x}{L}} = qD_p \frac{N_A(x)}{L}. \end{aligned}$$

Da bomo lahko izračunali tokovo gostoto vrzeli, moramo v danih točkah najprej določiti koncentracijo primesi N_A in difuzijsko konstanto D_p . Rezultate zapišimo kar v obliki tabele:

x	$N_A(x)$ $= N_{A0} e^{-\frac{x}{L}}$	$\mu_p(N_A)$ [glej prilogo C]	$D_p = U_T \mu_p$	$j_{\text{pdf}}(x)$ $= qD_p \frac{N_A(x)}{L}$
μm	cm^{-3}	$\text{cm}^2(\text{Vs})^{-1}$	cm^2s^{-1}	Acm^{-2}
0	10^{17}	331	8.5	949
5	3.18×10^{15}	452	11.6	41
10	10^{14}	461	11.8	1.3

Ugotovimo lahko, da se difuzijska komponenta tokove gostote vrzeli vzdolž vzorca močno spreminja. Difuzijski komponenti nasprotuje konduktivna komponenta, ki je enake velikosti, vendar nasprotnega predznaka. Dejansko skozi polprevodnik v termičnem ravnovesju ne teče noben električni tok. V polprevodniku s spremenljivo koncentracijo primesi ionizirani atomi primesi ustvarijo vgrajeno električno polje, ki zavira difuzijo nosilcev v smeri k manjši koncentraciji.

Naloga 2.8

Poiščite potencialno razliko med dvema mestoma silicijevega vzorca, med katerima se ravnovesna koncentracija prostih nosilcev razlikuje za faktor 10.

Podatki:

$$T = 24.8 \text{ }^\circ\text{C} \quad (T = 297.8 \text{ K})$$

$$n_i = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

$$U_T = 25.66 \text{ mV}$$

$$\Delta V = ?$$

Rešitev:

Izhodišče pri iskanju rešitve je lahko ena od enačb, ki povezujejo koncentracijo prostih nosilcev s potencialnimi nivoji. Vzemimo npr. enačbo:

$$p = n_i e^{\frac{V_F - V_{Fi}}{U_T}}.$$

Če se krajevno spreminja koncentracija vrzeli, se ustrezno spreminja tudi intrinzični Fermijev nivo V_{Fi} . Fermijev nivo V_F pa je v termičnem ravnovesju konstanten. Iz gornje enačbe izrazimo V_{Fi} :

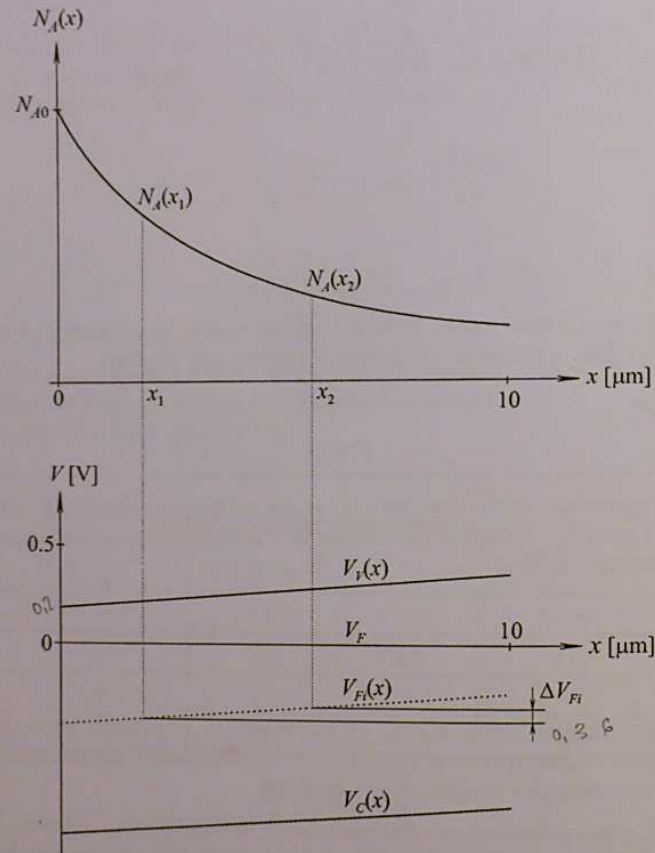
$$V_{Fi}(x) = V_F - U_T \ln \frac{p(x)}{n_i}.$$

Ker so potencialni nivoji V_V , V_C in V_{Fi} v siliciju vzoredni, lahko potencialno razliko med dvema mestoma silicija z različno koncentracijo primesi izrazimo z razliko intrinzičnega Fermijevega nivoja, torej:

$$\begin{aligned} \Delta V &= \Delta V_{Fi} = V_{Fi}(x_2) - V_{Fi}(x_1) = V_F - U_T \ln \frac{p(x_2)}{n_i} - V_F + U_T \ln \frac{p(x_1)}{n_i} \\ &= U_T \ln \frac{p(x_1)}{p(x_2)}, \end{aligned}$$

oziroma v danem primeru:

$$\Delta V = U_T \ln \frac{p(x_1)}{p(x_2)} = 25.66 \text{ mV} \cdot \ln 10 = \underline{\underline{59 \text{ mV}}}$$



Slika 2.5: Med mestoma z različno koncentracijo primesi obstaja potencialna razlika

2.2 Polprevodnik izven termičnega ravnovesja

Naloga 2.9

Za koliko se poveča prevodnost silicijevega vzorca n -tipa s koncentracijo donorskih primesi $N_D = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, če se zaradi osvetlitve poveča koncentracija prostih nosilcev za $\Delta n = \Delta p = n_{n0}$.

Podatki:

$$\mu_n = 3\mu_p = 1358 \text{ cm}^2(\text{Vs})^{-1}$$

$$N_D = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

$$\Delta n = \Delta p = n_{n0}$$

$$\frac{\sigma_{nL}}{\sigma_{n0}} = ?$$

Rešitev:

Zapišimo najprej prevodnost v termičnem ravnovesju:

$$\sigma_{n0} = q(\mu_n n_{n0} + \mu_p p_{n0}) \cong q\mu_n n_{n0}$$

Kadar je to potrebno ali če želimo označiti termično ravnovesne razmere, dodamo veličinam indeks 0.

Zaradi osvetlitve se termično ravnovesna koncentracija prostih nosilcev poveča za vrednost svetlobno generiranih nosilcev:

$$n_n = n_{n0} + \Delta n_n = n_{n0} + n_{n0} = 2 \cdot n_{n0}$$

$$p_n = p_{n0} + \Delta p_n = p_{n0} + n_{n0} \cong n_{n0}$$

Prevodnost osvetljenega polprevodnika je:

$$\sigma_{nL} = q(\mu_n n_n + \mu_p p_n) \cong q(\mu_n \cdot 2 \cdot n_{n0} + \frac{\mu_p}{3} n_{n0})$$

$$= \underbrace{\left(2 + \frac{1}{3}\right)}_{2.333} q\mu_n n_{n0} = \underline{\underline{2.333 \sigma_{n0}}}$$

V danem primeru se zaradi osvetlitve prevodnost polprevodnika poveča v razmerju:

$$\frac{\sigma_{nL}}{\sigma_{n0}} = 2.333.$$

Naloga 2.10

Za koliko se poveča prevodnost silicijevega vzorca p -tipa s koncentracijo akceptorskih primesi $N_A = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, če se zaradi osvetlitve poveča koncentracija prostih nosilcev za $\Delta p = \Delta n = p_{p0}$.

Podatki:

$$\mu_p = 461 \text{ cm}^2(\text{Vs})^{-1}$$

$$\mu_n = 3\mu_p$$

$$N_A = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

$$\Delta p = \Delta n = p_{p0}$$

$$\frac{\sigma_{pL}}{\sigma_{p0}} = ?$$

Rešitev:

Prevodnost v termičnem ravnovesju je:

$$\sigma_{p0} = q(\mu_n n_{p0} + \mu_p p_{p0}) \equiv q\mu_p p_{p0}.$$

Zaradi osvetlitve se koncentracija prostih nosilcev poveča:

$$p_p = p_{p0} + \Delta p_p = p_{p0} + p_{p0} = 2 \cdot p_{p0}$$

$$n_p = n_{p0} + \Delta n_p = n_{p0} + p_{p0} \equiv p_{p0}.$$

Prevodnost osvetljenega polprevodnika je:

$$\sigma_{pL} = q(\mu_n n_p + \mu_p p_p) \equiv q(3 \cdot \mu_p p_{p0} + 2 \cdot \mu_p p_{p0})$$

$$= 5 q\mu_p p_{p0} = 5 \sigma_{p0}.$$

V tem primeru se prevodnost danega polprevodnika zaradi osvetlitve poveča v razmerju:

$$\frac{\sigma_{pL}}{\sigma_{p0}} = 5.$$

Naloga 2.11

V polprevodniku s homogeno koncentracijo donorskih primesi je zaradi zunanjega svetlobnega vzbujanja povišana koncentracija prostih nosilcev. Izračunajte, v kolikšnem času po prekinitvi vzbujanja upade nadkoncentracija vrzeli ($p_{n1} - p_{n0}$) za faktor e^{-1} in v kolikšnem za 90%. Koncentracija p_{n1} je koncentracija, ki je obstajala zaradi dodatnega vzbujanja, in p_{n0} je termično ravnovesna koncentracija.

Podatki:

$$N_D = 2.5 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

$$p_{n1} = 10^8 \text{ cm}^{-3}$$

$$\tau_p = 1 \mu\text{s}$$

$$t_e = ?$$

Rešitev:

Časovno spremembo koncentracije vrzeli podaja kontinuitetna enačba:

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -\frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} - \frac{1}{q} \frac{\partial j_p}{\partial x}.$$

Tokova gostota j_p je v našem primeru nič. Do rešitve enačbe pri $j_p = 0$ lahko pridemo z ločitvijo spremenljivk:

$$\frac{dp_n}{p_n - p_{n0}} = -\frac{dt}{\tau_p}.$$

Po integraciji obeh strani enačbe dobimo:

$$\ln(p_n - p_{n0}) = -\frac{t}{\tau_p} + C_1.$$

od koder sledi:

$$p_n(t) - p_{n0} = C_2 e^{-\frac{t}{\tau_p}}$$

Konstanto C_2 dobimo iz začetnega pogoja pri $t = 0$:

$$C_2 = p_n(t=0) - p_{n0} = p_{n1} - p_{n0}$$

Izraz, ki opisuje časovno upadanje nadkoncentracije vrzeli po prekinitvi zunanlega vzbujanja, ima obliko:

$$p_n(t) - p_{n0} = (p_{n1} - p_{n0}) e^{-\frac{t}{\tau_p}}$$

Neznani čas t_e , ki je potreben, da pade začetna nadkoncentracija na faktor e^{-1} , je torej:

$$\frac{1}{e} (p_{n1} - p_{n0}) = (p_{n1} - p_{n0}) e^{-\frac{t_e}{\tau_p}}$$

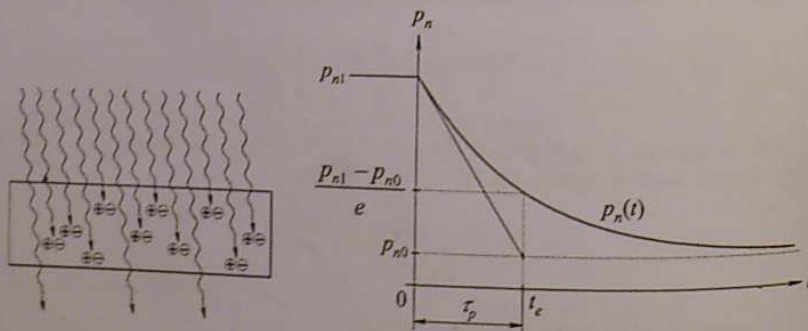
in

$$t_e = \tau_p = \underline{\underline{1 \mu\text{s}}}$$

Izračunajmo še čas, v katerem pade nadkoncentracija za 90% oz. na 10% začetne vrednosti:

$$0.1 \cdot (p_{n1} - p_{n0}) = (p_{n1} - p_{n0}) e^{-\frac{t_{0.1}}{\tau_p}}$$

$$t_{0.1} = -\tau_p \ln 0.1 = \underline{\underline{2.3 \mu\text{s}}}$$



Slika 2.6: Po prekinitvi svetlobnega vira, koncentracija prostih nosilcev pada proti termični ravnovesni vrednosti

Naloga 2.12

Tipična vrednost specifične upornosti posameznih plasti v polprevodniških elementih je v razredu $1 \Omega\text{cm}$, tokove gostote skozi elemente so v razredu 100 Acm^{-2} . Izračunajte električno polje v plasti (npr. n -tipa z gibljivostjo elektronov $\mu_n = 10^3 \text{ cm}^2(\text{Vs})^{-1}$) in povprečno hitrost prostih nosilcev.

Podatki:

$$\begin{aligned} \mu_n &= 10^3 \text{ cm}^2(\text{Vs})^{-1} \\ \rho_n &= \rho = 1 \Omega\text{cm} \\ J &= 100 \text{ Acm}^{-2} \end{aligned}$$

$$E = ?, \quad |\bar{v}_n| = ?$$

Rešitev:

Izhajamo iz splošnega Ohmovega zakona: $J = \sigma E$, ki nas takoj pripelje do rešitve prvega dela naloge:

$$E = \frac{J}{\sigma} = J \rho = 10^2 \text{ Acm}^{-2} \cdot 1 \text{ VA}^{-1}\text{cm} = \underline{\underline{100 \text{ Vcm}^{-1}}}$$

Pri izračunu hitrosti prostih elektronov izhajamo iz klasične enačbe:

$$v = at = \frac{F}{m} t = -\frac{qE}{m} t$$

Ta enačba opisuje gibanje elektronov v vakuumu. Pri gibanju skozi polprevodnik pa doživljajo elektroni trke z atomi, ioni in tudi z drugimi elektroni. Trki zavirajo njihovo gibanje. Pri vsakem trku se hitrost elektrona spremeni. Zanima nas povprečna hitrost elektronov v daljšem časovnem intervalu, ki jo zapišemo z izrazom:

$$\bar{v}_n = -\frac{q\tau}{m} E = -\mu_n E,$$

pri čemer τ imenujemo relaksacijski čas. Ta čas je približno enak času med dvema zaporednima trkoma. μ_n imenujemo gibljivost prostih elektronov. Dobimo:

$$|\bar{v}_n| = \mu_n E = 10^3 \text{ cm}^2(\text{Vs})^{-1} \cdot 10^2 \text{ Vcm}^{-1} = \underline{\underline{10^5 \text{ cm s}^{-1}}}$$

pn-spoj

pn-spoj je osnovna in najenostavnejša polprevodniška struktura. Predstavlja jedro polprevodniške pn-diode. Poleg tega je ključen gradnik bipolarnih tranzistorjev, igra pomembno vlogo pri delovanju FET tranzistorjev in je osnova številnih drugih polprevodniških elementov.

3.1 Fizikalno-električne lastnosti pn-spoja**Naloga 3.1**

Narišite krajevne poteke koncentracij prostih nosilcev naboja, energijskih in potencialnih nivojev stopničastega pn-spoja v termičnem ravnovesju ter izračunajte difuzijsko napetost, če je v p-plasti $N_A = 1.3 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ in v n-plasti $N_D = 5.5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$.

Podatki:

$$N_A = 1.3 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

$$N_D = 5.5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

$$U_T = 25.66 \text{ mV}$$

$$n_i = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

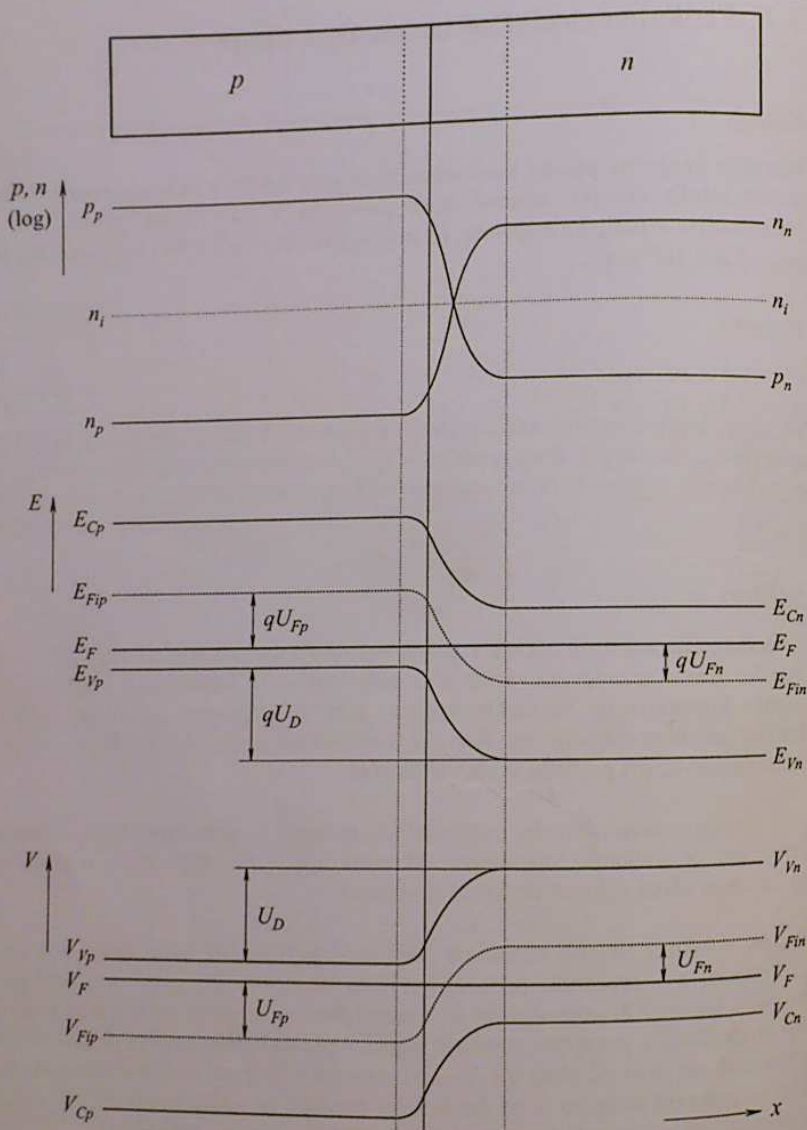
$$U_D = ?$$

Rešitev:

Koncentracije nosilcev naboja v polprevodniku ponavadi rišemo v logaritemskem merilu. Ker v termičnem ravnovesju velja: $np = n_i^2$, narišemo v logaritemskem merilu koncentracije večinskih nosilcev nad manjšinskimi simetrično glede na intrinzično koncentracijo n_i . Krivulji koncentracij obeh vrst nosilcev naboja se sekata natanko pri prehodu skozi vrednost n_i .

Pri risanju energijskih in potencialnih nivojev v polprevodniških strukturah izhajamo iz fizikalne zakonitosti, ki pravi, da je Fermijev nivo v termičnem ravnovesju skozi celotno strukturo konstanten.

Pri pn strukturi najprej označimo meji med nevtralnima področjema p in n ter prehodnim oz. zapornim področjem. Nato narišemo energijske oz. potencialne nivoje v nevtralnih področjih in jih zvezno povežemo preko prehodnega področja. Pri stopničastem pn spoju potekajo nivoji v prehodnem področju po kvadratičnih parabolah, in sicer od obeh mej prehodnega področja proti metalurškemu pn-spoju, kjer se paraboli stakneta in na mestu stika dosežeta največjo strmino. Pomembno je opozoriti, da vsi energijski oz. potencialni nivoji potekajo vzporedno.



Slika 3.1: Krajevni poteki koncentracij prostih nosilcev, energijskih in potencialnih nivojev v nesimetričnem stopničastem pn-spoju

S slike 3.1 je razvidno, da difuzijsko napetost U_D lahko izrazimo kot potencialno razliko med intrinzičnim Fermijevim nivojem V_{Fin} v nevtralnem področju n in intrinzičnim Fermijevim nivojem V_{Fip} v nevtralnem področju p :

$$U_D = V_{Fin} - V_{Fip}.$$

Difuzijsko napetost U_D želimo izraziti s koncentracijami večinskih nosilcev oz. dopiranjem, zato se najprej spomnimo izrazov, ki povezujeja koncentraciji večinskih nosilcev s potencialnimi nivoji:

$$p_p = n_i e^{\left(\frac{V_F - V_{Fip}}{U_T}\right)} \quad n_n = n_i e^{\left(\frac{V_{Fin} - V_F}{U_T}\right)}.$$

Vsota potencialnih razlik $V_F - V_{Fip}$ in $V_{Fin} - V_F$, ki nastopata v eksponentih gornjih enačb, je ravno difuzijska napetost:

$$V_F - V_{Fip} + V_{Fin} - V_F = V_{Fin} - V_{Fip} = U_D.$$

V skladu s sliko označimo:

$$V_F - V_{Fip} = U_{Fp} \quad \text{in} \quad V_{Fin} - V_F = U_{Fn}$$

ter izrazimo napetosti U_{Fp} in U_{Fn} iz zapisanih enačb za p_p in n_n in ju izračunajmo:

$$\begin{aligned} U_{Fp} &= V_F - V_{Fip} = U_T \ln \frac{p_p}{n_i} \cong U_T \ln \frac{N_A}{n_i} \\ &= 25.66 \text{ mV} \cdot \ln \frac{1.3 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}}{10^{10} \text{ cm}^{-3}} = 0.42 \text{ V} \end{aligned}$$

in

$$\begin{aligned} U_{Fn} &= V_{Fin} - V_F = U_T \ln \frac{n_n}{n_i} \cong U_T \ln \frac{N_D}{n_i} \\ &= 25.66 \text{ mV} \cdot \ln \frac{5.5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}}{10^{10} \text{ cm}^{-3}} = 0.28 \text{ V}. \end{aligned}$$

Vsota U_{Fp} in U_{Fn} je difuzijska napetost:

$$U_D = U_{Fp} + U_{Fn} = U_T \ln \frac{p_p n_n}{n_i^2} \cong U_T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2}$$

$$= 0.42\text{V} + 0.28\text{V} = \underline{0.7\text{V}}.$$

Difuzijsko napetost U_D lahko izračunamo tudi po drugi poti.

Tokovi gostoti elektronov in vrzeli sta v termičnem ravnovesju enaki nič:

$$j_n = q\mu_n n E + qD_n \frac{dn}{dx} = 0 \quad \text{in} \quad j_p = q\mu_p p E - qD_p \frac{dp}{dx} = 0.$$

Iz zapisanih enačb in znane Einsteinove relacije $D = \mu U_T$ dobimo električno polje:

$$E = -U_T \frac{1}{n} \frac{dn}{dx} = -U_T \frac{d \ln n}{dx} \quad \text{oz.} \quad E = U_T \frac{1}{p} \frac{dp}{dx} = U_T \frac{d \ln p}{dx}$$

Uporabimo zvezo med električnim poljem in potencialom:

$$E = -\frac{dV}{dx} = -\frac{dV_{Fi}}{dx}$$

in dobimo:

$$-\frac{dV_{Fi}}{dx} = U_T \frac{1}{p} \frac{dp}{dx} = -U_T \frac{1}{n} \frac{dn}{dx}.$$

Z integracijo preko osiromašenega področja:

$$-\int_{V_{Fip}}^{V_{Fin}} dV_{Fi} = \int_{p_p}^{p_n} U_T \frac{dp}{p} = -\int_{n_p}^{n_n} U_T \frac{dn}{n}$$

dobimo:

$$-V_{Fin} + V_{Fip} = U_T \ln \frac{p_n}{p_p} = -U_T \ln \frac{n_n}{n_p}.$$

Upoštevajmo še $p_n n_n = n_i^2$ oz. $p_p n_p = n_i^2$, tako da končno sledi:

$$V_{Fin} - V_{Fip} = U_D = U_T \cdot \ln \frac{p_p n_n}{n_i^2} \cong U_T \cdot \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2}$$

$$= 25.66 \text{ mV} \cdot \ln \frac{1.3 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3} \cdot 5.5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}}{10^{20} \text{ cm}^{-6}} = \underline{0.7\text{V}}.$$

Naloga 3.2

Narišite krajevna poteka prostorskega naboja $\rho(x)$ in vgrajenega električnega polja $E(x)$ idealnega stopničastega pn-spoja v termičnem ravnovesju. Izračunajte širino osiromašenega področja x_p v p- in x_n v n-plasti in določite električno polje E_{max} v točki metalurškega spoja.

Podatki:

$$N_A = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$$

$$N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$U_T = 25.66 \text{ mV}$$

$$n_i = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-14} \text{ As(Vcm)}^{-1}$$

$$\epsilon_{rSi} = 11.7$$

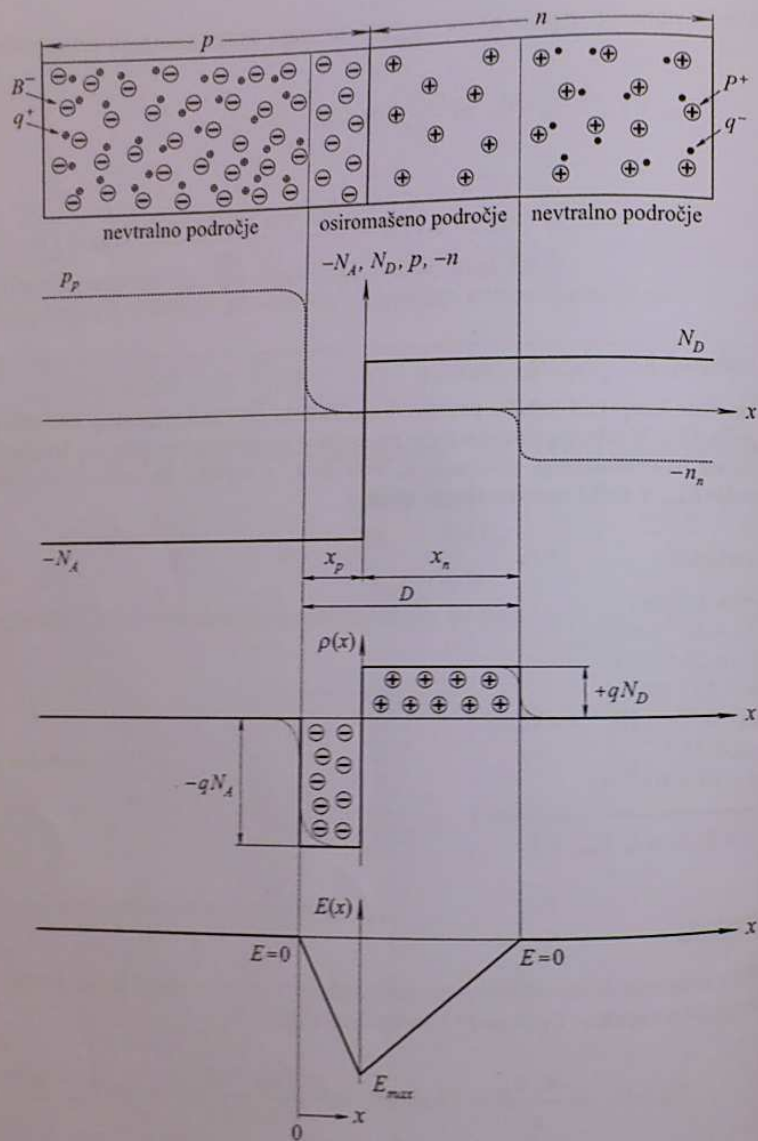
$$q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ As}$$

$$x_p = ?, \quad x_n = ?, \quad E_{max} = ?$$

Rešitev:

Pri računanju širine osiromašenega področja v p- in n-plasti bomo potrebovali difuzijsko napetost U_D , zato jo izračunajmo najprej:

$$U_D \cong U_T \cdot \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = 25.66 \text{ mV} \cdot \ln \frac{10^{18} \text{ cm}^{-3} \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}}{10^{20} \text{ cm}^{-6}} = \underline{0.77\text{V}}.$$



Slika 3.2: Prostorski naboj in električno polje stopničastega pn-spoja

Pri stopničastem pn-spoju je prehod iz nevtralnega v osiromašeno področje na obeh straneh pn-spoja dokaj strm, zato pri poenostavljeni analitični obravnavi sicer zvezni prehod nadomestimo z nenadnim. Širino osiromašenega področja x_n v n-plasti podaja enačba:

$$x_n = \sqrt{\frac{2\epsilon N_A}{q N_D} \frac{U_D + U_{bi}}{(N_A + N_D)}}$$

Ker je pn-spoj močno nesimetričen, saj je koncentracija akceptorskih primesi N_A v p-plasti mnogo večja od koncentracije donorskih primesi N_D v n-plasti, lahko zapisani izraz poenostavimo:

$$N_A \gg N_D \Rightarrow x_n \approx \sqrt{\frac{2\epsilon U_D}{q N_D}}$$

in izračunamo:

$$x_n = \sqrt{\frac{2 \cdot 8.854 \times 10^{-14} \text{ As(Vcm)}^{-1} \cdot 11.7 \cdot 0.77 \text{ V}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ As} \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}}} \approx 10^{-4} \text{ cm} = 1 \mu\text{m}.$$

Širino osiromašenega področja v p-plasti je povsem nesmiselno računati po enačbi:

$$x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon N_D}{q N_A} \frac{U_D}{(N_A + N_D)}}$$

saj vemo, da velja zveza: $N_A x_p = N_D x_n$, iz katere dobimo za x_p enostaven izraz:

$$x_p = \frac{N_D}{N_A} x_n$$

in imamo dalje:

$$x_p = \frac{10^{15} \text{ cm}^{-3}}{10^{18} \text{ cm}^{-3}} 10^{-4} \text{ cm} = 10^{-7} \text{ cm} = 1 \text{ nm}.$$

Osiromašeno področje se torej porazdeli ob metalurškem spoju v razmerju s koncentracijami dodanih primesi v n- in p-plasti.

Celotna širina osiromašenega področja je v splošnem:

$$D = x_p + x_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{q} U_D \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)},$$

v danem primeru, ko gre za močno nesimetričen spoj, pa dovolj natančno velja:

$$D \cong x_n.$$

Osiromašeno področje se širi pretežno v šibkeje dopirano stran pn-spoja. Dodaten komentar k temu, da je smiselno najprej računati širino osiromašenega področja v šibkeje dopirani strani, ni potreben.

Do enačbe za električno polje na metalurškem spoju pridemo s Poissonovo enačbo ki ima obliko:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\varepsilon} = \frac{q}{\varepsilon} (p - n + N_D - N_A).$$

Če postavimo začetek opazovanja $x=0$ na mejo nevtralnega in osiromašenega področja p-plasti, potem za območje $0 < x < x_p$ velja:

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{q}{\varepsilon} N_A.$$

dx prenesemo na drugo stran in obe strani enačbe integriramo:

$$\int_0^E dE = -\frac{q}{\varepsilon} N_A \int_0^x dx.$$

Dobimo: $E = -\frac{q}{\varepsilon} N_A x$, za $0 < x < x_p$.

Električno polje je največje pri $x = x_p$, torej na samem metalurškem spoju:

$$E_{\max} = -\frac{q}{\varepsilon} N_A x_p = -\frac{1.6 \times 10^{-19} \text{ As} \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3} \cdot 10^{-7} \text{ cm}}{8.854 \times 10^{-14} \text{ As(Vcm)}^{-1} \cdot 11.7} = \underline{\underline{-1.5 \times 10^4 \text{ Vcm}^{-1}}}.$$

Naloga 3.3

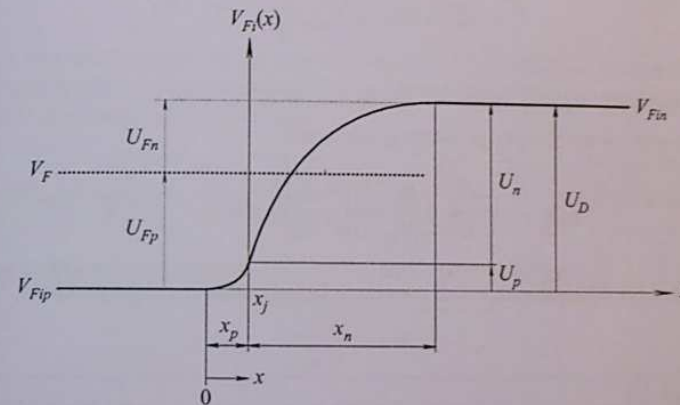
Izračunajte, kolikšen del difuzijske napetosti U_D je na p- in kolikšen na n-strani stopničastega pn-spoja s podatki iz prejšnje naloge.

Podatki:

$$N_A = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$$

$$N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$U_p = ?, U_n = ?, U_p/U_n = ?$$



Slika 3.3: Pretežni del difuzijske napetosti ostane na šibkeje dopirani strani pn-spoja. Napetosti U_p in U_n ne smemo zamenjati z U_{Fp} in U_{Fn} .

Rešitev:

Napetosti U_p in U_n sta dani z izrazoma:

$$U_p = \frac{qN_A x_p^2}{2\varepsilon} = -E_{\max} \frac{x_p}{2} \quad \text{in} \quad U_n = \frac{qN_D x_n^2}{2\varepsilon} = -E_{\max} \frac{x_n}{2}.$$

E_{\max} , x_p in x_n smo izračunali že v prejšnji nalogi. U_p in U_n sta:

$$U_p = 1.5 \times 10^4 \text{ Vcm}^{-1} \frac{10^{-7} \text{ cm}}{2} = \underline{0.77 \times 10^{-3} \text{ V}}$$

$$U_n = 1.5 \times 10^4 \text{ Vcm}^{-1} \frac{10^{-4} \text{ cm}}{2} = \underline{0.77 \text{ V}}$$

Poiščimo še razmerje med U_p in U_n :

$$\frac{U_p}{U_n} = \frac{\frac{qN_A x_p^2}{2\epsilon} - E_{\max} \frac{x_p}{2}}{\frac{qN_D x_n^2}{2\epsilon} - E_{\max} \frac{x_n}{2}} = \frac{x_p}{x_n} = \frac{N_D}{N_A}$$

V gornjem zapisu smo upoštevali znano zvezo: $N_A x_p = N_D x_n$

V obravnavanem primeru je razmerje napetosti:

$$\frac{U_p}{U_n} = \frac{N_D}{N_A} = \frac{10^{15} \text{ cm}^{-3}}{10^{18} \text{ cm}^{-3}} = 10^{-3}$$

Pretežni del difuzijske napetosti prevzame šibkeje dopirana stran pn-spoja.

Naloga 3.4

Izračunajte prebojno napetost U_{BR} diode, če je prebojna električna poljska jakost v siliciju $E_{BR} = 200 \text{ kVcm}^{-1}$.

Podatki:

$$N_A = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$$

$$N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$U_T = 25.66 \text{ mV}$$

$$n_i = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-14} \text{ As(Vcm)}^{-1}$$

$$\epsilon_{rSi} = 11.7$$

$$q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ As}$$

$$U_{BR} = ?$$

Rešitev:

Najprej moramo poiskati zvezo med električno poljsko jakostjo na pn-spoju in priključeno zaporno napetostjo. Električna poljska jakost je največja na metalurškem spoju in je dana z:

$$E_{\max} = -\frac{q}{\epsilon} N_A x_p = -\frac{q}{\epsilon} N_D x_n$$

Za nadaljnjo obravnavo vzemimo prvo enačbo desne strani in nadomestimo x_p z enačbo:

$$x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon N_D}{q N_A} \frac{U_D}{(N_A + N_D)}}$$

ter ob tem upoštevajmo, da se zaporna napetost, ki jo označimo z U_R , prišteva k difuzijski napetosti (med napetostjo U_R in dogovorjeno prevodno smerjo napetosti diode U sicer velja zveza $U_R = -U$):

$$E_{\max} = -\sqrt{\frac{q^2}{\epsilon^2} N_A^2 \frac{2\epsilon N_D}{q N_A} \frac{(U_D + U_R)}{(N_A + N_D)}} = -\sqrt{\frac{2q}{\epsilon} \frac{N_A N_D}{(N_A + N_D)} (U_D + U_R)}$$

Ker je v obravnavanem primeru $N_A \gg N_D$, lahko poenostavimo:

$$E_{\max} = -\sqrt{\frac{2q}{\epsilon} N_D (U_D + U_R)}$$

Z naraščanjem zaporne napetosti se veča tudi električno polje. Napetost, pri kateri dosežemo prebojno električno poljsko jakost E_{BR} , imenujemo prebojna napetost U_{BR} . Upoštevajmo zadnji oznaki in gornjo enačbo kvadrirajmo:

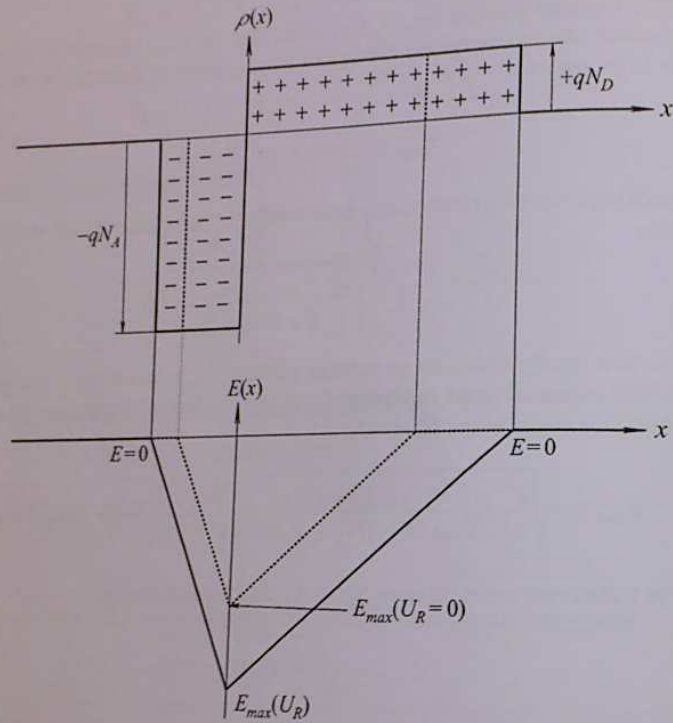
$$E_{BR}^2 = \frac{2q}{\epsilon} N_D (U_D + U_{BR}),$$

kar nam omogoča, da brez težav zapišemo enačbo za prebojno napetost:

$$U_{BR} = \frac{\epsilon}{2q} E_{BR}^2 \frac{1}{N_D} - U_D$$

Vstavimo podatke in izračunajmo prebojno napetost dane diode:

$$U_{BR} = \frac{8.854 \times 10^{-14} \text{ As(Vcm)}^{-1} \cdot 11.7 \cdot (2 \times 10^5 \text{ V})^2}{2 \cdot 1.6 \times 10^{-19} \text{ As} \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}} - 0.77 \text{ V} \approx \underline{129 \text{ V}}$$



Slika 3.4: Če na diodo priključimo zaporno napetost, se električno polje na zaporni plasti poveča

Prebojne lastnosti diode določa šibkeje dopirana stran pn-spoja. Zveza med prebojno napetostjo in dopiranjem je recipročna. Višje prebojne napetosti dobimo, če znižamo primesi v šibkeje dopiranem delu pn-spoja in obratno. Za obravnavano diodo lahko zapišemo:

$$U_{BR} \uparrow \Leftrightarrow N_D \downarrow \quad \text{oz.} \quad U_{BR} \downarrow \Leftrightarrow N_D \uparrow.$$

Če bi npr. koncentracijo donorjev N_D znižali za desetkrat, tj. na $N_D = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, bi se prebojna napetost diode povečala za desetkrat, torej na $U_{BR} = 1290 \text{ V}$. Kot zanimivost izračunajmo še širini zapornih plasti v obeh primerih:

$$x_n(U_{BR} \cong 130 \text{ V}, N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}) = \sqrt{\frac{2\epsilon(U_D + U_{BR})}{q N_D}}$$

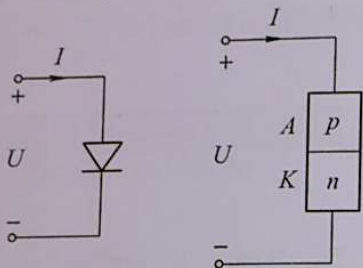
$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 8.854 \cdot 10^{-14} \text{ As(Vcm)}^{-1} \cdot 11.7 \cdot 130.77 \text{ V}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}}} \cong \underline{13 \mu\text{m}}$$

in $x_n(U_{BR} = 1290 \text{ V}, N_D = 10^{14} \text{ cm}^{-3}) \cong \underline{130 \mu\text{m}}$.

Rezultata kažeta, da je širitev zaporne plasti kar občutna.

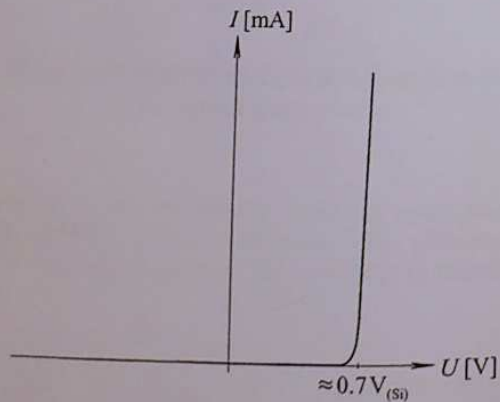
3.2 Diodna karakteristika

Polprevodniško *pn*-diodo kot dvopol narišemo s simbolom na sliki 3.5.



Slika 3.5: Simbol in shematsko nakazana zgradba polprevodniške *pn*-dioda

Odvisnost med tokom I in napetostjo U je opisana z enačbo: $I(U) = I_S (e^{\frac{U}{U_T}} - 1)$, pri čemer je I_S tok nasičenja, ki je snovno-geometrijska konstanta in U_T je termična napetost: $U_T = kT/q$, kjer je k Boltzmanova konstanta ($k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ WsK}^{-1}$), q absolutna vrednost naboja elektrona ($q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ As}$) in T absolutna temperatura. Pri sobni temperaturi je $U_T \approx 26 \text{ mV}$. Statična $I(U)$ karakteristika polprevodniške *pn*-dioda je grafično prikazana na sliki 3.6.



Slika 3.6: Statična $I(U)$ karakteristika polprevodniške *pn*-dioda

Naloga 3.5

Silicijeva dioda s površino *pn*-spoja $A = 3000 \mu\text{m}^2$ ima v *p*-plastki 10^{17} cm^{-3} akceptorskih primesi in v *n*-plastki 10^{16} cm^{-3} donorskih primesi. Elektroni kot manjšinski nosilci naboja v *p*-plastki imajo difuzijsko dolžino $L_n = 10 \mu\text{m}$ in difuzijsko konstanto $D_n = 18 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$, vrzeli kot manjšinski nosilci naboja v *n*-plastki pa imajo $L_p = 5 \mu\text{m}$ in $D_p = 10 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$. Dioda je prevodno polarizirana in skozi njo teče tok $I = 1 \text{ mA}$. Izračunajte tok nasičenja I_S diode in napetost U na diodi.

Podatki:

$$A = 3000 \mu\text{m}^2$$

$$N_A = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

$$N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

$$L_n = 10 \mu\text{m}$$

$$D_n = 18 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$$

$$L_p = 5 \mu\text{m}$$

$$D_p = 10 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$$

$$U_T = kT/q = 25.66 \text{ mV} \text{ pri } T = 279.8 \text{ K (ali } 24.8 \text{ }^\circ\text{C)}$$

$$I = 1 \text{ mA}$$

$$I_S = ?, U = ?$$

Rešitev:

Odvisnost med tokom I skozi diodo in napetostjo U na diodi je eksponentna in je dana z izrazom:

$$I = I_S (e^{\frac{U}{U_T}} - 1),$$

pri čemer je I_S tok nasičenja diode in U_T termična napetost. Tok nasičenja I_S je snovna konstanta, opisana z enačbo:

$$I_S = Aqn_i^2 \left(\frac{D_p}{L_p N_D} + \frac{D_n}{L_n N_A} \right).$$

Znani podatki o diodi nam omogočajo, da tok nasičenja I_S lahko izračunamo:

$$I_s = 0.3 \times 10^{-4} \text{ cm}^2 \cdot 1.6 \times 10^{-19} \text{ As} \cdot 10^{20} \text{ cm}^{-3} \cdot \left(\frac{10 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}}{5 \times 10^{-4} \text{ cm} \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}} + \frac{18 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}}{10 \times 10^{-4} \text{ cm} \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}} \right) = 10^{-15} \text{ A}.$$

Dobljeni rezultat je dokaj tipična vrednost toka nasičenja polprevodniške diode. Tokovi nasičenja torej zavzemajo majhne vrednosti.

Napetost na diodi, ki jo moramo tudi izračunati, lahko izrazimo iz enačbe diode:

$$U = U_T \ln\left(1 + \frac{I}{I_s}\right) = 0.02566 \text{ V} \cdot \ln\left(1 + \frac{1 \text{ mA}}{10^{-15} \text{ A}}\right) = 0.7 \text{ V}.$$

Izračunana napetost je tipična prevodna napetost na silicijevi diodi v miliamperskem tokovnem območju.

Naloga 3.6

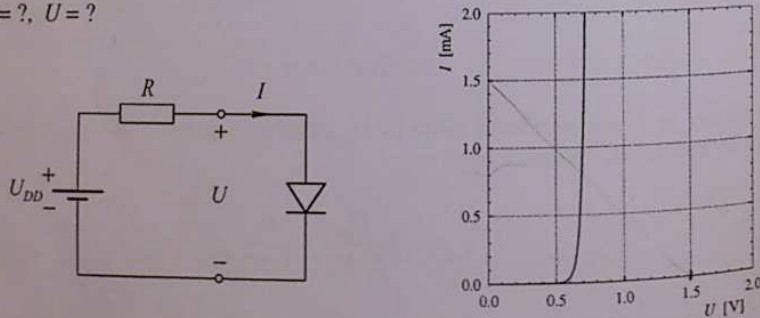
Določite tok skozi diodo in napetost na diodi, ki je v seriji z uporom $R = 1 \text{ k}\Omega$ priključena na baterijsko napetost $U_{DD} = 1.5 \text{ V}$. $I(U)$ odvisnost diode je dana grafično s statično karakteristiko.

Podatki:

$$R = 1 \text{ k}\Omega$$

$$U_{DD} = 1.5 \text{ V}$$

$$I = ?, U = ?$$



Slika 3.7: Preprosto diodno vezje in statična karakteristika diode

Rešitev:

Dioda je polarizirana prevodno in predvidevamo, da je na njej napetost $U \gg U_T$, zato lahko v tem območju njeno $I(U)$ karakteristiko izrazimo s čisto eksponentno odvisnostjo:

$$I = I_s \left(e^{\frac{U}{U_T}} - 1 \right) \approx I_s e^{\frac{U}{U_T}}.$$

Druga enačba, s katero opišemo delovanje vezja, je Kirchhoffova zankna enačba:

$$U_{DD} - U - R \cdot I = 0,$$

iz katere izrazimo tok I :

$$I = \frac{U_{DD} - U}{R}.$$

Ob predpostavki, da tok nasičenja diode I_s poznamo, imamo dve neznanki (I in U) in dve enačbi, ki omogočata analitično rešitev.

Pogosto je namesto toka nasičenja znana neka točka na diodni karakteristiki, določena npr. z meritvijo, ali pa je karakteristika diode dana grafično. V prvem primeru iščemo rešitev z iterativnim postopkom, v drugem pa z grafično metodo.

V danem primeru poznamo grafično karakteristiko diode (slika 3.7), zato bomo rešitev iskali grafično. Grafično analizo izvedemo tako, da obe odvisnosti, ki jih opisujeta znani enačbi, vrisamo v (U, I) ravnino. Rešitev določata koordinati presečišča obeh grafov.

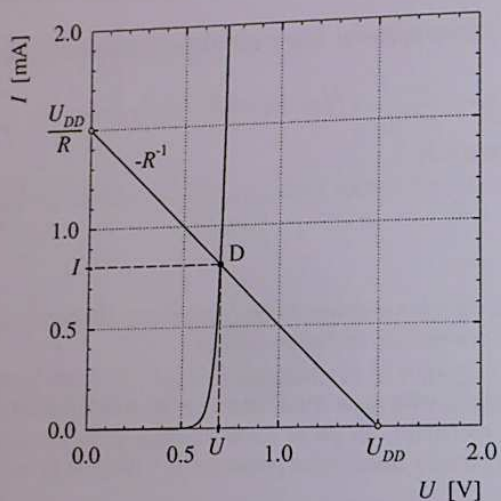
V danem primeru imamo diodno karakteristiko, torej prvo enačbo, že vrisano v (U, I) ravnini, vrisati pa moramo še odvisnost, ki jo opisuje druga enačba:

$$I = \frac{U_{DD} - U}{R}.$$

To je enačba premice, katere lego v (U, I) ravnini lahko določimo z dvema točkama. Pri $I = 0$ bo napetost U enaka baterijski napetosti U_{DD} , pri $U = 0$ pa bo tok I enak U_{DD}/R . Premico v (U, I) ravnini, ki jo prikazuje slika, običajno imenujemo **uporovna premica**. Naklon te premice določa upornost R . Presečišče uporovne premice in diodne karakteristike, ki je rešitev dane naloge, imenujemo tudi **delovna točka** vezja.

Iz slike 3.8 lahko razberemo, da je v danem primeru napetost na diodi $U \cong 0,7 \text{ V}$, tok skozi diodo $I \cong 0,8 \text{ mA}$.

Grafična analiza pripomore k boljši predstavi delovanja vezja. Vendar pa je zaradi zahtevnosti pri kompleksnejših vezjih običajno ne uporabljamo.



Slika 3.8: Grafična analiza preprostega diodnega vezja s slike 3.7

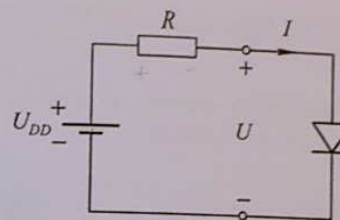
Naloga 3.7

Diodo, za katero vemo, da je pri toku 1 mA na njej napetost 0.7 V, priključimo preko upora $R = 1 \text{ k}\Omega$ na baterijo z napetostjo $U_{DD} = 5 \text{ V}$. Določite tok skozi diodo in napetost na diodi.

Podatki:

$I_1 = 1 \text{ mA}$
 $U_1 = 0.7 \text{ V}$
 $R = 1 \text{ k}\Omega$
 $U_{DD} = 5 \text{ V}$

$I_2 = ?$, $U_2 = ?$



Slika 3.9: Preprosto diodno vezje

Rešitev:

S Kirchhoffovo zanko enačbo lahko zapišemo izraz za tok skozi diodo:

$$I = \frac{U_{DD} - U}{R}$$

Neznana sta I in U , zato bomo skušali priti do rešitve z iterativnim postopkom. V prevodni smeri se napetost na diodi bistveno ne spreminja, zato lahko za prvi izračun toka skozi diodo privzamemo, da je napetost na diodi 0.7 V, in dobimo:

$$I = \frac{5 \text{ V} - 0.7 \text{ V}}{1 \text{ k}\Omega} = 4.3 \text{ mA}$$

S prvo oceno toka lahko izračunamo, kolikšen padec napetosti povzroči na diodi dobljena vrednost toka. V ta namen zapišimo kvocient tokov I_1 in I_2 skozi diodo pri različnih prevodnih napetostih $U_1 \gg U_T$ in $U_2 \gg U_T$:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{I_S e^{\frac{U_1}{U_T}}}{I_S e^{\frac{U_2}{U_T}}}$$

in izrazimo iz zapisane enačbe napetost U_2 :

$$U_2 = U_1 + U_T \ln \frac{I_2}{I_1}$$

Pri znanem toku I_2 in danih U_1 ter I_1 izračunamo napetost U_2 :

$$U_2 = 0.7 + 0.02566 \text{ V} \cdot \ln \frac{4.3 \text{ mA}}{1 \text{ mA}} = 0.737 \text{ V}.$$

Izračunana napetost pomeni boljši približek k dejanski napetosti na diodi. Sedaj lahko celoten postopek ponovimo in dobimo:

$$I = \frac{U_{DD} - U}{R} = \frac{5 \text{ V} - 0.737 \text{ V}}{1 \text{ k}\Omega} = 4.263 \text{ mA}.$$

$$U_2 = U_1 + U_T \ln \frac{I_2}{I_1} = 0.737 \text{ V} + 0.02566 \text{ V} \cdot \ln \frac{4.263 \text{ mA}}{4.3 \text{ mA}} \cong 0.737 \text{ V}.$$

Po drugi iteraciji smo dobili isto napetost kot po prvi in s tem je iterativni postopek končan. Ta naloga je zelo poučna, saj iz nje lahko spoznamo, da v miliamperskem prevodnem območju delovanja lahko upravičeno privzamemo, da je padec napetosti na diodi enak kar napetosti kolena, ki pri silicijevi diodi običajno znaša okoli 0.7 V.

Naloga 3.8

Določite tok skozi diodo in napetost na diodi, ki je v seriji z uporom $R = 1 \text{ k}\Omega$ priključena na baterijsko napetost $U_{DD} = 5 \text{ V}$. Karakteristika polprevodniške diode je dana z dvema aproksimiranima linearnima segmentoma, in sicer $I = 0$ za $U \leq U_0$ in $I = (U - U_0)/r_D$ za $U \geq U_0$. Napetost $U_0 = 0.7 \text{ V}$ in $r_D = 8 \Omega$.

Podatki:

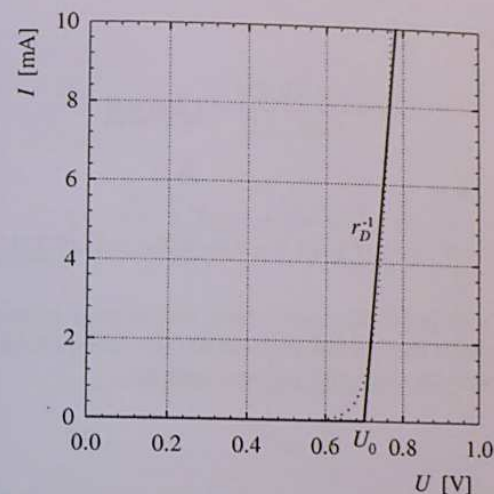
$R = 1 \text{ k}\Omega$
 $U_{DD} = 5 \text{ V}$
 $U_0 = 0.7 \text{ V}$
 $r_D = 8 \Omega$

$I = ?$, $U = ?$

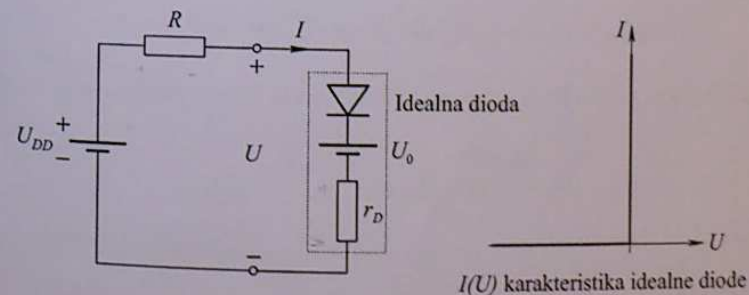
Rešitev:

Eksponentna tokovno-napetostna odvisnost predstavlja natančen model diodne karakteristike, vendar pa njena nelinearnost pogosto otežuje analizo diodnih vezij. Analizo lahko precej poenostavimo, če diodno karakteristiko opišemo z linearnimi zvezami. Ena od možnosti je aproksimacija z dvema linearnima odsekkoma, pri

čemer ima prvi nagib nič in drugi nagib $1/r_D$, kot prikazuje slika 3.10. Diodo v tem primeru lahko nadomestimo s serijsko povezano idealno diodo, baterijo z napetostjo U_0 in nadomestno upornostjo r_D .



Slika 3.10: Aproksimacija prevodne diodne karakteristike z linearnima segmentoma



Slika 3.11: Preprosto diodno vezje, pri katerem je dioda predstavljena z nadomestnim vezjem, ki ga sestavljajo idealna dioda, baterija z napetostjo U_0 in upornost r_D

S pomočjo narisane vezja (slika 3.11) lahko zapišemo enačbo za tok I :

$$I = \frac{U_{DD} - U_0}{R + r_D}$$

in ga izračunamo

$$I = \frac{5 \text{ V} - 0.7 \text{ V}}{1 \text{ k}\Omega + 8 \Omega} = \underline{\underline{4.266 \text{ mA}}}$$

Napetost na diodi pa je:

$$U = U_0 + r_D \cdot I = 0.7 \text{ V} + 8 \Omega \cdot 4.266 \text{ mA} = \underline{\underline{0.734 \text{ V}}}$$

V tem primeru smo prišli do rešitve brez iterativnega računanja. Če dobljen rezultat primerjamo z rezultatom prejšnje naloge, lahko sklenemo, da je opisana aproksimacija diodne karakteristike povsem umestna.

Naloga 3.9

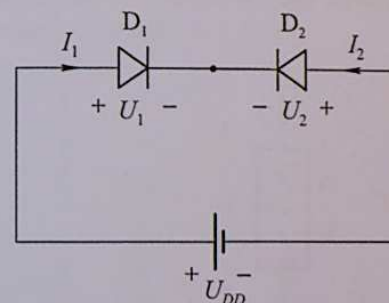
Dve enaki silicijevi diodi sta antiserijsko povezani in priključeni na baterijsko napetost $U_{DD} = 5 \text{ V}$. Izračunajte napetosti na diodah.

Podatki:

$$U_{DD} = 5 \text{ V}$$

$$U_1 = ?, U_2 = ?$$

$$I_1 = -I_2$$



Slika 3.12: Antiserijsko povezani diodi sta priključeni na baterijo z napetostjo U_{DD}

Rešitev:

Z uporabo Kirchhoffovih zakonov lahko zapišemo:

$$I_1 + I_2 = 0 \quad \text{oz.} \quad I_2 = -I_1 \quad \text{in} \quad U_{DD} + U_2 - U_1 = 0.$$

Glede na dogovorjene oznake smeri tokov in napetosti diod veljata za diodi enačbi:

$$I_1 = I_S (e^{\frac{U_1}{U_T}} - 1) \quad \text{in} \quad I_2 = I_S (e^{\frac{U_2}{U_T}} - 1).$$

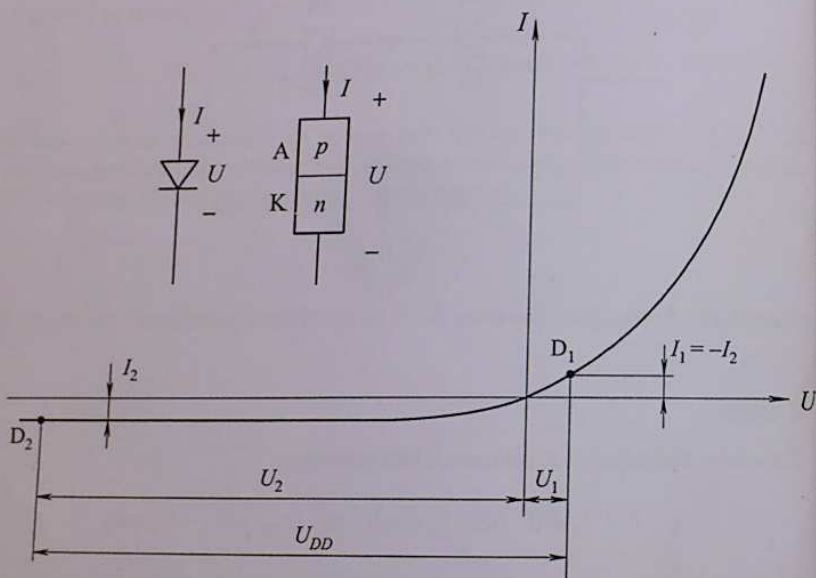
Enačbi diod med seboj delimo:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{I_S (e^{\frac{U_1}{U_T}} - 1)}{I_S (e^{\frac{U_2}{U_T}} - 1)}$$

in upoštevajmo enačbo Kirchhoffovega tokovnega zakona:

$$-1 = \frac{\frac{U_1}{U_T} - 1}{e^{\frac{U_2}{U_T}} - 1}$$

Pri nadaljnem reševanju naloge si pomagajmo s sliko vezja in diodne karakteristiki. Tok skozi vezje omejuje zaporno polarizirana dioda. V našem primeru je to dioda D_2 . Zaporni tok te diode je hkrati prevodni tok prve diode D_1 , na kateri pa povzroča zelo majhen padec napetosti, kar je nazorno razvidno iz same karakteristike diode.



Slika 3.13: Shematična ponazoritev porazdelitve baterijske napetosti na antiserijsko povezanih diodah

Pretežni del baterijske napetosti torej prevzame zaporno polarizirana dioda D_2 . To pomeni, da lahko eksponentni člen v imenovalcu zadnje enačbe zanemarimo, saj $\exp(U_2/U_T) \rightarrow 0$ za $U_2 \ll -U_T$. Dobimo:

$$1 = e^{\frac{U_1}{U_T}} - 1.$$

Napetost U_1 je:

$$U_1 = U_T \ln 2 \approx \underline{\underline{18 \text{ mV}}}.$$

S Kirchhoffovo napetostno enačbo določimo še napetost U_2 :

$$U_2 = -U_{DD} + U_1 = \underline{\underline{-4.982 \text{ V}}}.$$

Naloga 3.10

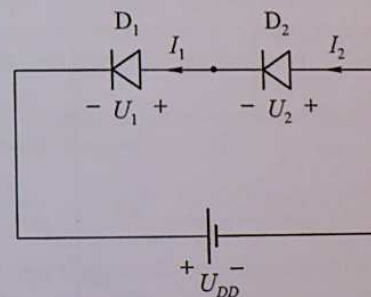
Izračunajte napetosti na diodah, ki sta izdelani na povsem enak način, ločita se le v površinah pn-spojev, in sicer $A_1 = 1.1 A_2$.

Podatki:

$$U_{DD} = 1 \text{ V}$$

$$A_1 = 1.1 A_2$$

$$U_1 = ?, U_2 = ?$$



Slika 3.14: Serijsko povezani diodi sta priključeni na baterijo z napetostjo U_{DD}

Rešitev:

Najprej zopet zapišimo Kirchhoffovi enačbi:

$$I_1 = I_2 \quad \text{in} \quad U_{DD} + U_1 + U_2 = 0$$

in diodni enačbi:

$$I_1 = I_{S1} \left(e^{\frac{U_1}{U_T}} - 1 \right) \quad \text{ter} \quad I_2 = I_{S2} \left(e^{\frac{U_2}{U_T}} - 1 \right).$$

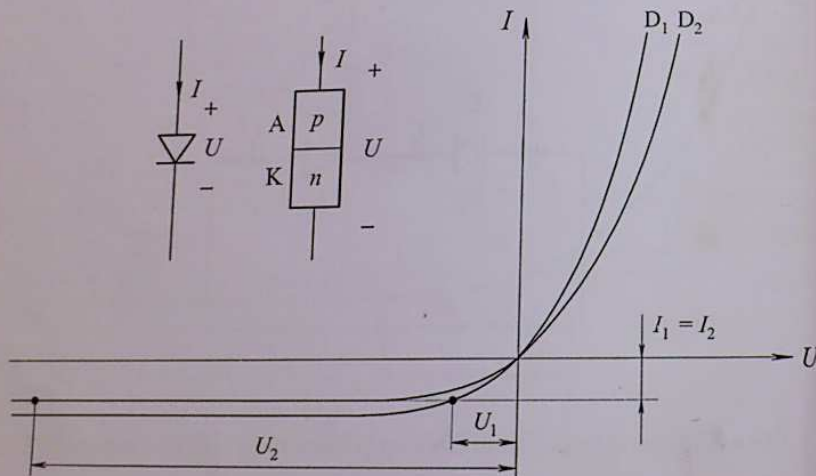
Diodi imata enako notranjo strukturo in zato enako gostoto toka nasičenja J_S . Če upoštevamo:

$$I_S = J_S A,$$

lahko zapišemo:

$$\frac{I_1}{I_2} = 1 = \frac{I_{S1} (e^{\frac{U_1}{U_T}} - 1)}{I_{S2} (e^{\frac{U_2}{U_T}} - 1)} = \frac{A_1 (e^{\frac{U_1}{U_T}} - 1)}{A_2 (e^{\frac{U_2}{U_T}} - 1)}.$$

Pred nadaljnjim reševanjem si zopet oglejmo sliko vezja in sliko s karakteristikama obeh diod. Obe diodi sta polarizirani zaporno, tok skozi vezje pa omejuje dioda D_1 , ki ima manjšo površino.



Slika 3.15: Shematična ponazoritev porazdelitve baterijske napetosti na serijsko povezanih diodah

Na podlagi slike lahko sklepamo, da je zaporna napetost na diodi D_2 mnogo večja kot na diodi D_1 , $U_2 \ll U_1$, zato $U_2 \approx -U_{DD}$, eksponentni člen v imenovalcu pa je mnogo manjši od ena in ga lahko zanemarimo, saj $\exp(U_2/U_T) \rightarrow 0$ za $U_2 \ll -U_T$. Dobimo:

$$-1 \cong \frac{A_1}{A_2} (e^{\frac{U_1}{U_T}} - 1) \quad \text{oz.} \quad 1 - \frac{A_2}{A_1} \cong e^{\frac{U_1}{U_T}}.$$

V enačbi ostane neznana le napetost U_1 , ki jo izrazimo in izračunamo:

$$U_1 \cong U_T \ln\left(1 - \frac{A_2}{A_1}\right) = 26 \text{ mV} \cdot \ln\left(1 - \frac{A_2}{1.1A_2}\right) = \underline{\underline{-62.4 \text{ mV}}}$$

Z zančno enačbo izračunamo še napetost U_2 :

$$U_2 = -U_{DD} - U_1 = \underline{\underline{-937.6 \text{ mV}}}.$$

Večina priključene zaporne napetosti ostane na diodi z manjšim tokom nasičenja I_S . Že majhne spremembe toka nasičenja imajo torej za posledico velike razlike v porazdelitvi priključene zaporne napetosti na zaporedno vezane diode. Če želimo sestaviti stolpec zaporedno vezanih diod in ga uporabljati v zaporni smeri kot diodo z visoko prebojno napetostjo, morajo biti diode skrbno izbrane, s čim bolj enakimi tokovi nasičenja, lahko pa vzporedno z diodami vežemo napetostni uporovni delilnik, ki poskrbi za enakomernjšo porazdelitev napetosti preko diod.

Z iterativnim postopkom lahko povsem natančno izračunamo porazdelitev zapornih napetosti na obeh diodah. Rezultat za U_1 je:

$$\underline{\underline{U_1 = -62.34528 \text{ mV}}}.$$

Odstopanje se pojavi pri tretji decimalki, kar pomeni zadovoljivo natančnost naše aproksimativne rešitve.

Naloga 3.11

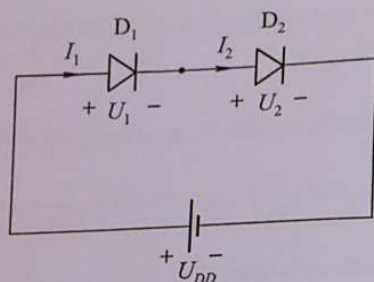
Izračunajte napetosti na diodah, ki se razlikujeta le v površinah pn-spojev: $A_1 = 100 A_2$.

Podatki:

$$U_{DD} = 1 \text{ V}$$

$$A_1 = 100 A_2$$

$$U_1 = ?, \quad U_2 = ?$$



Slika 3.16: Serijsko povezani diodi sta priključeni na baterijo z napetostjo U_{DD}

Rešitev:

Najprej zapišimo vozliščno in zanko enačbo obravnavanega diodnega vezja:

$$I_1 = I_2 \quad \text{in} \quad U_{DD} = U_1 + U_2$$

ter enačbi obeh diod

$$I_1 = I_{S1} (e^{\frac{U_1}{U_T}} - 1) \quad \text{in} \quad I_2 = I_{S2} (e^{\frac{U_2}{U_T}} - 1),$$

pri katerih se tokova nasičenja razlikujeta zaradi različnih površin spojev, za zanju velja:

$$I_{S1} = J_S A_1 \quad \text{in} \quad I_{S2} = J_S A_2.$$

V tem primeru sta obe diodi prevodno polarizirani in na podlagi slike 3.17 vrisanimi karakteristikama lahko sklepamo, da za obe diodi velja: $U \gg U_T$ in s tem $\exp(U/U_T) \gg 1$, zato lahko zanemarimo enici v enačbah obeh diod in dobimo:

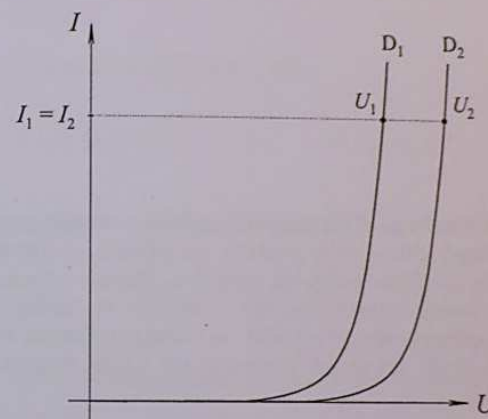
$$\frac{I_1}{I_2} = 1 = \frac{I_{S1} (e^{\frac{U_1}{U_T}} - 1)}{I_{S2} (e^{\frac{U_2}{U_T}} - 1)} = \frac{A_1 (e^{\frac{U_1}{U_T}} - 1)}{A_2 (e^{\frac{U_2}{U_T}} - 1)} \cong \frac{A_1 e^{\frac{U_1}{U_T}}}{A_2 e^{\frac{U_2}{U_T}}}.$$

Iz te enačbe lahko izračunamo razliko med napetostima:

$$U_1 - U_2 = U_T \ln \frac{A_2}{A_1} = 26 \text{ mV} \cdot \ln \frac{1}{100} = -119.7 \text{ mV}$$

ter s pomočjo zanke enačbe še iskani napetosti na diodah:

$$\underline{U_1 = 440.1 \text{ mV}}, \quad \underline{U_2 = 559.9 \text{ mV}}.$$



Slika 3.17: Shematična ponazoritev porazdelitve baterijske napetosti na serijsko povezanih diodah

V prevodni smeri se lahko zaporedno vezane diode tudi močno razlikujejo, pa se priključena prevodna napetost kljub temu dokaj enakomerno razporedi. Vzrok je v eksponentni odvisnosti toka od napetosti v prevodni smeri.

Pri enakem prevodnem toku skozi neenaki diodi (serijsko povezani diodi), sta si napetosti na diodah zelo blizu, pri enakih napetostih na neenakih diodah (paralelno povezani diodi) pa sta toka skozi diodi lahko zelo različna.

Naloga 3.12

Pri prevodnem toku $I = 1 \text{ mA}$ je na zunanjih priključkih realne pn -diode z diodnim faktorjem kvalitete $n = 1.2$, napetost $U = 0.7 \text{ V}$, pri toku $I = 50 \text{ mA}$ pa $U = 0.9 \text{ V}$. Izračunajte serijsko notranjo upornost R_n diode.

Podatki:

$$n = 1.2$$

$$I_1 = 1 \text{ mA}$$

$$U_1 = 700 \text{ mV}$$

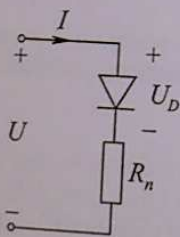
$$I_2 = 50 \text{ mA}$$

$$U_2 = 900 \text{ mV}$$

$$R_n = ?$$

Rešitev:

Pri realni polprevodniški pn -diodi ostane del zunanje priključene napetosti na ohmski upornosti nevtralnih delov p - in n -plasti, na ohmski upornosti spojev kovina-polprevodnik in na žičnih kovinskih vodnikih. Naštete ohmske upornosti lahko nadomestimo s skupno serijsko notranjo upornostjo R_n . Realno diodo tako lahko predstavimo z zaporedno vezavo pn -diode in notranje upornosti R_n . Padec napetosti na upornosti R_n pride do izraza predvsem pri večjih tokovih skozi prevodno polarizirano diodo.



Slika 3.18: Realno diodo predstavimo z zaporedno vezavo idealne pn -diode in notranje upornosti R_n

kovno-napetostno odvisnost realne polprevodniške diode, ki v diodnem faktorju kvalitete n upošteva generacije in rekombinacije elektronov in vrzeli v osiromašeni plasti ter površinske izgubne tokove, ločeno pa serijsko notranjo upornostjo R_n išemo z enačbo:

$$I = I_S \left(e^{\frac{U - R_n I}{n U_T}} - 1 \right)$$

Napetost na zunanjih priključkih diode v prevodni smeri pri $U \gg U_T$ lahko zapišemo kot vsoto napetosti na osiromašeni plasti, ki predstavlja diodo, in napetosti na notranji upornosti R_n :

$$U = n U_T \left(\ln \frac{I}{I_S} + 1 \right) + R_n I = n U_T \ln \frac{I}{I_S} + R_n I.$$

Za znani delovni točki lahko zapišemo enačbi:

$$U_1 = n U_T \ln \frac{I_1}{I_S} + R_n I_1 \quad \text{in} \quad U_2 = n U_T \ln \frac{I_2}{I_S} + R_n I_2.$$

Če prvo enačbo odštejemo od druge, dobimo:

$$U_2 - U_1 = n U_T \ln \frac{I_2}{I_1} + R_n (I_2 - I_1),$$

iz te enačbe pa lahko izrazimo in izračunamo notranjo upornost diode:

$$R_n = \frac{(U_2 - U_1) - n U_T \ln \frac{I_2}{I_1}}{I_2 - I_1}$$

$$= \frac{(900 \text{ mV} - 700 \text{ mV}) - 1.2 \cdot 25.66 \text{ mV} \cdot \ln \frac{50 \text{ mA}}{1 \text{ mA}}}{50 \text{ mA} - 1 \text{ mA}} = \underline{\underline{1.6 \Omega}}.$$

Pri toku skozi diodo $I_1 = 1 \text{ mA}$ je na notranji upornosti R_n padec napetosti 1.6 mV oz. 0.23% celotne priključene napetosti ($U_1 = 700 \text{ mV}$), pri toku $I_2 = 50 \text{ mA}$ pa padec napetosti naraste na 80 mV oz. na 8.9% priključene napetosti ($U_2 = 900 \text{ mV}$). To potrjuje ugotovitev, da padec napetosti na upornosti R_n pride do izraza predvsem pri večjih tokovih skozi prevodno polarizirano diodo.

3.3 Temperaturna odvisnost diodne karakteristike

Naloga 3.13

Izračunajte relativno temperaturno odvisnost toka silicijeve diode v zaporni smeri pri napetostih $U \ll -U_T$.

Rešitev:

V zaporni smeri teče skozi diodo tok nasičenja, ki ga opisuje enačba:

$$I_S = Aq n_i^2 \left(\frac{D_n}{L_n N_A} + \frac{D_p}{L_p N_D} \right)$$

Prevladujočo temperaturno odvisnost v zapisanem izrazu ima prav gotovo kvadrat intrinzične koncentracije, ki je določen z izrazom:

$$n_i^2 = A_C A_V T^3 e^{-\frac{E_G}{kT}},$$

zato lahko zapišemo

$$I_S(T) = K n_i^2(T).$$

Poiščimo odvod po temperaturi in pri tem zanemarimo temperaturno odvisnost E_G :

$$\frac{\partial I_S}{\partial T} = K A_C A_V \left(3T^2 e^{-\frac{E_G}{kT}} + T^3 e^{-\frac{E_G}{kT}} \cdot \frac{E_G}{kT^2} \right)$$

Če dobljeno enačbo delimo z I_S , dobimo relativno temperaturno odvisnost zapornega toka:

$$\frac{1}{I_S} \frac{\partial I_S}{\partial T} = \frac{3}{T} + \frac{E_G}{kT^2}.$$

Izračunajmo to odvisnost za silicijevo diodo v okolici sobne temperature:

$$\begin{aligned} \left. \frac{1}{I_S} \frac{\partial I_S}{\partial T} \right|_{T=300\text{K}} &= \frac{3}{300\text{K}} + \frac{1.12 \cdot 1.6 \times 10^{-19} \text{AsV K}}{1.38 \times 10^{-23} \text{VAs} \cdot (300\text{K})^2} \\ &= 0.01 \text{ K}^{-1} + 0.1443 \text{ K}^{-1} = \underline{0.1543 \text{ K}^{-1}} = \underline{15.43\% \text{ K}^{-1}}. \end{aligned}$$

Pri povečanju temperature za 1 K se torej tok nasičenja silicijeve diode poveča za približno 15%. Tok se podvoji približno na vsakih 6 K.

Naloga 3.14

Izračunajte temperaturno odvisnost napetosti na silicijevi diodi v prevodni smeri pri konstantnem toku I .

Podatki:

$$U = 0.6 \text{ V}$$

$$I = \text{konst.}$$

$$\left. \frac{\partial U}{\partial T} \right|_{I=\text{konst.}} = ?$$

Rešitev:

V prevodni smeri je pri $U \gg U_T$ karakteristika diode dana z enačbo:

$$I = I_S \left(e^{\frac{U}{U_T}} - 1 \right) \cong I_S e^{\frac{U}{U_T}}.$$

Zanima nas temperaturna odvisnost napetosti na diodi pri konstantnem toku skozi diodo. Zapišimo izraz za napetost na diodi:

$$U = U_T \ln \frac{I}{I_S}$$

in ga odvajajmo:

$$\left. \frac{\partial U}{\partial T} \right|_{I=\text{konst.}} = \frac{\partial}{\partial T} \left(U_T \ln \frac{I}{I_S} \right) = \frac{dU_T}{dT} \ln \frac{I}{I_S} + U_T \frac{I_S}{I} \left(-\frac{1}{I_S} \right) \frac{\partial I_S}{\partial T}.$$

Z upoštevanjem:

$$\frac{dU_T}{dT} = \frac{d}{dT} \left(\frac{kT}{q} \right) = \frac{U_T}{T} \quad \text{in} \quad \ln \frac{I}{I_S} = \frac{U}{U_T}$$

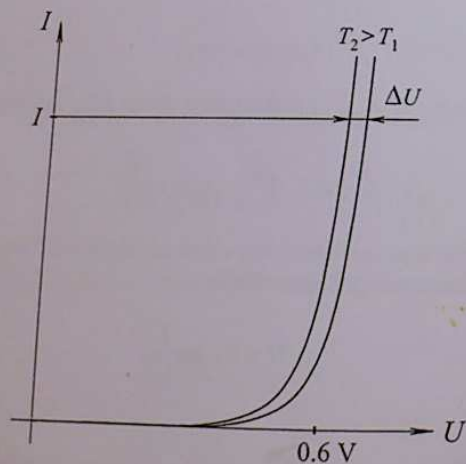
dobimo končen izraz za temperaturno odvisnost napetosti na diodi pri konstantnem toku skozi diodo:

$$\frac{\partial U}{\partial T} \Big|_{I=\text{konst.}} = \frac{U}{T} - U_T \frac{1}{I_S} \frac{\partial I_S}{\partial T}$$

Izračunajmo to odvisnost za silicijevo diodo v okolici sobne temperature ($T = 300 \text{ K}$):

$$\frac{\partial U}{\partial T} \Big|_{I=\text{konst.}} = \frac{0.6 \text{ V}}{300 \text{ K}} - 26 \text{ mV} \cdot 0.1543 \text{ K}^{-1} \cong \underline{\underline{-2 \text{ mVK}^{-1}}}$$

Ta podatek je pogosto upoštevan kot splošno veljaven, dejansko pa se temperaturna odvisnost napetosti na diodi pri različnih izvedbah in različnih območjih delovanja spreminja med -3 in -1 mVK^{-1} . Napetost na polprevodniški diodi ima v prevodni smeri torej negativni temperaturni koeficient.



Slika 3.19: Temperaturna odvisnost statične karakteristike silicijeve diode

Naloga 3.15

Izračunajte moč segrevanja pn -diode s tokom nasičenja $I_S = 2 \times 10^{-12} \text{ A}$ in prebojno napetostjo $U_{BR} = 400 \text{ V}$ pri:

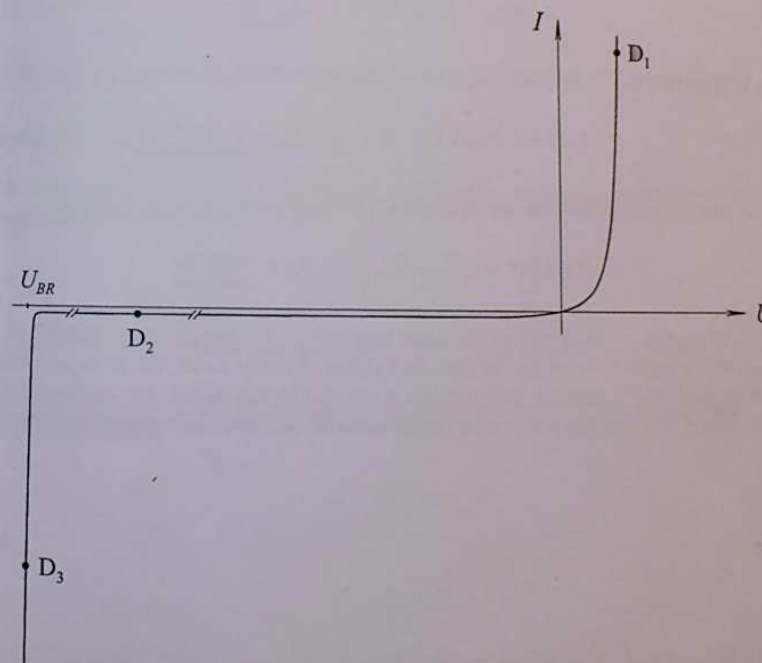
1. prevodnem toku $I = 1 \text{ A}$,
2. zaporni napetosti $U_R = 100 \text{ V}$ in
3. visoki zaporni napetosti $U_R = 399 \text{ V}$ in $I_R = 1 \text{ A}$ (področje na meji preboja).

Podatki:

$$I_S = 2 \times 10^{-12} \text{ A}$$

$$U_{BR} = 400 \text{ V}$$

$$P = ?$$



Slika 3.20: Diodna karakteristika z vrisanimi delovnimi točkami za izračun moči

Rešitev:

1. V delovni točki D_1 je dioda prevodno polarizirana. Za izračun moči $P = U \cdot I$ potrebujemo tok in napetost. Tok je dan, napetost pa izračunamo iz enačbe diode:

$$I = I_S \left(e^{\frac{U}{U_T}} - 1 \right) \cong I_S e^{\frac{U}{U_T}} \quad \text{in} \quad U = U_T \ln \left(\frac{I}{I_S} + 1 \right) \cong U_T \ln \frac{I}{I_S}$$

ter

$$U = 26 \text{ mV} \cdot \ln \frac{1 \text{ A}}{2 \times 10^{-12} \text{ A}} = \underline{0.7 \text{ V}}.$$

Moč, ki se troši na diodi, je:

$$P = U \cdot I = 0.7 \text{ V} \cdot 1 \text{ A} = \underline{0.7 \text{ W}}$$

2. V delovni točki D_2 je dioda zaporno polarizirana. Moč, ki se troši na njej, pa je:

$$P = U \cdot I = (-100 \text{ V}) \cdot (-2 \times 10^{-12} \text{ A}) = \underline{2 \times 10^{-10} \text{ W}}$$

3. V tem primeru je delovna točka diode D_3 na meji preboja diode. Moč je:

$$P = U \cdot I = (-399 \text{ V}) \cdot (-1 \text{ A}) = \underline{399 \text{ W}}$$

Moč, ki se troši na diodi, povzroči njeno segrevanje. Če temperatura preseže mejno dopustno temperaturo, pride do uničenja diode. Primer kaže, da je najnevarnejše delovanje diode v zaporni smeri v bližini prebojne napetosti, ko začne naraščati zaporni tok. V prevodni smeri pride do nevarnosti uničenja šele pri velikih tokovih.

Naloga 3.16

Določite najvišjo dopustno moč obremenitve silicijeve pn-diode s hladilnim telesom, če je termična upornost med spojem in ohišjem diode $R_{thjc} = 2.5 \text{ }^\circ\text{CW}^{-1}$, površina hladilnega telesa $A = 40 \text{ cm}^2$, konstanta toplotne izmenjave med hladilnim telesom in okolico $\sigma_{th} = 2.5 \times 10^{-3} \text{ W}(\text{cm}^2 \text{ }^\circ\text{C})^{-1}$, temperatura okolice $T_a = 50 \text{ }^\circ\text{C}$, maksimalna dopustna temperatura spoja pa $T_{jmax} = 150 \text{ }^\circ\text{C}$.

Podatki:

$$\begin{aligned} T_a &= 50 \text{ }^\circ\text{C} \\ T_{jmax} &= 150 \text{ }^\circ\text{C} \\ R_{thjc} &= 2.5 \text{ }^\circ\text{CW}^{-1} \\ A &= 40 \text{ cm}^2 \\ \sigma_{th} &= 2.5 \times 10^{-3} \text{ W}(\text{cm}^2 \text{ }^\circ\text{C})^{-1} \end{aligned}$$

$$P_{max} = ?$$

Rešitev:

Po analogiji z Ohmovim zakonom ($U = RI$) lahko zapišemo enačbo za toplotni tok med poljubnima točkama i in j :

$$\Delta T_{ij} = R_{thij} P,$$

pri čemer je R_{thij} termična upornost, P pa moč, ki se pretaka med mestoma i in j .

Za temperaturno razliko med spojem in ohišjem ter med ohišjem in okolico lahko zapišemo enačbi:

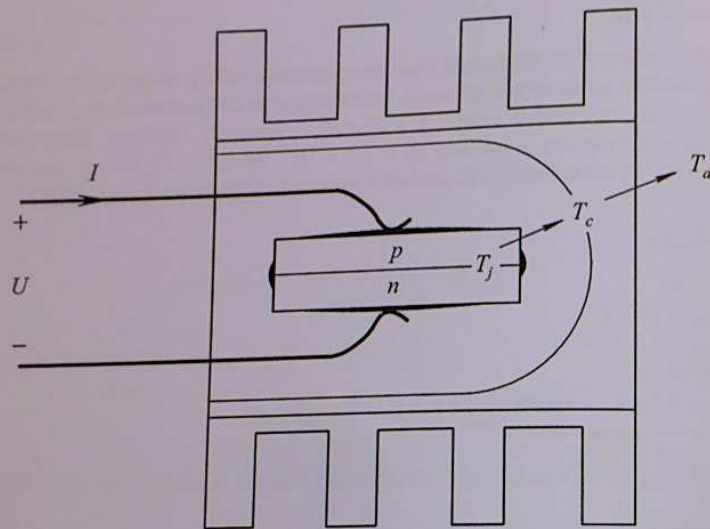
$$T_j - T_c = R_{thjc} P$$

in

$$T_c - T_a = R_{thca} P.$$

Če gornji enačbi seštejemo, dobimo zvezo med sproščano močjo in temperaturo spoja:

$$T_j - T_a = (R_{thjc} + R_{thca}) P.$$



Slika 3.21: Shematični prikaz odvajanja toplote s pn-spoja preko ohišja in hladilnega telesa na okolico

Najvišja dopustna moč P_{max} je tista, pri kateri doseže temperatura spoja maksimalno dopustno vrednost T_{jmax} , torej:

$$T_{jmax} - T_a = (R_{thjc} + R_{thca})P_{max}$$

oz.

$$P_{max} = \frac{T_{jmax} - T_a}{R_{thjc} + R_{thca}}$$

Da bomo lahko izračunali dopustno moč P_{max} za naš primer, moramo najprej izračunati termično upornost hladilnega telesa:

$$R_{thca} = \frac{1}{\sigma_{th} A} = \frac{1}{2.5 \cdot 10^{-3} \text{ W}(\text{cm}^2 \text{ } ^\circ\text{C})^{-1} \cdot 40 \text{ cm}^2} = 10^\circ\text{CW}^{-1}$$

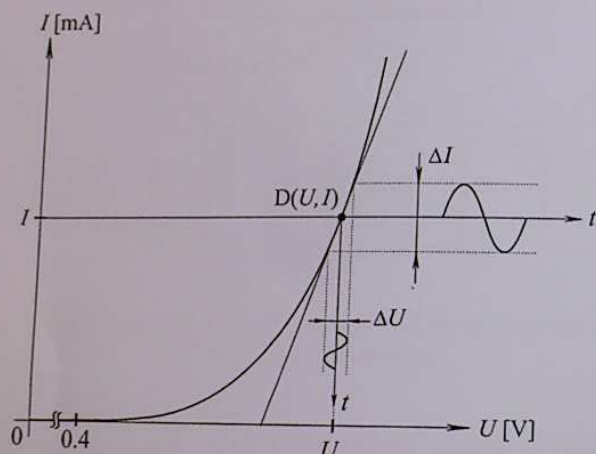
Najvišja dopustna moč je:

$$P_{max} = \frac{T_{jmax} - T_a}{R_{thjc} + R_{thca}} = \frac{150^\circ\text{C} - 50^\circ\text{C}}{2.5^\circ\text{CW}^{-1} + 10^\circ\text{CW}^{-1}} = \underline{\underline{8.0 \text{ W}}}$$

Iz izpeljanih enačb vidimo, da velja med P_{max} in T_a linearna zveza, in sicer, čim višja je temperatura okolice, tem nižja je maksimalna dopustna moč obremenitve diode. Z izpeljanimi enačbami lahko računamo tudi v obratni smeri, za dano moč lahko določimo potrebno površino hladilnega telesa.

3.4 Linearizacija statične diodne karakteristike

Pri krmiljenju nelinearnih elementov z majhnimi počasnimi signali trenutna delovna točka potuje po ozkem območju statične karakteristike nelinearnega elementa. To ozko območje lahko nadomestimo z linearnim odsekom, nelinearni element pa lahko pri krmiljenju s počasnimi signali majhnih amplitud nadomestimo z linearnim elementom ali s preprostim vezjem linearnih dvopolnih elementov. Postopek imenujemo *linearizacija*.



Slika 3.22: Prikaz linearizacije pn-diode kot nelinearnega elementa v okolici delovne točke $D(U, I)$

Diferencialna prevodnost g (diferencialna upornost r) nelinearnega dvopola je definirana kot

$$g = \frac{1}{r} = \frac{dI(U)}{dU} \Big|_{D(U, I)} \equiv \frac{\Delta I}{\Delta U} \Big|_{D(U, I)}$$

Do približne zveze lahko pridemo s pomočjo Taylorjeve vrste. Če napetost in tok v okolici mirovne delovne točke $D(U, I)$ zapišemo kot vsoto:

$$u = U + \Delta U, \quad i = I + \Delta I,$$

lahko izraz za tok zapišemo v obliki:

$$i(u) = i(U + \Delta U) = i(U) + \frac{di(u)}{du} \Big|_D \Delta U + \frac{1}{2!} \frac{d^2 i(u)}{du^2} \Big|_D \Delta U^2 + \frac{1}{3!} \frac{d^3 i(u)}{du^3} \Big|_D \Delta U^3 + \dots$$

Če upoštevamo samo prva dva člena v Taylorjevi vrsti, dobimo:

$$i(u) = I + \Delta I \equiv I + g \cdot \Delta U.$$

Naloga 3.17

Analično in grafično določite diferencialno prevodnost g nelinearnega dvopola (polprevodniške pn-diode) pri nizkih frekvencah. Narišite ustrezno nadomestno vezje, če je dana analitična zveza med tokom in napetostjo oziroma grafična karakteristika.

Rešitev:

I. Analična določitev diferencialne prevodnosti

$$g = \frac{di(u)}{du} \Big|_{D(U, I)} = I_S e^{\frac{u}{U_T}} \frac{1}{U_T} \Big|_D = \frac{I_S}{U_T} e^{\frac{u}{U_T}} = \frac{I_S}{U_T} + \frac{I_S}{U_T}$$

$$g = \frac{I_S}{U_T} (e^{\frac{u}{U_T}} - 1) + \frac{I_S}{U_T} = \frac{I + I_S}{U_T}$$

Izpeljani izraz velja za celotno območje delovanja, prevodno in zaporno. Če nas zanima samo prevodno ali samo zaporno območje, lahko uporabimo naslednji poenostavitvi:

I.a Prevodno območje:

Če je prevodna napetost na diodi $U \gg U_T$, lahko $I(U)$ odvisnost diode poenostavimo v izraz:

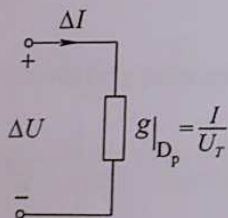
$$I \cong I_S e^{\frac{U}{U_T}}$$

Zapisana odvisnost velja dovolj dobro že, če je napetost U na diodi nekajkrat večja od U_T . Če je npr. $U = 100$ mV, je napaka pri izračunu toka I zaradi poenostavitve manjša od 2%.

V prevodni smeri je torej diferencialna prevodnost diode enaka:

$$g = \left. \frac{di(u)}{du} \right|_{D_p(U, I); U \gg U_T} \cong I_S e^{\frac{U}{U_T}} \frac{1}{U_T} = \frac{I}{U_T}$$

Do enakega izraza za g v prevodni smeri pridemo z upoštevanjem $I \gg I_S$ v izrazu za g , ki velja za celotno območje. Diferencialna prevodnost polprevodniške pn-diode je v prevodni smeri sorazmerna toku I skozi diodo v delovni točki. Nadomestno vezje pn-diode v prevodni smeri je pri krmiljenju z majhnimi počasnimi signali čista prevodnost in je prikazana na sliki 3.23.



Slika 3.23: V prevodni smeri predstavlja pn-diode za majhne signale linearno prevodnost

I.b Zaporno območje:

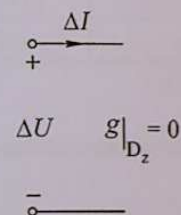
Če je napetost na diodi zaporna, $U \ll -U_T$, velja:

$$I \cong -I_S$$

Tudi v tem primeru je za $U < -100$ mV napaka pri izračunu toka I zaradi poenostavitve manjša od 2%.
Diferencialna prevodnost v zapori je:

$$g = \left. \frac{di(u)}{du} \right|_{D_z(U, I)} \cong 0,$$

kar pomeni, da dioda v zapori za majhne počasne signale predstavlja odprte sponke (slika 3.24). Do enakega izraza za g v zaporni smeri pridemo z upoštevanjem $I \cong -I_S$ v izrazu za g , ki velja za celotno območje.

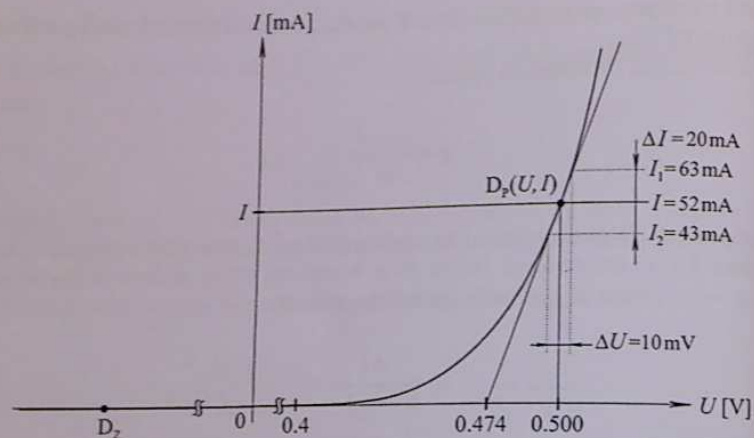


Slika 3.24: V zaporni smeri predstavlja dioda za majhne signale odprte sponke

II. Grafična določitev diferencialne prevodnosti diode**II.a Prevodno območje:**

Vzemimo diodo s tokom nasičenja $I_S = 2.3 \times 10^{-10}$ A. V mirovni delovni točki $D_p(U, I)$ naj bo napetost na diodi $U = 500$ mV, tok pri tej napetosti je:

$$I \cong I_S e^{\frac{U}{U_T}} = 2.3 \times 10^{-10} \text{ A} \cdot e^{\frac{500 \text{ mV}}{26 \text{ mV}}} = \underline{52 \text{ mA}}$$



Slika 3.25: Prikaz grafične določitve diferencialne prevodnosti nelinearnega elementa

1. Če skozi mirovno delovno točko narišemo tangento na karakteristiko diode, lahko določimo prevodnost g s pomočjo nastalega trikotnika:

$$g = \left. \frac{\Delta I}{\Delta U} \right|_{D_p} = \frac{52 \text{ mA} - 0 \text{ mA}}{500 \text{ mV} - 474 \text{ mV}} = \frac{52 \text{ mA}}{26 \text{ mV}} = \underline{2 \text{ S}}.$$

2. Okoli mirovne delovne točke lahko pri majhni spremembi napetosti ($\Delta U = 10 \text{ mV}$) odčitamo majhno spremembo toka in dobimo:

$$g = \left. \frac{\Delta I}{\Delta U} \right|_{D_p} = \frac{63 \text{ mA} - 43 \text{ mA}}{505 \text{ mV} - 495 \text{ mV}} = \frac{20 \text{ mA}}{10 \text{ mV}} = \underline{2 \text{ S}}.$$

II.b Zaporno območje:

Pri idealizirani diodi je tok v zapori v širšem delu karakteristike enak $-I_S$, zato je sprememba toka ΔI enaka nič in diferencialna upornost je:

$$g = \left. \frac{\Delta I}{\Delta U} \right|_{D_z} = \underline{0 \text{ S}}.$$

Diferencialna prevodnost nelinearnega elementa (v našem primeru pn-diode) je odvisna od izbrane mirovne delovne točke in se lahko razlikuje za več velikostnih razredov, kar potrjuje tudi spodnja tabela, v kateri je g diferencialna prevodnost in r diferencialna upornost v mirovni delovni točki, ki jo določa napetost U na diodi.

Tabela I: Diferencialna prevodnost g oz. upornost r diode pri različnih napetostih U .

U [mV]	I [mA]	g [S]	r [Ω]
520	112	4.29	0.23
52	1.0×10^{-9}	6.50×10^{-8}	1.53×10^7
-52	-2.0×10^{-10}	1.20×10^{-9}	8.35×10^8
-520	-2.3×10^{-10}	1.83×10^{-17}	5.45×10^{16}

Naloga 3.18

Znana je $I(U)$ odvisnost nelinearnega elementa. Ocenite, kako velike smejo biti spremembe signalov okoli mirovne delovne točke, da lahko govorimo o krmiljenju z majhnimi signali brez popačenj.

Rešitev:

Napetost in tok na elementu sta vsoti mirovne delovne točke in trenutnih sprememb:

$$u = U + \Delta U, \quad i = I + \Delta I.$$

Uporabimo Taylorjevo vrsto in dobimo:

$$\begin{aligned} i(u) &= i(U + \Delta U) \\ &= i(U) + \left. \frac{di(u)}{du} \right|_U \Delta U + \frac{1}{2!} \left. \frac{d^2 i(u)}{du^2} \right|_U \Delta U^2 + \frac{1}{3!} \left. \frac{d^3 i(u)}{du^3} \right|_U \Delta U^3 + \dots \\ &= I + \text{linearni člen, ki določa strmino} + \text{členi višjih redov, ki določajo ukrivljenost} \\ &= I + \Delta I \end{aligned}$$

O krmiljenju z majhnimi signali oz. o linearni zvezi med spremembami toka in napetosti lahko govorimo, če so členi drugega in višjih redov v primerjavi s členom prvega reda majhni:

$$\left. \frac{di(u)}{du} \right|_U \Delta U \gg \frac{1}{2!} \left. \frac{d^2i(u)}{du^2} \right|_U \Delta U^2 + \frac{1}{3!} \left. \frac{d^3i(u)}{du^3} \right|_U \Delta U^3 + \dots$$

Za našo oceno se zadovoljimo z upoštevanjem prispevka drugega reda. Tako dobimo pogoj:

$$\left. \frac{di}{du} \right|_U \Delta U \gg \frac{1}{2} \left. \frac{d^2i}{du^2} \right|_U \Delta U^2.$$

Od tod lahko zapišemo:

$$\Delta U \ll \frac{2 \cdot \left. \frac{di(u)}{du} \right|_U}{\left. \frac{d^2i(u)}{du^2} \right|_U}.$$

a) Primer polprevodniške pn-diode v prevodni smeri:

$$I = I_s (e^{\frac{U}{U_T}} - 1) \cong I_s e^{\frac{U}{U_T}}$$

$$\Delta U \ll \frac{2 \cdot \left(I_s e^{\frac{U}{U_T}} \frac{1}{U_T} \right) \Big|_U}{\left(I_s e^{\frac{U}{U_T}} \frac{1}{U_T^2} \right) \Big|_U}$$

$$\Delta U \ll 2 \cdot U_T = 52 \text{ mV}.$$

Običajno izberemo $\Delta U \leq 5 \text{ mV}$. Ker v dobljenem pogoju nastopa samo U_T , lahko ugotovimo, da pri polprevodniški pn-diodi izbira ΔU ni odvisna od lege mirovne delovne točke na karakteristiki.

b) Primer vakuumske diode:

Pri vakuumski diodi je odvisnost med tokom in napetostjo na zunanjih priključkih dana z izrazom:

$$I_A = k_A \cdot U_A^{3/2},$$

v katerem je I_A anodni tok, U_A anodna napetost in k_A konstanta diode.

Krmiljenje z majhnimi signali brez popačenj bomo dosegli, če bodo spremembe majhnih signalov ΔU_A okoli mirovne delovne točke $D(U_A, I_A)$ ustrezale pogoju:

$$\Delta U_A \ll \frac{2 \cdot \left(\frac{3}{2} k_A \cdot U_A^{1/2} \right) \Big|_{U_A}}{\left(\frac{1}{2} \frac{3}{2} k_A \cdot U_A^{-1/2} \right) \Big|_{U_A}} = 4 \cdot U_A.$$

Izbira velikosti spremembe anodne napetosti ΔU_A je v primeru vakuumske diode odvisna od vrednosti anodne napetosti U_A v delovni točki.

3.5 Lastnosti diode pri krmiljenju z majhnimi signali

Naloga 3.19

Določite nadomestno vezje diode s stopničastim pn -spojem pri krmiljenju z majhnimi signali v zaporni smeri za:

a) $U_{R1} = 0$ V, b) $U_{R2} = 1$ V, c) $U_{R3} = 10$ V in d) $U_{R4} = 100$ V.

Podatki:

$$\begin{aligned} n_i &= 10^{10} \text{ cm}^{-3} \\ N_A &= 10^{18} \text{ cm}^{-3} \\ N_D &= 10^{15} \text{ cm}^{-3} \\ A &= 10^{-3} \text{ cm}^2 \\ U_{R1} &= 0 \text{ V} \\ U_{R2} &= 1 \text{ V} \\ U_{R3} &= 10 \text{ V} \\ U_{R4} &= 100 \text{ V} \\ \epsilon &= \epsilon_0 \epsilon_{rSi} = 10^{-12} \text{ As(Vcm)}^{-1} \\ U_T &= 25.66 \text{ mV} \\ q &= 1.6 \times 10^{-19} \text{ As} \end{aligned}$$

$$C_T(U_R) = ?, \quad g(U_R) = ?$$

Rešitev:

Odziv diode na vzbujanje z majhnimi vf-signali, ki so superponirani k enosmerni napetosti, običajno izrazimo z admitanco y , katere realni del je diferencialna prevodnost g , imaginarni del pa susceptanca kapacitivnega karakterja b :

$$\underline{y} = g + jb.$$

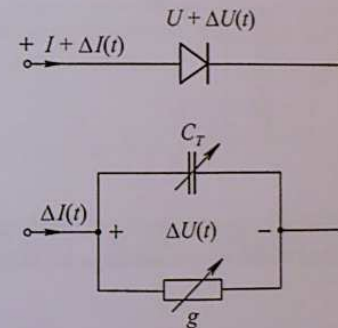
Ob predpostavki, da velja idealna enačba diode in so razmere kvazistatične, je diferencialna prevodnost diode v zaporni smeri zanemarljivo majhna, saj velja:

$$I = -I_S \quad \text{in} \quad g = \frac{dI}{dU} = \frac{I + I_S}{U_T} \rightarrow 0.$$

Če gre za krmiljenje z majhnimi signali pri zaporno polarizirani napetosti na diodi, povzroča kapacitivnost sprememba totalnega naboja na robovih osiromašenega območja zaradi spremembe priključene napetosti:

$$C_T = \frac{\Delta Q}{\Delta U}.$$

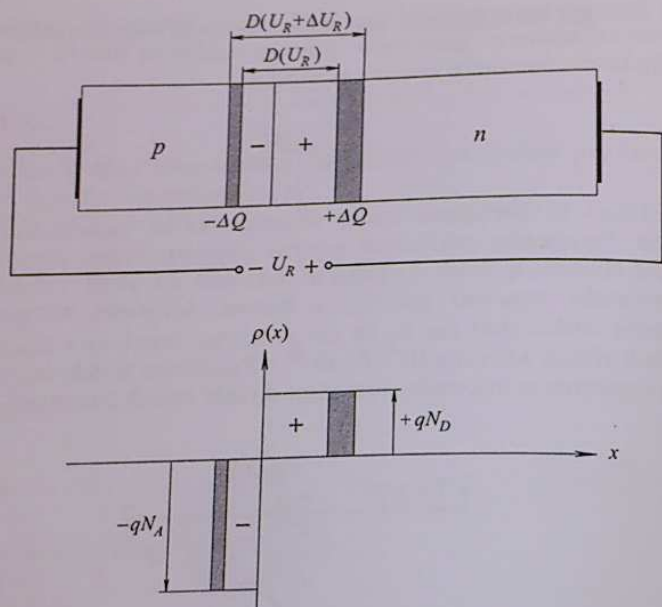
Kapacitivnost C_T imenujemo spojna kapacitivnost ali kapacitivnost zapornega področja. Sprememba priključene zaporne napetosti vedno povzroči premike večinskih nosilcev, tj. vrzeli v p -plasti in elektronov v n -plasti. Večinski nosilci se na spremembe napetosti odzivajo s časovno konstanto, ki jo imenujemo dielektrični relaksacijski čas τ_r . Ta čas je izredno kratek in v siliciju znaša pri normalnih nivojih dopiranja 10^{-12} do 10^{-10} s. Zaradi tako kratkih odzivnih časov je spojna kapacitivnost frekvenčno neodvisna do zelo visokih frekvenc.



Slika 3.26: Nadomestno vezje diode za majhne signale pri zaporno polarizirani priključeni napetosti sestavljata spojna kapacitivnost C_T in diferencialna prevodnost g , ki jo običajno lahko zanemarimo

Osiromašeno področje pn -spoja deluje kot ploščati kondenzator z razdaljo med ploščama $D = x_p + x_n$, s površino A ter z dielektrično konstanto polprevodnika:

$$C_T = \frac{\epsilon A}{D}.$$



Slika 3.27: Sprememba zaporne napetosti ΔU_R na diodi povzroči spremembo naboja ΔQ na mejah osiromašenega področja pn-spoja.

Pri stopničastem pn-spoju je širina osiromašenega področja dana z izrazom:

$$D = \sqrt{\frac{2\epsilon}{q} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) (U_D + U_R)}$$

Po vstavitvi tega izraza v enačbo za spojno kapacitivnost dobimo:

$$C_T = A \sqrt{\frac{q\epsilon}{2} \frac{N_A N_D}{(N_A + N_D)} \frac{1}{(U_D + U_R)}} = A \sqrt{\frac{q\epsilon}{2} \frac{N_A N_D}{(N_A + N_D)} \frac{1}{U_D}} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{U_R}{U_D}}}$$

ali krajše:

$$C_T = \frac{C_{T0}}{\sqrt{1 + \frac{U_R}{U_D}}}$$

pri čemer je C_{T0} spojna kapacitivnost brez priključene zaporne napetosti ($U_R = 0$):

$$C_{T0} = A \sqrt{\frac{q\epsilon}{2} \frac{N_A N_D}{(N_A + N_D)} \frac{1}{U_D}}$$

Da bomo lahko izračunali spojno kapacitivnost diode z danimi podatki, najprej izračunajmo difuzijsko napetost:

$$U_D = U_T \cdot \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = 25.66 \text{ mV} \cdot \ln \frac{10^{18} \text{ cm}^{-3} \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}}{10^{20} \text{ cm}^{-6}} = 0.77 \text{ V}$$

Pri izračunu spojne kapacitivnosti upoštevajmo, da je dioda nesimetrična ($N_A \gg N_D$) in izraz za C_{T0} ustrezno poenostavimo:

$$C_{T0} \cong A \sqrt{\frac{q\epsilon}{2} N_D \frac{1}{U_D}}$$

$$\text{a) } C_{T0} = 10^{-3} \text{ cm}^{-2} \sqrt{\frac{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 10^{-12} \text{ As(Vcm)}^{-1} \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}}{2} \frac{1}{0.77 \text{ V}}} \cong 10 \text{ pF}$$

$$\text{b) } C_T(U_R = 1 \text{ V}) = \frac{C_{T0}}{\sqrt{1 + \frac{U_R}{U_D}}} = \frac{10 \text{ pF}}{\sqrt{1 + \frac{1 \text{ V}}{0.77 \text{ V}}}} \cong 6.6 \text{ pF}$$

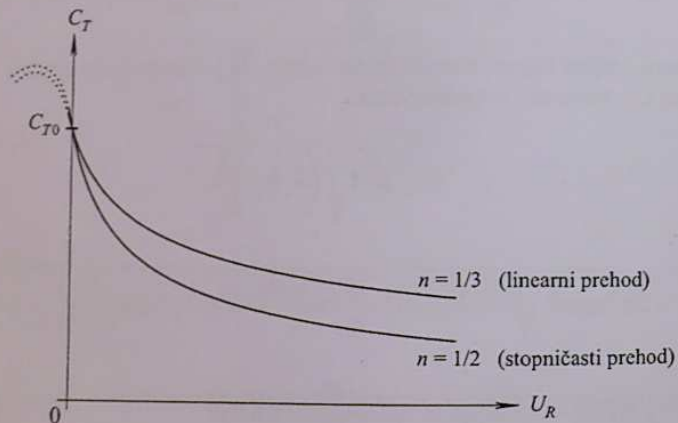
$$\text{c) } C_T(U_R = 10 \text{ V}) = \frac{10 \text{ pF}}{\sqrt{1 + \frac{10 \text{ V}}{0.77 \text{ V}}}} \cong 2.7 \text{ pF}$$

$$\text{d) } C_T(U_R = 100 \text{ V}) = \frac{10 \text{ pF}}{\sqrt{1 + \frac{100 \text{ V}}{0.77 \text{ V}}}} \cong 0.9 \text{ pF}$$

Spojna kapacitivnost stopničaste pn -diode pada približno s kvadratnim korenem enosmerne zaporne napetosti. Če bi obravnavali diodo z linearnim prehodom koncentracije primesi, bi ugotovili, da kapacitivnost upada približno s tretjim korenem rastoče zaporne napetosti. Glede na praktične primere diod lahko zapišemo splošnejši izraz za spojno kapacitivnost

$$C_T = \frac{K}{(U_D + U_R)^n} = \frac{C_{T0}}{\left(1 + \frac{U_R}{U_D}\right)^n},$$

pri čemer ima eksponent n vrednosti: $1/3 \leq n \leq 1/2$. Odvisnost $C_T(U_R)$ za mejni vrednosti n prikazuje slika 3.28.



Slika 3.28: Spojna kapacitivnost $C_T(U_R)$ linearnega in stopničastega pn -spoja

Naloga 3.20

Določite frekvenčno odvisnost realnega in imaginarnega dela admitančnega parametra y polprevodniške pn -diode pri krmiljenju z majhnimi signali in določite nadomestno vezje diode pri toku mirovne delovne točke $I = 2$ mA in frekvenci majhnih signalov: a) $f = 10$ kHz in b) $f = 100$ MHz.

Podatki:

$$N_A = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$$

$$N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$\tau_p = 1 \mu\text{s}$$

$$A = 10^{-3} \text{ cm}^2$$

$$U_T = 25.66 \text{ mV}$$

$$n_i = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

$$I = 2 \text{ mA}, \quad \text{a) } f = 10 \text{ kHz}$$

$$\text{b) } f = 100 \text{ MHz.}$$

Rešitev:

Majhni sinusni signali čutijo v delovni točki diode v prevodni smeri diferencialno admitanco:

$$y = \frac{I}{U} \Big|_D = \frac{1}{U_T} \left[qA \frac{D_p}{L_p} p_{n0} \sqrt{1 + j\omega\tau_p} + qA \frac{D_n}{L_n} n_{p0} \sqrt{1 + j\omega\tau_n} \right] e^{\frac{U}{U_T}}.$$

Do tega zapisa pridemo z rešitvijo kontinuitetnih enačb za manjšinske nosilce - vrzeli v n -plasti in elektrone v p -plasti. Ker v danem primeru obravnavamo nesimetrično p^+n -diodo in je $p_{n0} \gg n_{p0}$, lahko izraz za kompleksno admitanco y poenostavimo:

$$y = \frac{I}{U} \Big|_D = \frac{1}{U_T} \left[qA \frac{D_p}{L_p} p_{n0} \sqrt{1 + j\omega\tau_p} \right] e^{\frac{U}{U_T}} = \frac{I}{U_T} \sqrt{1 + j\omega\tau_p}.$$

Ker vemo, da je kvadratni koren kompleksnega števila tudi kompleksno število, lahko zapišemo:

$$\underline{y} = \frac{I}{\underline{U}} \Big|_D = \frac{I}{U_T} \sqrt{1 + j\omega\tau_p} = g + jb.$$

Do realnega in imaginarnega dela admitance pridemo s kvadriranjem gornje enačbe. Dobimo:

$$g^2 + 2jbg - b^2 = \left(\frac{I}{U_T}\right)^2 (1 + j\omega\tau_p).$$

Zapisano enačbo razdelimo na realni:

$$g^2 - b^2 = \left(\frac{I}{U_T}\right)^2$$

in imaginarni del:

$$2bg = \left(\frac{I}{U_T}\right)^2 \omega\tau_p.$$

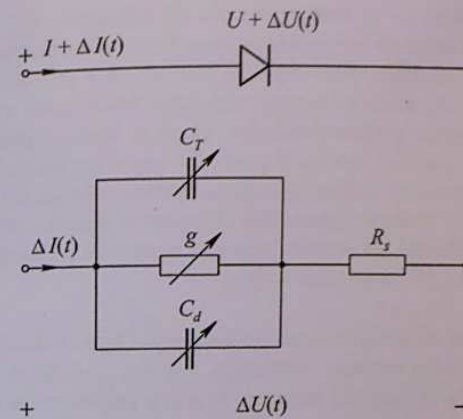
Če sedaj iz druge enačbe izrazimo b in ga vstavimo v prvo enačbo, po ureditvi dobimo izraz za realni del admitance:

$$g = \frac{I}{U_T} \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + (\omega\tau_p)^2}}$$

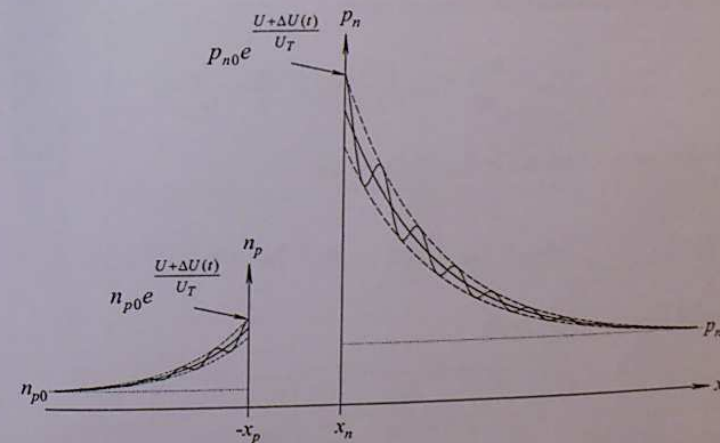
in nato ob znanem g določimo še b :

$$b = \frac{I}{U_T} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\omega\tau_p}{\sqrt{1 + \sqrt{1 + (\omega\tau_p)^2}}}.$$

Realni del je diferencialna prevodnost g , imaginarni del pa susceptanca kapacitivnega karakterja $b = \omega C_d$, pri čemer kapacitivnost C_d imenujemo difuzijska kapacitivnost. Nadomestno vezje diode za majhne sinusne signale v prevodni smeri je torej paralelna vezava diferencialne prevodnosti g in difuzijske kapacitivnosti C_d . Če upoštevamo še spojno kapacitivnost C_T in serijsko upornost R_s , dobimo splošno nadomestno vezje diode pri krmiljenju z majhnimi signali:



Slika 3.29: Model polprevodniške pn-diode pri krmiljenju z majhnimi signali



Slika 3.30: Krajevna porazdelitev koncentracij manjšinskih nosilcev v p^+n -diodi v trenutku t . Odziv manjšinskih nosilcev na vzburjanje z majhnimi signali povzroča difuzijsko kapacitivnost C_d . Manjšinski nosilci prispevajo tudi k diferencialni prevodnosti g .

Spojna kapacitivnost C_T je mnogo manjša od difuzijske C_d , zato jo običajno v prevodno polarizirani diodi lahko zanemarimo. Prav tako običajno lahko zanemarimo serijsko upornost R_s . Difuzijsko kapacitivnost diode v prevodni smeri povzročajo odzivi manjšinskih nosilcev na zunanje vzbujanje. Manjšinski nosilci se v nevtralnih področjih p - in n -tipa gibljejo z difuzijo, ki pa je lahko v primerjavi s frekvenco majhnih signalov počasen proces. V prevodni smeri delovanja sta torej na splošno diferencialna prevodnost in difuzijska kapacitivnost odvisni od enosmerne delovne točke in frekvence majhnih izmeničnih signalov. Krajevno odvisnost manjšinskih nosilcev pri priključenju enosmerni napetosti s superponiranim majhnim sinusnim signalom prikazuje slika 3.30.

V izpeljanih izrazih za g in b nastopa produkt $\omega\tau_p$. Če je vrednost produkta $\omega\tau_p \ll 1$, govorimo o nizkofrekvenčnem delovanju, pri $\omega\tau_p \gg 1$ pa o visokofrekvenčnem delovanju. Pri pogoju $\omega\tau_p \ll 1$ se izraza za g in b poenostavita v:

$$g_{NF} = \frac{I}{U_T} \quad \text{in} \quad b_{NF} = \frac{I}{U_T} \frac{\omega\tau_p}{2} = g_{NF} \frac{\omega\tau_p}{2}.$$

Zapišimo še izraz za difuzijsko kapacitivnost:

$$C_{dNF} = \frac{b_{NF}}{\omega} = g_{NF} \frac{\omega\tau_p}{2\omega} = g_{NF} \frac{\tau_p}{2} = \frac{\tau_p}{2r_{NF}}.$$

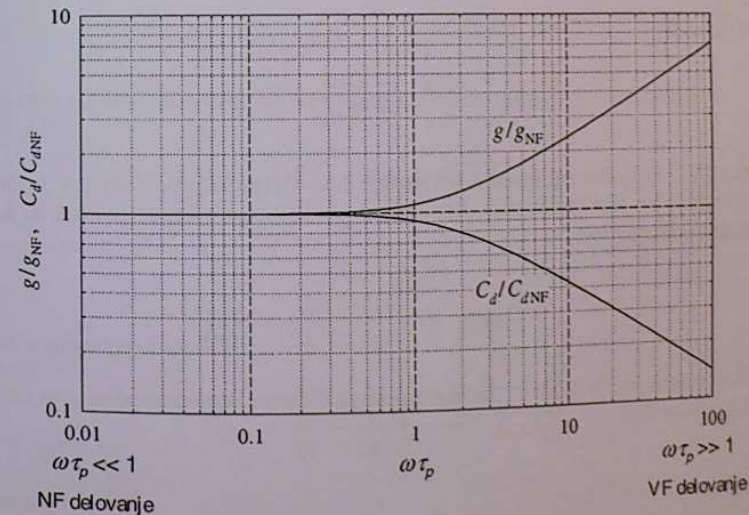
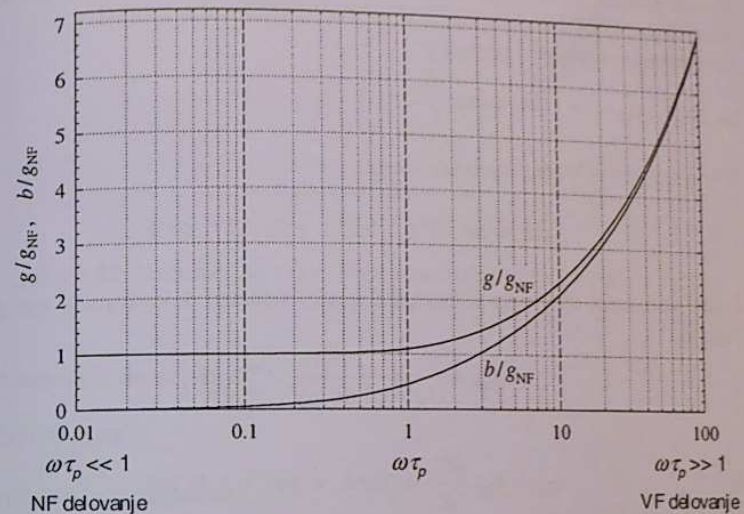
Pri pogoju $\omega\tau_p \gg 1$ pa za g in b približno velja:

$$g_{VF} = g_{NF} \sqrt{\frac{\omega\tau_p}{2}} \quad \text{in} \quad b_{VF} = g_{VF} \tau_p,$$

difuzijska kapacitivnost pa je:

$$C_{dVF} = \frac{b_{VF}}{\omega} = g_{NF} \tau_p \sqrt{\frac{\tau_p}{2\omega}}.$$

Veljavnost dobljenih poenostavljenih izrazov je razvidna tudi s slike 3.31, ki prikazuje normirane frekvenčne odvisnosti g/g_{NF} , b/g_{NF} , in C_d/C_{dNF} .



Slika 3.31: Frekvenčna odvisnost g , b in C_d p^+n -diode

Naloga zahteva, da moramo določiti nadomestno vezje diode v prevodni smeri za dve frekvenci majhnih signalov, in sicer $f = 10 \text{ kHz}$ in $f = 100 \text{ MHz}$. Izračunajmo najprej prvi primer:

a) $f = 10 \text{ kHz}$

V tem primeru je vrednost produkta $\omega\tau_p$:

$$\omega\tau_p = 2\pi \cdot 10^4 \text{ s}^{-1} \cdot 10^{-6} \text{ s} = 2\pi \cdot 10^{-2} \ll 1.$$

Lahko vzamemo, da primer ustreza nizkofrekvenčnemu delovanju. V tem primeru imamo:

$$g_{NF} = \frac{I}{U_T} = \frac{2 \text{ mA}}{25.66 \text{ mV}} = \underline{\underline{78 \text{ mS}}}$$

in

$$b_{NF} = g_{NF} \frac{\omega\tau_p}{2} = 78 \text{ mS} \cdot \pi \cdot 10^{-2} = \underline{\underline{2.45 \text{ mS}}}.$$

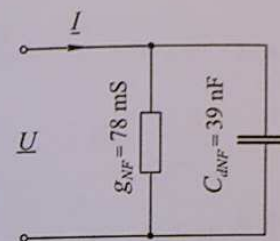
Razmerje:

$$\frac{g_{NF}}{b_{NF}} = \frac{78 \text{ mS}}{2.45 \text{ mS}} \cong 32$$

potrjuje, da realni del močno prevladuje nad imaginarnim, torej gre resnično za delovanje pri nizki frekvenci. Izračunajmo še difuzijsko kapacitivnost, ki jo čutijo majhni signali:

$$C_{dNF} = \frac{b_{NF}}{\omega} = \frac{2.45 \text{ mS}}{2\pi \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}} = \underline{\underline{39 \text{ nF}}}.$$

Nadomestno vezje diode je paralelna vezava diferencialne prevodnosti in difuzijske kapacitivnosti.



Slika 3.32: Nadomestno vezje diode v prevodni smeri za majhne signale pri $f = 10 \text{ kHz}$

Izračunajmo še drugi primer:

b) $f = 100 \text{ MHz}$

Iz produkta:

$$\omega\tau_p = 2\pi \cdot 10^8 \text{ s}^{-1} \cdot 10^{-6} \text{ s} = 2\pi \cdot 10^2 \gg 1$$

sklepamo, da gre v tem primeru za visokofrekvenčne pogoje delovanja diode. Dobimo:

$$g_{VF} = g_{NF} \sqrt{\frac{\omega\tau_p}{2}} = 78 \text{ mS} \sqrt{\pi \cdot 10^2} = \underline{\underline{1.38 \text{ S}}}$$

in

$$b_{VF} = \underline{\underline{g_{VF}}}$$

ter difuzijsko kapacitivnost:

$$C_{dVF} = \frac{b_{VF}}{\omega} = \frac{1.38 \text{ S}}{2\pi \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}} = \underline{\underline{2.2 \text{ nF}}}.$$

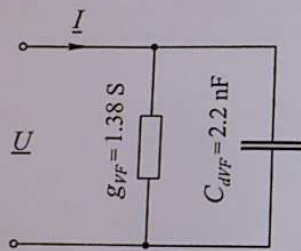
Razmerje

$$\frac{g_{VF}}{g_{NF}} = \underline{\underline{17.7}}$$

potrjuje, da se z višanjem frekvence večja diferencialna prevodnost diode, odločilno pa se poveča tudi vpliv difuzijske kapacitivnosti, kar potrjuje razmerje:

$$\frac{b_{VF}}{b_{NF}} = \underline{563.3}.$$

Nadomestno vezje diode je v tem primeru enako kot pri nizkofrekvenčnem delovanju, le vrednosti elementov so različne.



Slika 3.33: Nadomestno vezje diode v prevodni smeri za majhne signale pri $f = 100 \text{ MHz}$

3.6 Prebojna (Zenerjeva) dioda

Naloga 3.21

Preprost 5 V-tni napetostni stabilizator sestavljata upor R in prebojna dioda z nazivno napetostjo 5 V. Maksimalni dopustni tok izbrane prebojne (Zenerjeve) diode je 50 mA, diferencialna upornost r_Z v področju delovanja pa je 10Ω . Določite vrednost upornosti R in izračunajte, kako se spreminja izhodna napetost, če vhodna napetost variira med 10 in 15 V.

Podatki:

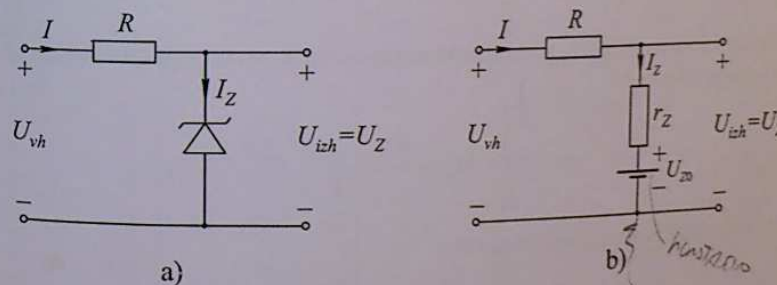
$$U_{Z0} = 5 \text{ V}$$

$$I_{Z\text{max}} = 50 \text{ mA}$$

$$r_Z = 10 \Omega$$

$$U_{vh} = 10 \div 15 \text{ V}$$

$$R = ?, \Delta U_{izh} = ?$$



Slika 3.34: Vezje napetostnega stabilizatorja s prebojno (Zenerjevo) diodo

Rešitev:

Prebojna dioda v območju preboja ne omejuje toka, zato mora omejitev toka zagotoviti upor R . Vrednost upornosti R moramo določiti tako, da pri maksimalni vhodni napetosti ne bomo prekoračili maksimalnega dopustnega toka Zenerjeve diode $I_{Z\text{max}}$. Iz vhodne zanke enačbe vezja 3.34 b):

$$U_{vh} = RI + r_Z I_Z + U_{Z0}$$

Ker na izhodu nimamo priključenega bremena, velja: $I_Z = I$ in dobimo:

$$U_{vh\max} = R I_{Z\max} + r_Z I_{Z\max} + U_{Z0},$$

od koder sledi:

$$R = \frac{U_{vh\max} - U_{Z0}}{I_{Z\max}} - r_Z = \frac{15\text{ V} - 5\text{ V}}{50\text{ mA}} - 10\ \Omega = \underline{190\ \Omega}.$$

Sprememba izhodne napetosti stabilizatorja zaradi spremembe vhodne napetosti je odvisna od diferencialne upornosti prebojne diode r_Z , ki je definirana kot:

$$r_Z = \left. \frac{dU_Z}{dI_Z} \right|_{I_Z} \approx \left. \frac{\Delta U_Z}{\Delta I_Z} \right|_{I_Z}.$$

Zapisani izraz nam lahko služi kot izhodišče pri izpeljavi enačbe za izračun spremembe izhodne napetosti:

$$\Delta U_{izh} = \Delta U_Z = r_Z \Delta I_Z. \quad (U_{Z0} - U_{Z0} = 0)$$

Sprememba toka $\Delta I = \Delta I_Z$ je pri konstantnem uporu R odvisna od spremembe vhodne in izhodne napetosti:

$$\Delta I = \Delta I_Z = \frac{\Delta U_{vh} - \Delta U_{izh}}{R} \quad (U_{Z0} - U_{Z0})$$

Sprememba izhodne napetosti je tako:

$$\Delta U_{izh} = \Delta U_Z = r_Z \Delta I_Z = r_Z \Delta I = r_Z \frac{\Delta U_{vh} - \Delta U_{izh}}{R}$$

in od tod sledi:

$$\Delta U_{izh} = \frac{r_Z}{R + r_Z} \Delta U_{vh}.$$

Iz enačbe je razvidno, da se variacije vhodne napetosti (ΔU_{vh}) prenesejo na izhod (ΔU_{izh}) preko napetostnega delilnika, sestavljenega iz upornosti R ter diferencialne upornosti prebojne diode r_Z .

Za dane podatke dobimo:

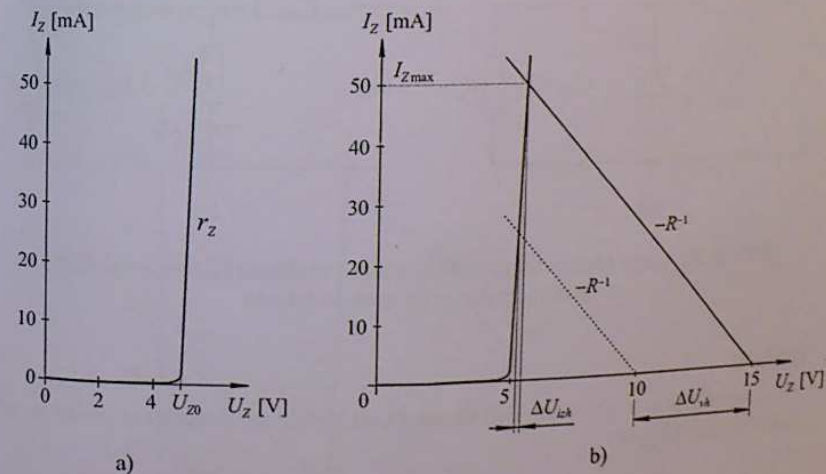
$$\Delta U_{izh} = \frac{r_Z}{R + r_Z} \Delta U_{vh} = \frac{10\ \Omega}{190\ \Omega + 10\ \Omega} \cdot 5\text{ V} = \underline{0.25\text{ V}},$$

relativna sprememba je torej:

$$\frac{\Delta U_{izh}}{U_{izh}} = \frac{0.25\text{ V}}{5\text{ V}} = 0.05 = \underline{5\%}.$$

Izračun ponazarja slika 3.35 z vrisano karakteristiko Zenerjeve diode in uporovno premico, ki je določena z analitičnim izrazom:

$$I = I_Z = \frac{U_{vh} - U_{izh}}{R} = \frac{U_{vh} - U_Z}{R} = -R^{-1} U_Z + R^{-1} U_{vh}.$$



Slika 3.35: Karakteristika Zenerjeve diode: a) z označenima parametroma U_{Z0} in r_Z , b) z vrisano uporovno premico pri mejnih vrednostih vhodne napetosti

Naloga 3.22

Najmanjši tok, pri katerem diferencialna upornost prebojne diode še ne preseže $r_Z = 10 \Omega$, je $I_{Zmin} = pI_{Zmax} = 5 \text{ mA}$ ($p = 0.1$). Koliko znaša najmanjša vrednost bremenske upornosti, ki jo lahko priključimo na izhod stabilizatorja, če vhodna napetost variira med 10 in 15 V?

Podatki:

$$U_{vh} = 10 + 15 \text{ V}$$

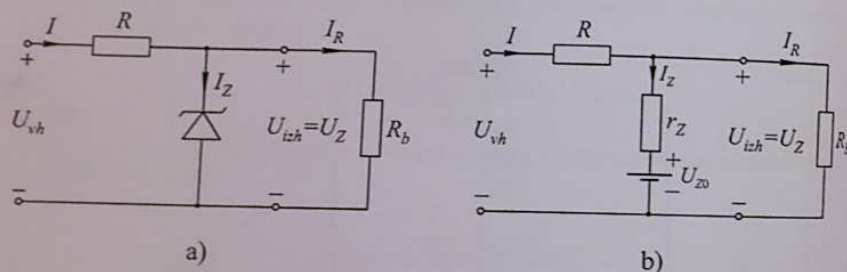
$$U_{Z0} = 5 \text{ V}$$

$$R = 190 \Omega$$

$$r_Z = 10 \Omega$$

$$I_{Zmin} = 5 \text{ mA}$$

$$R_b = ?$$



Slika 3.36: Vezje napetostnega stabilizatorja s prebojno (Zenerjevo) diodo s priključenim bremenom na izhodu

Rešitev:

Vhodni tok I se v tem primeru deli na tok skozi prebojno (Zenerjevo) diodo in tok skozi bremenski upor:

$$I = I_Z + I_R.$$

Bremenski upor moramo določiti tako, da tok skozi Zenerjevo diodo pri najmanjši predvideni vhodni napetosti ne bo manjši od predpisanega minimalnega toka I_{Zmin} . V znanči enačbi:

$$U_{vh} = R \cdot I + U_Z = R \cdot (I_R + I_Z) + r_Z \cdot I_Z + U_{Z0}$$

izrazimo tok skozi bremenski upor I_R s tokom skozi prebojno diodo I_Z :

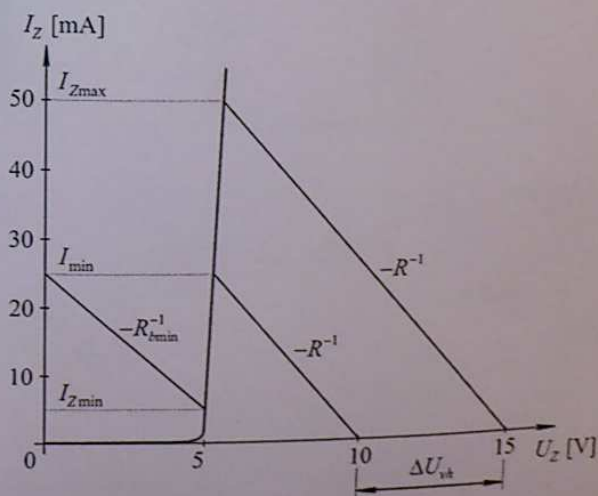
$$I_R = \frac{U_{izh}}{R_b} = \frac{U_{Z0} + r_Z I_Z}{R_b},$$

$$U_{vh} = R \cdot \left(\frac{U_{Z0} + r_Z I_Z}{R_b} + I_Z \right) + r_Z \cdot I_Z + U_{Z0} = \left(1 + \frac{R}{R_b} \right) \cdot U_{Z0} + \left(R + \frac{R \cdot r_Z}{R_b} + r_Z \right) \cdot I_Z.$$

Iz zapisane enačbe lahko izrazimo in izračunamo upornost R_b oz. R_{bmin} :

$$\begin{aligned} R_{bmin} &= R \cdot \frac{U_{Z0} + r_Z I_{Zmin}}{U_{vhmin} - U_{Z0} - (r_Z + R) \cdot I_{Zmin}} = \\ &= 190 \Omega \cdot \frac{5 \text{ V} + 10 \Omega \cdot 5 \text{ mA}}{10 \text{ V} - 5 \text{ V} - (10 \Omega + 190 \Omega) \cdot 5 \text{ mA}} = \underline{\underline{239,9 \Omega}}. \end{aligned}$$

Razmere lahko ponazorimo tudi grafično.



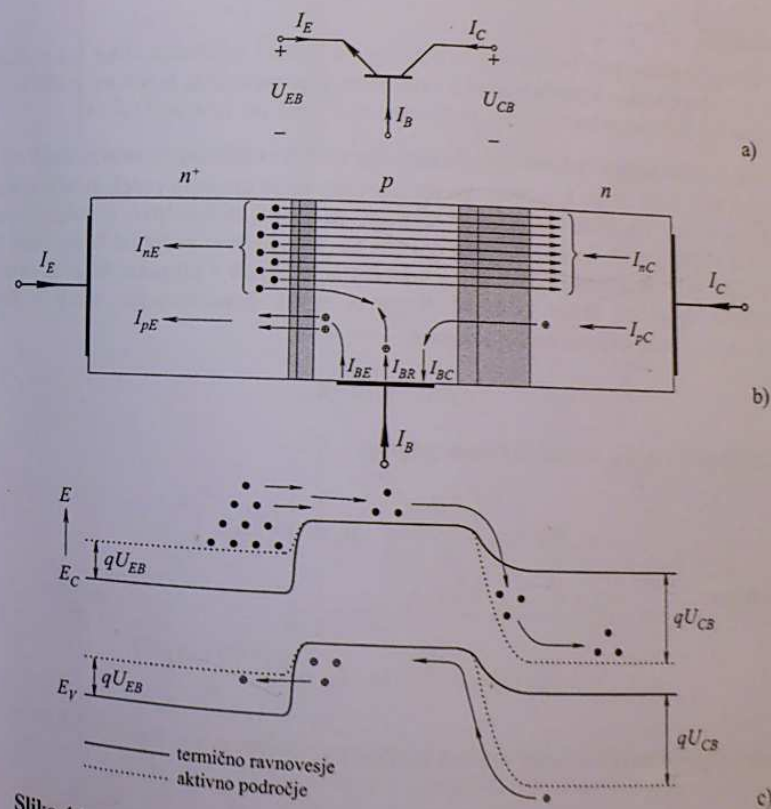
Slika 3.37: Tokovno-napetostna karakteristika napetostnega stabilizatorja s priključenim bremenskim uporom

Naloga 4.1

Shematično narišite prerez strukture *n*pn tranzistorja in prikažite pomembnejše komponente tokov v aktivnem območju delovanja. Dogajanja v tranzistorju pojasnite še z energijskimi nivoji.

Rešitev:

V aktivnem območju delovanja tranzistorja je emitorsko-bazni spoj prevodno ($-U_{EB} \gg U_T$), kolektorsko-bazni spoj pa zaporno ($-U_{CB} \ll -U_T$) polariziran. Če sledimo besedilu naloge, lahko narišemo naslednje slike:



Slika 4.1: Simbol *n*pn tranzistorja (a), shematični prerez strukture z označenimi komponentami tokov (b) in energijski nivoji v aktivnem območju delovanja (c)

4.1 Tokovno-napetostna karakteristika tranzistorja

Naloga 4.2

Shematično narišite prerez strukture *pnp* tranzistorja in prikažite pomembnejše komponente tokov v aktivnem območju delovanja. Zapišite odvisnosti označenih tokov od zunanjih napetosti. Pri tem predpostavite, da za bazo velja $W \ll L_{pB}$. Koncentracija primesi je v posameznih plasteh krajjevo konstantna.

Rešitev:

Prez strukture *pnp* tranzistorja z označenimi tokovi prikazuje slika 4.2.b. Slika 4.2.c pa prikazuje krajevne poteke koncentracij manjšinskih nosilcev v aktivnem območju delovanja tranzistorja. Te bomo potrebovali pri izračunu tokov.

Izračunajmo najprej tokovo komponento I_{pE} , tj. tok vrzeli, injiciranih iz emitorja v bazo. Ker velja $W \ll L_{pB}$, lahko predpostavimo, da je krajevni potek koncentracije vrzeli v bazi linearen. Pokazati je mogoče, da lahko zadovoljivo aproksimiramo potek s premico že, če je difuzijska dolžina L_{pB} le nekajkrat večja od širine baze W . Na sliki 4.2.c je črtkano vrisan potek koncentracije vrzeli v primeru, ko je L_{pB} samo dvakrat večja od širine baze W . Krajevni potek koncentracije vrzeli v bazi ($W \ll L_{pB}$) torej ustreza enačbi premice:

$$p_B(x) = C_1 x + C_2.$$

Konstanti C_1 in C_2 dobimo iz robnih pogojev:

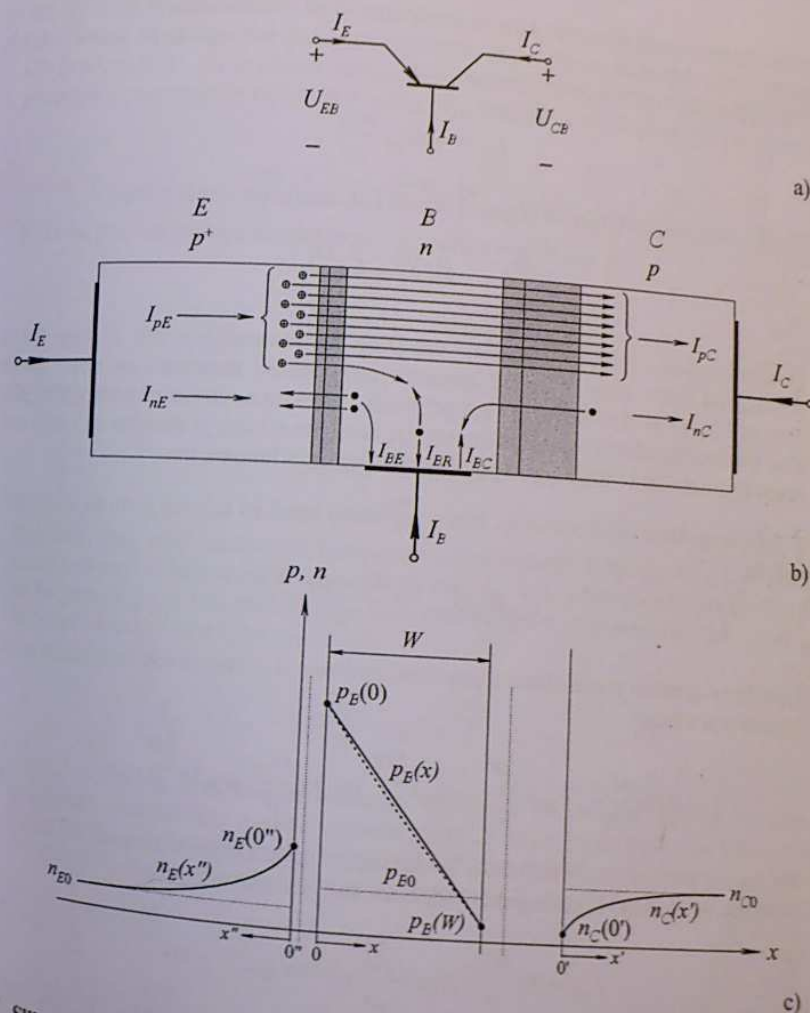
$$p_B(0) = p_{B0} e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} \quad \text{in} \quad p_B(W) = p_{B0} e^{\frac{U_{CB}}{U_T}}.$$

Dobimo:

$$C_2 = p_B(0) = p_{B0} e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} \quad \text{in} \quad C_1 = \frac{p_B(W) - p_B(0)}{W},$$

krajevni potek koncentracije vrzeli v bazi pa je:

$$p_B(x) = -\frac{p_B(0) - p_B(W)}{W} x + p_B(0) = p_B(0) \frac{W-x}{W} + p_B(W) \frac{x}{W}.$$



Slika 4.2: Simbol *pnp* tranzistorja (a), prerez strukture z vrisanimi komponentami tokov (b) in krajevni potek koncentracij manjšinskih nosilcev naboja v aktivnem območju delovanja (c)

V nevtralnem področju baze, kjer po predpostavki ni električnega polja ($E = 0$), se iz emitorja injicirani nosilci (pri *pnp* tranzistorju vrzeli) gibljejo samo zaradi difuzije in povzročajo tokovo gostoto:

$$j_{pE} = -qD_{pB} \frac{dp_B}{dx}.$$

Za njen izračun potrebujemo krajevni odvod koncentracije vrzeli v bazi:

$$\frac{dp_B}{dx} = -\frac{p_B(0) - p_B(W)}{W}.$$

Dobljeni odvod predstavlja strmino upadanja koncentracije vrzeli v bazi. Ta je odvisna od širine baze W in od zunanjih priključenih napetosti na obeh spojih (U_{EB} in U_{CB}) in je bistveno večja kot pri diodi s širokim nevtralnem področjem. Ker smo zanemarili rekombinacije in generacije nosilcev v bazi, je strmina in s tem tudi tokova gostota injiciranih vrzeli po celotni širini baze konstantna.

Z dobljenim krajevnim odvodom lahko zapišemo izraz za tokovo gostoto injiciranih vrzeli:

$$j_{pE} = qD_{pB} \frac{p_B(0) - p_B(W)}{W}.$$

Če tokovo gostoto pomnožimo s površino emitorja A , dobimo tok injiciranih vrzeli iz emitorja v bazo:

$$I_{pE} = Aq \frac{D_{pB}}{W} (p_{B0} e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - p_{B0} e^{\frac{U_{CB}}{U_T}}) = Aq \frac{D_{pB}}{W} p_{B0} (e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - e^{\frac{U_{CB}}{U_T}}).$$

Pri zapisu enačbe smo upoštevali še odvisnost od zunanjih napetosti. Če izrazu v oklepaju prištejemo in odštejemo 1, dobimo bolj znan zapis:

$$I_{pE} = Aq \frac{D_{pB}}{W} p_{B0} [(e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1) - (e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1)].$$

Dobljeni izraz predstavlja glavno in največjo komponento toka, ki teče skozi tranzistor v aktivnem območju delovanja. V tem območju je napetost $U_{EB} \gg U_T$ in $U_{CB} \ll -U_T$, zato lahko izraz poenostavimo v:

$$I_{pE} = Aq \frac{D_{pB}}{W} p_{B0} e^{\frac{U_{EB}}{U_T}}.$$

Druga komponenta emitorskega toka je tok injiciranih elektronov iz baze v emitor I_{nE} . Za njegov izračun potrebujemo krajevni potek koncentracije elektronov v emitorju. Ob predpostavki, da je emitor mnogo daljši od difuzijske dolžine elektronov L_{nE} , se presežek koncentracije elektronov v emitorju zmanjšuje po eksponentni zakonitosti:

$$n_E(x'') - n_{E0} = n_{E0} (e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1) e^{-\frac{x''}{L_{nE}}}.$$

Tokova gostota injiciranih elektronov iz baze v emitor j_{nE} je:

$$j_{nE}(0'') = qD_{nE} \left. \frac{dn_E}{dx''} \right|_{x''=0} = q \frac{D_{nE}}{L_{nE}} n_{E0} (e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1),$$

tok pa

$$I_{nE} = Aq \frac{D_{nE}}{L_{nE}} n_{E0} (e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1).$$

Podobno, kot smo izračunali komponenti emitorskega toka I_{pE} in I_{nE} , bi lahko izračunali tudi komponenti kolektorskega toka I_{pC} in I_{nC} . Ker pa smo predpostavili, da so generacije in rekombinacije v bazi zanemarljive, je kolektorski tok vrzeli I_{pC} kar enak emitorskemu toku vrzeli I_{pE} :

$$I_{pC} = I_{pE} = Aq \frac{D_{pB}}{W} p_{B0} [(e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1) - (e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1)].$$

Tok I_{nC} povzroča v aktivnem območju delovanja tranzistorja difuzija termično generiranih manjšinskih nosilcev (elektronov) iz nevtralnega področja kolektorja. Ker je debelina kolektorja mnogo večja od difuzijske dolžine elektronov L_{nC} , lahko po analogiji z izpeljavo emitorskega toka I_{nE} za tok I_{nC} zapišemo:

$$I_{nC} = -Aq \frac{D_{nC}}{L_{nC}} n_{C0} (e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1).$$

Ker smo zanemarili generacije in rekombinacije nosilcev v bazi, lahko ugotovimo, da smo izračunali vse komponente tokov tranzistorja, saj sta ob zanemaritvi generacij in rekombinacij v prehodnih področjih emitorskega in kolektorskega spoja bazna toka I_{BE} in I_{BC} enaka:

$$I_{BE} = I_{nE} \quad \text{in} \quad I_{BC} = I_{nC}.$$

Pred emitorski tok I_{nE} smo morali dodati negativni predznak zaradi nasprotno usmerjenih koordinatnih osi pri računanju tokov v bazi in emitorju (slika 4.2.c).

Zapišimo izraze za tokove zunanjih spink tranzistorja. Emitorski tok I_E je vsota:

$$I_E = I_{pE} + I_{nE} = Aq \left(\frac{D_{nE} n_{E0}}{L_{nE}} + \frac{D_{pB} p_{B0}}{W} \right) (e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1) - Aq \frac{D_{pB}}{W} p_{B0} (e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1).$$

Kolektorski tok I_C je vsota:

$$I_C = -(I_{pC} + I_{nC}) = -Aq \frac{D_{pB}}{W} p_{B0} (e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1) + Aq \left(\frac{D_{nC} n_{C0}}{L_{nC}} + \frac{D_{pB} p_{B0}}{W} \right) (e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1).$$

Enačbi za emitorski in kolektorski tok običajno zapišemo v krajši obliki:

$$I_E = I_{11} (e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1) + I_{12} (e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1) \quad \text{in} \quad I_C = I_{21} (e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1) + I_{22} (e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1),$$

pri čemer snovno-geometrijske konstante I_{11} , I_{12} , I_{21} in I_{22} imenujemo tokovi nasičenja tranzistorja.

Bazni tok I_B je vsota tokov I_{BE} in I_{BC} , lahko pa ga izračunamo tudi s Kirchhoffovim tokovnim zakonom, po katerem velja:

$$I_B + I_C + I_E = 0.$$

Bazni tok je torej:

$$I_B = -I_C - I_E = -Aq \frac{D_{nE}}{L_{nE}} n_{E0} (e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1) - Aq \frac{D_{nC}}{L_{nC}} n_{C0} (e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1).$$

Zapisane enačbe tokov tranzistorja imenujemo **enačbe idealnega tranzistorja**. V praksi pogosto naletimo na tranzistorje, katerih baza je ožja od enega μm ($W \ll 1 \mu\text{m}$), difuzijska dolžina manjšinskih nosilcev v bazi pa je med 20 in 35 μm . V takšnih tranzistorjih so rekombinacije v bazi resnično zanemarljive in so zapisane enačbe dovolj natančne. Enačbe idealnega tranzistorja ne vsebujejo hiperboličnih funkcij, ki so značilne za splošnejšo obravnavo tranzistorja. Tako so izrazi za tokove tranzistorja bistveno bolj enostavni in razumljivi ter lažje primerljivi z izrazi za tokove diod. Tudi odvisnosti ojačevalnih in drugih lastnosti tranzistorjev od snovnih parametrov lahko v tem primeru izrazimo s preprostimi in dovolj natančnimi izrazi.

Naloga 4.3

Izračunajte komponento rekombinacijskega baznega toka I_{BR} realnega bipolarnega *pnp* tranzistorja, ki deluje v aktivnem območju. Izračunani tok primerjajte s tokom injiciranih vrzeli I_{pE} .

Podatki:

$$N_{DB} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

$$W = 1 \mu\text{m}$$

$$\tau_{pB} = 1 \mu\text{s}$$

$$\mu_{pB} = 437 \text{ cm}^2 (\text{Vs})^{-1}$$

$$A = 10^{-4} \text{ cm}^2$$

$$U_{EB} = 0.7 \text{ V}$$

$$U_{CB} = -5 \text{ V}$$

$$I_{BR} = ?$$

Rešitev:

Enačbe idealnega tranzistorja povsem zadovoljivo opisujejo lastnosti tranzistorja v normalnih pogojih delovanja. Odstopanja pa se npr. pojavijo pri zelo majhnih ali zelo velikih tokovih in napetostih. Prvi razlog za odstopanja so prav rekombinacije v nevtralnem področju baze, ki smo jih pri idealnem tranzistorju zanemarili. Če gre za manjša odstopanja, lahko krajevni potek koncentracije manjšinskih nosilcev v bazi še vedno aproksimiramo s premico. Tokovo komponento I_{BR} , ki se pojavi zaradi rekombinacij injiciranih vrzeli v bazi, pa lahko izračunamo s kontinuitetno enačbo:

$$\frac{\partial p_B}{\partial t} = -\frac{p_B(x) - p_{B0}}{\tau_{pB}} - \frac{1}{q} \frac{\partial j_{pBR}}{\partial x} = 0.$$

Časovna sprememba je enaka nič, ker obravnavamo stacionarne razmere. Do rešitve pridemo z integriranjem zapisane enačbe:

$$\int_{j_{pBR}(0)}^{j_{pBR}(W)} dj_{pBR} = -q \int_0^W \frac{p_B(x) - p_{B0}}{\tau_{pB}} dx = -\frac{q}{\tau_{pB}} \int_0^W (p_B(x) - p_{B0}) dx.$$

Izračunajmo najprej integral presežka vrzeli $p_B(x) - p_{B0}$ v bazi:

$$\int_0^W (p_B(x) - p_{B0}) dx = \int_0^W \left[-\frac{p_B(0) - p_B(W)}{W} x + p_B(0) - p_{B0} \right] dx$$

$$= \left[-\frac{p_B(0) - p_B(W)}{W} \frac{x^2}{2} + p_B(0)x - p_{B0}x \right]_0^W$$

$$= p_B(0) \frac{W}{2} + p_B(W) \frac{W}{2} - p_{B0}W.$$

Z upoštevanjem izračunanega integrala dobimo za tokovo gostoto zaradi rekombiniranih vrzeli v nevtralnem področju baze naslednji izraz:

$$j_{pBR}(W) - j_{pBR}(0) = -j_{pBR} = -q \frac{W}{2\tau_{pB}} p_{B0} \left[\left(e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1 \right) + \left(e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1 \right) \right].$$

Zapisani izraz je sestavljen iz dveh prispevkov in velja splošno za vsa območja delovanja. Če upoštevamo zvezi:

$$\tau_{pB} = \frac{L_{pB}^2}{D_{pB}} \quad \text{in} \quad p_{B0} = \frac{n_i^2}{N_{DB}},$$

lahko tok I_{pBR} zapišemo v oblikah:

$$I_{pBR} = A j_{pBR} = Aq \frac{W}{2\tau_{pB}} p_{B0} \left[\left(e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1 \right) + \left(e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1 \right) \right]$$

$$= Aq \frac{WD_{pB}}{2L_{pB}^2} p_{B0} \left[\left(e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1 \right) + \left(e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1 \right) \right]$$

$$= Aq \frac{WD_{pB}}{2L_{pB}^2} \frac{n_i^2}{N_{DB}} \left[\left(e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1 \right) + \left(e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1 \right) \right].$$

aktivnem območju delovanja tranzistorja pa velja:

$$I_{pBR} \cong Aq \frac{W}{2\tau_{pB}} p_{B0} e^{\frac{U_{EB}}{U_T}}.$$

Glede na dane podatke zapišimo enačbo v obliki:

$$I_{pBR} = Aq \frac{W}{2\tau_{pB}} \frac{n_i^2}{N_{DB}} e^{\frac{U_{EB}}{U_T}}$$

in izračunajmo komponento toka rekombiniranih vrzeli v bazi:

$$I_{pBR} \cong Aq \frac{W}{2\tau_{pB}} \frac{n_i^2}{N_{DB}} e^{\frac{U_{EB}}{U_T}}$$

$$= 10^{-4} \text{ cm}^2 \cdot 1.6 \times 10^{-19} \text{ As} \cdot \frac{10^{-4} \text{ cm}}{2 \cdot 10^{-6} \text{ s}} \cdot \frac{10^{20} \text{ cm}^{-6}}{10^{16} \text{ cm}^{-3}} \cdot e^{\frac{0.7 \text{ V}}{0.02566 \text{ V}}} = \underline{\underline{5.6 \mu\text{A}}}.$$

Za primerjavo izračunajmo še tok injiciranih vrzeli I_{pE} :

$$I_{pE} = Aq \frac{D_{pB}}{W} \frac{n_i^2}{N_{DB}} e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} = Aq \frac{U_T \mu_{pB}}{W} \frac{n_i^2}{N_{DB}} e^{\frac{U_{EB}}{U_T}}$$

$$= 10^{-4} \text{ cm} \cdot 1.6 \times 10^{-19} \text{ As} \cdot \frac{0.02566 \text{ V} \cdot 437 \text{ cm}^2 (\text{Vs})^{-1}}{10^{-4} \text{ cm}} \cdot \frac{10^{20} \text{ cm}^{-6}}{10^{16} \text{ cm}^{-3}} \cdot e^{\frac{0.7 \text{ V}}{0.02566 \text{ V}}}$$

$$= \underline{\underline{12.6 \text{ mA}}}.$$

Razmerje med obema komponentama tokov:

$$\frac{I_{pE}}{I_{pBR}} = \frac{12.6 \text{ mA}}{5.6 \mu\text{A}} = 2255$$

zgovorno dokazuje, da je rekombinacijska komponenta toka dejansko zanemarljiva v primerjavi s tokom injiciranih nosilcev. Za dani primer izračunajmo še razmerje med difuzijsko dolžino manjšinskih nosilcev L_{pB} v bazi in širino baze W :

$$\frac{L_{pB}}{W} = \frac{\sqrt{D_{pB} \tau_{pB}}}{W} = \frac{\sqrt{U_T \mu_{pB} \tau_{pB}}}{W} = \frac{\sqrt{0.02566 \text{ V} \cdot 437 \text{ cm}^2 (\text{Vs})^{-1} \cdot 10^{-6} \text{ s}}}{10^{-4} \text{ cm}} = \underline{\underline{33.5}}.$$

Rezultat kaže, da smo obravnavali povsem tipičen tranzistor.

Naloga 4.4

V aktivnem območju delovanja tranzistorja se v bazi rekombinira 0.5% injiciranih vrzeli. Ocenite, kolikokrat je difuzijska dolžina manjšinskih nosilcev v bazi večja od širine baze ($L_{pB}/W = ?$).

Rešitev:

Iz besedila naloge lahko sklepamo, da gre za *pnp* tranzistor. V aktivnem območju delovanja tranzistorja velja za tok injiciranih vrzeli naslednji izraz:

$$I_{pE} \equiv Aq \frac{D_{pB}}{W} \frac{n_i^2}{N_{DB}} e^{\frac{U_{EB}}{U_T}}$$

V nevtralnem področju baze se del injiciranih vrzeli med potovanjem od emitorskega h kolektorskemu spoju rekombinira. Elektroni, ki nadomeščajo rekombinirane elektrone, pritekajo v bazo skozi bazni priključek in povzročajo tok I_{nBR} , ki je enak toku rekombiniranih vrzeli I_{pBR} :

$$I_{nBR} = I_{pBR} = I_{BR} \equiv Aq \frac{WD_{pB}}{2L_{pB}^2} \frac{n_i^2}{N_{DB}} e^{\frac{U_{EB}}{U_T}}$$

Iz besedila naloge lahko razberemo, da je v danem primeru razmerje med rekombinacijskim tokom I_{BR} in injeksijskim tokom vrzeli I_{pE} :

$$\frac{I_{BR}}{I_{pE}} = 0.5\% = 0.005.$$

Če gornji kvocient tokov izrazimo z znanima enačbama, dobimo zvezo:

$$\frac{I_{BR}}{I_{pE}} = \frac{W^2}{2L_{pB}^2},$$

iz katere lahko izračunamo iskano razmerje:

$$\frac{L_{pB}}{W} = \sqrt{\frac{I_{pE}}{2I_{BR}}} = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot 0.005}} = 10.$$

Naloga 4.5

npn tranzistor ima kratko spojen kolektorsko-bazni spoj. Zapišite odvisnost $I(U)$ tako dobljene diode in jo primerjajte z odvisnostjo $I(U)$ standardne diode. Upoštevajte, da je dopiranje močno nesimetrično in da je baza tanka ($W \ll L_n$).

Podatki:

$$N_{DE} = N_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$$

$$N_{AB} = N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

$$W = 1 \text{ } \mu\text{m}$$

$$\tau_n = 3.12 \text{ } \mu\text{s}$$

$$\mu_n = 1248 \text{ cm}^2(\text{Vs})^{-1}$$

$$A = 2 \times 10^{-3} \text{ cm}^2$$

$$I(U) = ?$$

Rešitev:

Odvisnost emitorskega toka od napetosti na emitorskem in kolektorskem spoju podaja enačba:

$$-I_E = I_{11} \left(e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1 \right) + I_{12} \left(e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1 \right).$$

Pri $U_{CB} = 0$ je drugi člen desne strani enačbe enak nič, tako da dobimo:

$$-I_E = I_{11} \left(e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1 \right),$$

ob upoštevanju oznak na sliki 4.3 pa lahko zapišemo:

$$I = I_{11} \left(e^{\frac{U}{U_T}} - 1 \right).$$

Obravnani element ima res diodno karakteristiko s tokom nasičenja:

$$I_{ST} = I_{11} = Aq n_i^2 \left(\frac{D_{nB}}{WN_{AB}} + \frac{D_{pE}}{L_{pE}N_{DE}} \right).$$

Ker je emitor tranzistorja mnogo močneje dopiran kot baza ($N_{DE} \gg N_{AB}$), lahko v enačbi za tok nasičenja tranzistorja $I_{ST} = I_{11}$ drugi člen zanemarimo, za tok nasičenja emitorskega spoja tranzistorja pa lahko zapišemo naslednji izraz:

$$I_{ST} = Aqn_i^2 \frac{D_{nB}}{WN_{AB}}$$

Poiščimo še številsko vrednost tega toka in pri izračunu upoštevajmo zvezo $D_n = U_T \mu_n$:

$$I_S = 2 \times 10^{-3} \text{ cm}^2 \cdot 1.6 \times 10^{-19} \text{ As} \cdot 10^{20} \text{ cm}^{-6} \cdot \frac{25.66 \text{ mV} \cdot 1248 \text{ cm}^2 (\text{Vs})^{-1}}{10^{-4} \text{ cm} \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}} \cong 1 \text{ pA}$$

Oglejmo si sedaj še standardno diodo. Tokovno-napetostno karakteristiko opisuje zveza:

$$I_D = I_{SD} (e^{\frac{U_D}{U_T}} - 1),$$

pri čemer je tok nasičenja dan z enačbo:

$$I_{SD} = Aqn_i^2 \left(\frac{D_n}{L_n N_A} + \frac{D_p}{L_p N_D} \right).$$

Ker je spoj nesimetričen ($N_D \gg N_A$), velja dovolj natančno poenostavljen izraz:

$$I_{SD} \cong Aqn_i^2 \frac{D_n}{L_n N_A}$$

Delimo toka nasičenja tranzistorja in standardne diode med seboj:

$$\frac{I_{SD}}{I_{ST}} = \frac{W}{L_n}$$

in izrazimo tok nasičenja standardne diode s tokom nasičenja tranzistorja:

$$I_{SD} = I_{ST} \frac{W}{L_n}$$

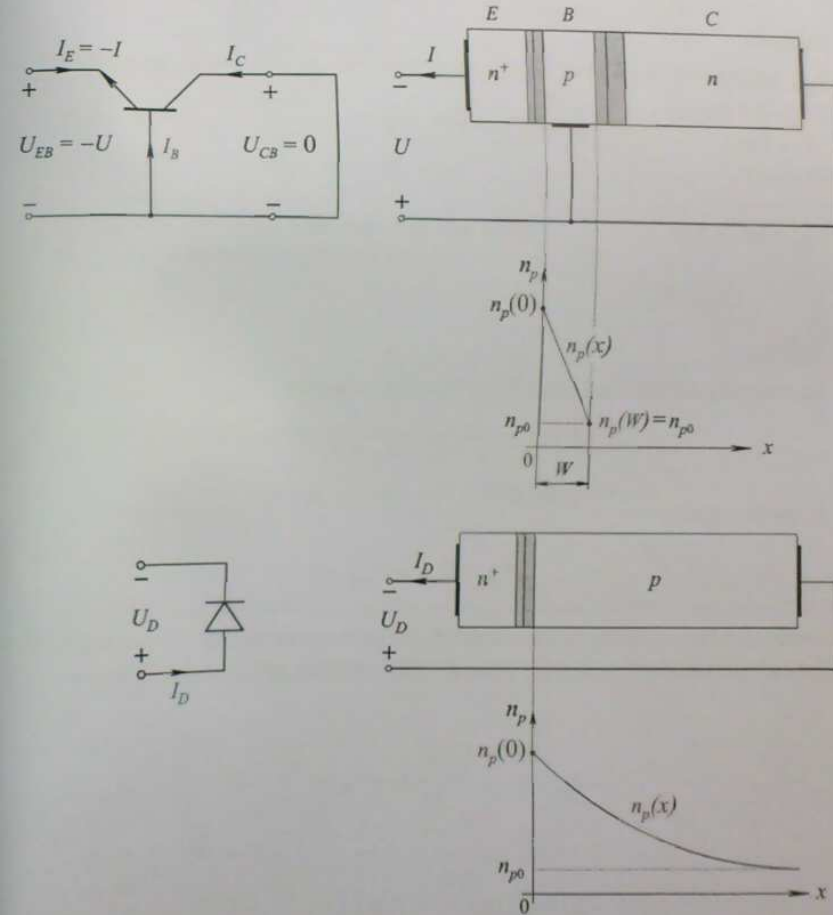
Iz znanih podatkov izračunajmo najprej difuzijsko dolžino L_n :

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = \sqrt{U_T \mu_n \tau_n} = \sqrt{25.66 \text{ mV} \cdot 1248 \text{ cm}^2 (\text{Vs})^{-1} \cdot 3.12 \text{ } \mu\text{s}} \cong 100 \text{ } \mu\text{m},$$

nato pa še tok nasičenja standardne diode:

$$I_{SD} = I_{ST} \frac{W}{L_n} \cong 1 \text{ pA} \frac{1 \text{ } \mu\text{m}}{100 \text{ } \mu\text{m}} = 10^{-2} \text{ pA}$$

Poudariti velja, da je tok nasičenja tranzistorja večji od toka nasičenja diode sorazmerno s kvocientom difuzijske dolžine L_n in širine baze W . V obeh elementih tok skozi strukturo določajo manjšinski nosilci naboja v šibkeje dopirani strani. Tok je čisto difuzijski in je odvisen od strmine upadanja manjšinskih nosilcev; ta pa je v bazi tranzistorja bistveno večja kot pri diodi s širokimi nevtralnimi področjem. V danem primeru je pri isti napetosti tok skozi emitorski spoj strokrat večji kot tok skozi standardno diodo. Razmere v strukturah ponazarja slika 4.3.



Slika 4.3: Primerjava tranzistorja kot diode s standardno diodo

4.2 Delovna točka in nadomestna vezja tranzistorja

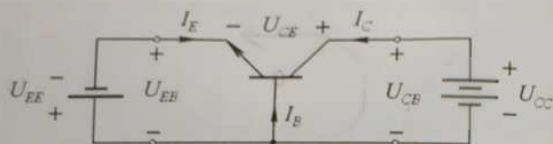
Naloga 4.6

Izračunajte napetosti in tokove *npn* tranzistorja v delovni točki, če poznamo toka nasičenja I_{11} in I_{21} , emitorski tok I_E in napetost U_{CB} .

Podatki:

$$\begin{aligned} I_{11} &= 0.35 \text{ pA} \\ I_{21} &= -0.3465 \text{ pA} \\ -I_E &= 5 \text{ mA} \\ U_{CB} &= 5 \text{ V} \end{aligned}$$

$$U_{EB}, U_{CE}, I_C, I_B = ?$$



Slika 4.4: *npn* tranzistor, kateremu z zunanjsima viroma nastavimo delovno točko.

Rešitev:

Za tranzistor na sliki lahko zapišemo vozliščno enačbo:

$$I_B + I_C + I_E = 0$$

in zanjeno enačbo:

$$U_{EB} - U_{CB} + U_{CE} = 0.$$

Glede na znane podatke bomo za enačbi, ki povezujeta zunanja tokova in napetosti z notranjimi lastnostmi tranzistorja, uporabili osnovni enačbi tranzistorja:

$$-I_E = I_{11} \left(e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1 \right) + I_{12} \left(e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1 \right),$$

$$-I_C = I_{21} \left(e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1 \right) + I_{22} \left(e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1 \right).$$

Tako imamo za štiri neodvisne spremenljivke štiri neodvisne enačbe in lahko začnemo računati neznane veličine. Iz znanih podatkov lahko sklepamo, da deluje tranzistor v aktivnem območju ($-I_E \gg I_{11}$ in $-U_{CB} \ll -U_T$), zato lahko v enačbah za emitorski in kolektorski tok drugi člen zanemarimo. Iz tako poenostavljene enačbe za emitorski tok lahko izračunamo napetost na emitorskem spoju:

$$-U_{EB} \cong U_T \ln \frac{-I_E}{I_{11}} = 25.66 \text{ mV} \cdot \ln \frac{5 \times 10^{-3} \text{ A}}{0.35 \times 10^{-12} \text{ A}} = \underline{\underline{0.6 \text{ V}}}.$$

Tako poznamo dve napetosti, tretjo pa lahko izračunamo iz zanjene enačbe:

$$U_{CE} = U_{CB} - U_{EB} \cong 5 \text{ V} + 0.6 \text{ V} = \underline{\underline{5.6 \text{ V}}}.$$

Kolektorski tok je:

$$-I_C \cong I_{21} e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} = -0.3465 \times 10^{-12} \text{ A} e^{\frac{0.6 \text{ V}}{25.66 \text{ mV}}} = \underline{\underline{-4.95 \text{ mA}}}$$

oz.
$$\underline{\underline{I_C = 4.95 \text{ mA}}}.$$

Iz vozliščne enačbe tranzistorja pa dobimo še bazni tok:

$$I_B = -I_E - I_C \cong 5 \text{ mA} - 4.95 \text{ mA} = \underline{\underline{50 \mu\text{A}}}.$$

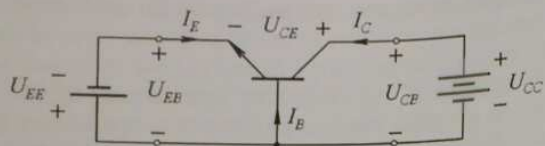
Naloga 4.7

Izračunajte napetosti in toke *npn* tranzistorja v aktivnem območju delovanja.

Podatki:

$$\begin{aligned} \alpha_F &= 0.99 \\ \alpha_R &= 0.8 \\ I_{ES} &= 1 \text{ pA} \\ -I_E &= 1 \text{ mA} \\ U_{CB} &= 5 \text{ V} \end{aligned}$$

$$U_{EB}, U_{CE}, I_C, I_B = ?$$



Slika 4.5: npn tranzistor v orientaciji s skupno bazo.

Rešitev:

Dani podatki nam narekujejo, da pri opisu tranzistorja uporabimo enačbe prvega Ebers-Mollovega modela:

$$-I_E = I_F - \alpha_R I_R \quad I_F = I_{ES} \left(e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1 \right)$$

$$-I_C = -\alpha_F I_F + I_R \quad I_R = I_{CS} \left(e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1 \right)$$

$$I_{ES} \alpha_F = I_{CS} \alpha_R.$$

S pomočjo zveze $I_{ES} \alpha_F = I_{CS} \alpha_R$ lahko izračunamo tok nasičenja I_{CS} :

$$I_{CS} = I_{ES} \frac{\alpha_F}{\alpha_R} = 1 \text{ pA} \frac{0.99}{0.8} \cong 1.2 \text{ pA}.$$

Z znanim tokom I_{CS} pridemo do toka modela I_R :

$$I_R \cong 1.2 \text{ pA} \cdot \left(e^{\frac{5 \text{ V}}{25.66 \text{ mV}}} - 1 \right) = -1.2 \text{ pA}.$$

Pri izračunu toka I_F upoštevajmo, da je $|I_E| \gg |I_R|$:

$$I_F = -I_E + \alpha_R I_R \cong -I_E = 1 \text{ mA}.$$

Sedaj lahko izračunamo kolektorski tok:

$$-I_C = -\alpha_F I_F + I_R \cong -\alpha_F I_F = -0.99 \cdot 1 \text{ mA} = \underline{\underline{-0.99 \text{ mA}}},$$

iz vozliščne enačbe $I_B + I_C + I_E = 0$ pa še bazni tok:

$$I_B = -I_E - I_C = 1 \text{ mA} - 0.99 \text{ mA} = \underline{\underline{10 \mu\text{A}}}.$$

Izračunati moramo še napetosti U_{EB} in U_{CE} . Napetost U_{EB} lahko izračunamo iz enačbe za tok I_F :

$$-U_{EB} = U_T \ln\left(\frac{I_F}{I_{ES}} + 1\right) = 25.66 \text{ mV} \cdot \ln\left(\frac{10^{-3} \text{ A}}{10^{-12} \text{ A}} + 1\right) = \underline{\underline{532 \text{ mV}}},$$

napetost U_{CE} pa iz zanke enačbe $U_{EB} - U_{CB} + U_{CE} = 0$:

$$U_{CE} = U_{CB} - U_{EB} = 5 \text{ V} + 0.532 \text{ V} = \underline{\underline{5.532 \text{ V}}}.$$

Naloga 4.8

Izračunajte, pri kateri upornosti bremena se delovna točka npn tranzistorja orientaciji s skupno bazo nahaja na meji med aktivnim območjem in območjem nasičenja.

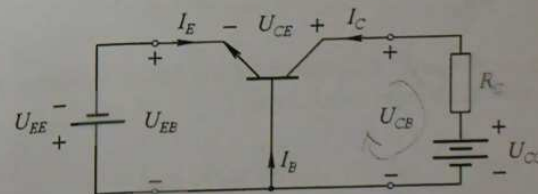
Podatki:

$$-I_E = 4 \text{ mA}$$

$$U_{CC} = 5 \text{ V}$$

$$\alpha_F = 0.99$$

$$R_C = ?$$

Slika 4.6: Tranzistor z uporom R_C v kolektorski veji.

Rešitev:

Pri prehodu iz aktivnega območja v območje nasičenja se polarizacija kolektorsko-baznega spoja spremeni iz zaporne v prevodno, zato mora na meji med območjema veljati $U_{CB} = 0$ V.

Pogosteje kot prvi Ebers-Mollov model uporabljamo pri opisu tranzistorjev drugega, pri katerem so tokovi krmiljenih generatorjev odvisni od tokov skozi zunanje sponke. Enačbe drugega Ebers-Mollovega modela izpeljemo iz enačb prvega modela:

$$-I_E = I_F - \alpha_R I_R \quad I_F = I_{ES} \left(e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1 \right)$$

$$-I_C = -\alpha_F I_F + I_R \quad I_R = I_{CS} \left(e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1 \right)$$

$$I_{ES} \alpha_F = I_{CS} \alpha_R$$

Tok I_R iz enačbe za kolektorski tok ($I_R = -I_C + \alpha_F I_F$) vstavimo v enačbo za emitorski tok:

$$\begin{aligned} -I_E &= I_F - \alpha_R (-I_C + \alpha_F I_F) = (1 - \alpha_F \alpha_R) I_F + \alpha_R I_C \\ &= (1 - \alpha_F \alpha_R) I_{ES} \left(e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1 \right) + \alpha_R I_C. \end{aligned}$$

Tok I_F iz enačbe za emitorski tok ($I_F = -I_E + \alpha_R I_R$) vstavimo v enačbo za kolektorski tok:

$$\begin{aligned} -I_C &= -\alpha_F (-I_E + \alpha_R I_R) + I_R = \alpha_F I_E + (1 - \alpha_F \alpha_R) I_R \\ &= \alpha_F I_E + (1 - \alpha_F \alpha_R) I_{CS} \left(e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1 \right). \end{aligned}$$

obljena izraza za emitorski in kolektorski tok lahko zapišemo v krajši obliki rugi Ebers-Mollov model *npn* tranzistorja):

$$-I_E = I_{E0} \left(e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1 \right) + \alpha_R I_C$$

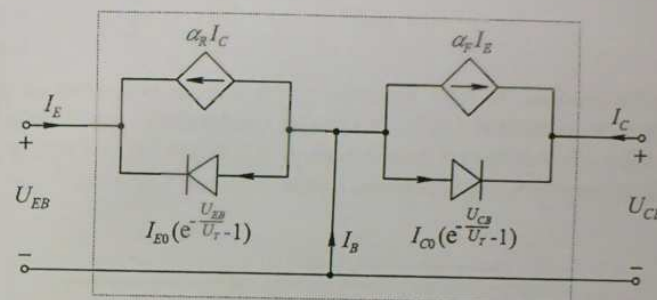
$$-I_C = \alpha_F I_E + I_{C0} \left(e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1 \right),$$

pri čemer sta

$$I_{E0} = I_{ES} (1 - \alpha_F \alpha_R) \quad \text{emitorski tok nasičenja pri toku } I_C = 0 \text{ in}$$

$$I_{C0} = I_{CS} (1 - \alpha_F \alpha_R) \quad \text{kolektorski tok nasičenja pri toku } I_E = 0.$$

Z zapisanima enačbama za emitorski ($-I_E$) in kolektorski ($-I_C$) tok lahko tranzistor nadomestimo z nelinearnim vezjem, ki ga sestavljajo dve diodi in dva tokovno krmiljena tokovna vira.



Slika 4.7: Nadomestno vezje *npn* tranzistorja, ki izhaja iz enačb drugega Ebers-Mollovega modela.

Za rešitev dane naloge potrebujemo le izraz za kolektorski tok, v katerem ostane pri $U_{CB} = 0$ le prvi člen desne strani, in dobimo:

$$-I_C = \alpha_F I_E.$$

Povezavo med napetostjo in tokom upora R_C ter spremenljivkami tranzistorja bomo dobili iz znančne enačbe izhodnega tokokroga:

$$U_{CC} - U_{CB} - I_C R_C = 0.$$

Pri $U_{CB} = 0$ dobimo:

$$R_C = \frac{U_{CC} - U_{CB}}{I_C} \Big|_{U_{CB}=0} = \frac{U_{CC}}{I_C},$$

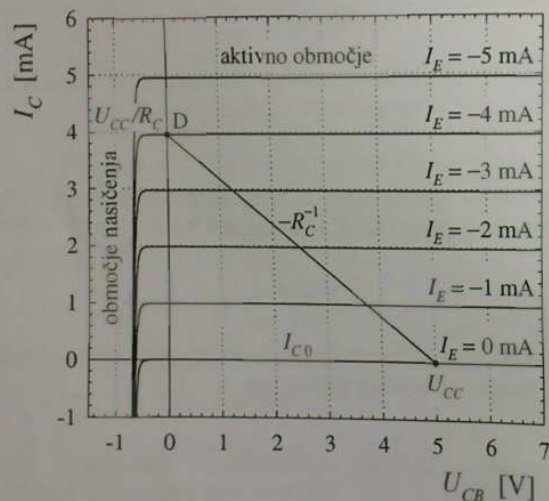
rešitev naloge pa je:

$$R_C = \frac{U_{CC}}{I_C} = \frac{U_{CC}}{-\alpha_F I_E} = \frac{5 \text{ V}}{-0.99 \cdot (-4 \text{ mA})} = \underline{1.26 \text{ k}\Omega}.$$

Če poznamo izhodno karakteristiko tranzistorja, lahko rešimo nalogo tudi grafično. Do grafične rešitve pridemo, če v graf z izhodnimi karakteristikami tranzistorja vrišemo odvisnost $I_C(U_{CB})$ na izhod tranzistorja priključenega dela vezja. Rešitev je tista skupna točka, ki ustreza danim pogojem delovanja. V obravnavanem primeru je odvisnost $I_C(U_{CB})$, ki jo dobimo iz znančne enačbe izhodnega tokokroga, takšna:

$$I_C(U_{CB}) = \frac{U_{CC} - U_{CB}}{R_C}.$$

To je enačba premice, ki seka abscisno os pri U_{CC} in ordinatno os pri U_{CC}/R_C . Vrisano linearno odvisnost $I_C(U_{CB})$ v izhodni karakteristiki tranzistorja $I_C(U_{CB}, I_E)$ prikazuje slika 4.8. Rešitev pri danem pogoju $U_{CB} = 0$ in $-I_E = 4 \text{ mA}$ je označena s točko D, ki jo imenujemo tudi **delovna točka**.



Slika 4.8: Izhodna karakteristika $I_C(U_{CB}, I_E)$ npn tranzistorja v orientaciji s skupno bazo z vrisano **uporovno premico** in označeno **delovno točko D**, ki je v danem primeru na meji med aktivnim območjem in območjem nasičenja.

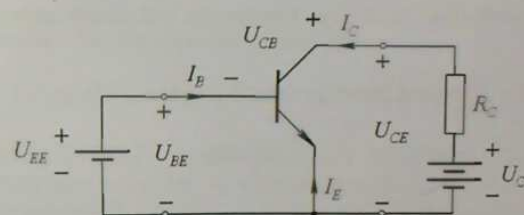
Naloga 4.9

Izračunajte tokove in napetosti npn tranzistorja v orientaciji s skupnim emitorjem v aktivnem območju, da bo na bremenskem uporu R_C padec napetosti 10 V.

Podatki:

$$\begin{aligned} R_C &= 1 \text{ M}\Omega \\ U_{R_C} &= 10 \text{ V} \\ U_{CC} &= 20 \text{ V} \\ I_{ES} &= 10 \text{ nA} \\ \alpha_R &= 0.5 \\ \beta_F &= 100 \end{aligned}$$

$$I_C, I_B, I_E, U_{BE}, U_{CE}, U_{CB} = ?$$



Slika 4.9: npn tranzistor v orientaciji s skupnim emitorjem z bremenskim uporom v kolektorski veji

Rešitev:

Začetni podatki omogočajo izračun kolektorskega toka I_C . Iz $U_{R_C} = R_C I_C$ dobimo:

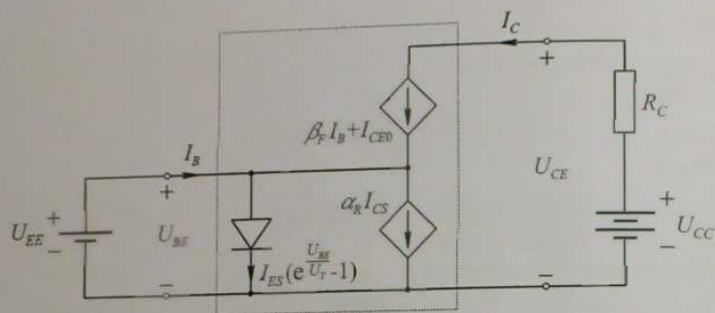
$$I_C = \frac{U_{R_C}}{R_C} = \frac{10 \text{ V}}{10^6 \text{ VA}^{-1}} = \underline{10 \mu\text{A}}.$$

Pri izračunu vhodnega, tj. baznega toka I_B , izhajajmo iz enačbe za kolektorski tok drugega Ebers-Mollovega modela tranzistorja v orientaciji s skupnim emitorjem:

$$-I_C = -\beta_F I_B + I_{CE0} \left(e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1 \right).$$

Ker tranzistor deluje v aktivnem območju, lahko člen $e^{\frac{U_{CB}}{U_T}}$ zanemarimo in dobimo:

$$I_C = \beta_F I_B + I_{CE0}$$



Slika 4.10: Poenostavljeni model npn tranzistorja v aktivnem območju delovanja

Izraz za bazni tok v aktivnem območju delovanja tranzistorja je:

$$I_B = \frac{I_C - I_{CE0}}{\beta_F}$$

Tok I_{CE0} je kolektorski tok nasičenja pri odprti bazni sponki in ga lahko izrazimo z drugimi parametri tranzistorja:

$$I_{CE0} = \frac{I_{C0}}{1 - \alpha_F} = \frac{I_{CS}(1 - \alpha_F \alpha_R)}{1 - \alpha_F}$$

Kratkostično tokovno ojačenje α_F lahko izračunamo iz danega kratkostičnega tokovnega ojačenja β_F :

$$\alpha_F = \frac{\beta_F}{1 + \beta_F} = \frac{100}{101} = 0,99$$

Potrebujemo še tok nasičenja I_{CS} :

$$I_{CS} = \frac{\alpha_F}{\alpha_R} I_{ES} = \frac{0,99}{0,5} \cdot 10 \text{ nA} \approx 20 \text{ nA}$$

Sedaj imamo vse podatke za izračun toka nasičenja:

$$I_{CE0} = \frac{I_{CS}(1 - \alpha_F \alpha_R)}{1 - \alpha_F} = \frac{20 \text{ nA} \cdot (1 - 0,99 \cdot 0,5)}{1 - 0,99} = 1 \mu\text{A}$$

Z znanim I_{CE0} lahko končno izračunamo bazni tok:

$$I_B = \frac{10 \mu\text{A} - 1 \mu\text{A}}{100} = 90 \text{ nA}$$

iz vozliščne enačbe tranzistorja pa še emiterski tok:

$$I_E = -I_B - I_C = -90 \text{ nA} - 10 \mu\text{A} = -10,09 \mu\text{A}$$

Iz znančne enačbe izhodnega tokokroga:

$$U_{CC} - U_{CE} - R_C I_C = 0$$

lahko izračunamo izhodno napetost tranzistorja

$$U_{CE} = U_{CC} - R_C I_C = 20 \text{ V} - 10 \text{ V} = 10 \text{ V}$$

Da bomo lahko izračunali napetost na vhodu tranzistorja U_{BE} , izpeljimo najprej ustrežno zvezo med vhodnim, tj. baznim tokom I_B , in vhodno napetostjo U_{BE} tranzistorja v orientaciji s skupnim emitorjem. Pri tem izhajamo iz enačb drugega Ebers-Mollovega modela za emiterski in kolektorski tok tranzistorja v orientaciji s skupno bazo. Po ureditvi dobimo:

$$I_B = -I_E - I_C = (1 - \alpha_F) I_{ES} \left(e^{\frac{U_{BE}}{U_T}} - 1 \right) + (1 - \alpha_R) I_{CS} \left(e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1 \right)$$

in

$$-U_{EB} = U_{BE} = U_T \ln \left(\frac{I_B - (1 - \alpha_R) I_{CS} \left(e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1 \right)}{(1 - \alpha_F) I_{ES}} + 1 \right)$$

V aktivnem območju delovanja lahko eksponent $e^{\frac{U_{CB}}{U_T}}$ zanemarimo in dobimo:

$$U_{BE} = U_T \ln \left(\frac{I_B + (1 - \alpha_R) I_{CS}}{(1 - \alpha_F) I_{ES}} + 1 \right)$$

ter izračunamo:

$$U_{BE} = 25,66 \text{ mV} \cdot \ln\left(\frac{90 \text{ nA} + 0,5 \cdot 20 \text{ nA}}{0,01 \cdot 10 \text{ nA}} + 1\right) = \underline{177 \text{ mV}}.$$

Da bo naloga rešena, moramo iz znančne enačbe:

$$U_{BE} - U_{CE} + U_{CB} = 0$$

določiti še napetost na kolektorskem spoju:

$$U_{CB} = U_{CE} - U_{BE} = 10 \text{ V} - 0,177 \text{ V} \cong \underline{9,82 \text{ V}}.$$

Komentar:

V obravnavanem primeru je bremenska upornost R_C v kolektorski veji visoka, zato je kolektorski tok majhen in primerljiv s tokom nasičenja tranzistorja I_{CE0} . Pogosteje se srečamo s primeri, ko je bremenski upor manjše vrednosti in je kolektorski tok I_C mnogo večji od toka nasičenja I_{CE0} . V takšnih primerih seveda lahko tok nasičenja I_{CE0} zanemarimo.

Za ponazoritev pravkar zapisanega v naslednji nalogi ponovimo potrebne korake izračuna za primer, pri katerem je bremenska upornost $R_C = 1 \text{ k}\Omega$.

Naloga 4.10

Izračunajte tokove in napetosti *npn* tranzistorja v orientaciji s skupnim emitorjem v aktivnem območju, da bo na bremenskem uporu R_C padeč napetosti 10 V.

Podatki:

$$R_C = 1 \text{ k}\Omega$$

$$U_{R_C} = 10 \text{ V}$$

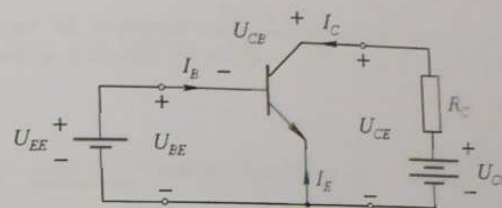
$$U_{CC} = 20 \text{ V}$$

$$I_{ES} = 10 \text{ nA}$$

$$\alpha_R = 0,5$$

$$\beta_F = 100, \alpha_F = 0,99$$

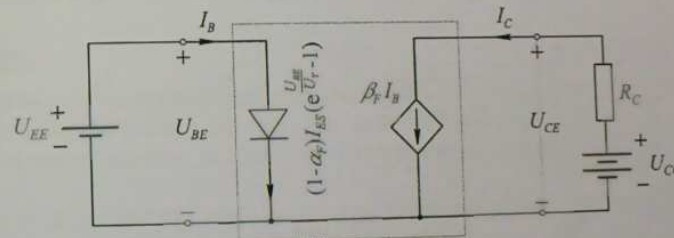
$$I_C, I_B, I_E, U_{BE}, U_{CE}, U_{CB} = ?$$



Slika 4.11: *npn* tranzistor v orientaciji s skupnim emitorjem z bremenskim uporom v kolektorski veji

Rešitev:

V tem primeru si bomo pri reševanju naloge pomagali s poenostavljenim nadomestnim vezjem tranzistorja, ki ga prikazuje slika 4.12.



Slika 4.12: Poenostavljeni model *npn* tranzistorja v aktivnem območju delovanja

Kolektorski tok je:

$$I_C = \frac{U_{R_C}}{R_C} = \frac{10 \text{ V}}{10^3 \text{ VA}^{-1}} = \underline{10 \text{ mA}}.$$

V tem primeru velja med baznim in kolektorskim tokom v aktivnem območju preprosta zveza (slika 4.12):

$$I_C = \beta_F I_B + I_{CE0} \cong \beta_F I_B.$$

Bazni tok je:

$$I_B \equiv \frac{I_C}{\beta_F} = \frac{10 \text{ mA}}{100} = \underline{0.1 \text{ mA}}.$$

Emitorski tok je:

$$I_E = -I_B - I_C = -0.1 \text{ mA} - 10 \text{ mA} = \underline{-10.1 \text{ mA}}.$$

Iz znančne enačbe izhodnega tokokroga:

$$U_{CC} - U_{CE} - R_C I_C = 0$$

izračunamo izhodno napetost tranzistorja:

$$U_{CE} = U_{CC} - R_C I_C = 20 \text{ V} - 10 \text{ V} = \underline{10 \text{ V}}.$$

Izraz za vhodno napetost U_{BE} se poenostavi ($-U_{CB} \ll -U_T, I_B \gg I_{CS}$) v enačbo:

$$U_{BE} = U_T \ln\left(\frac{I_B - (1 - \alpha_R) I_{CS} (e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1)}{(1 - \alpha_F) I_{ES}} + 1\right) \approx U_T \ln\left(\frac{I_B}{(1 - \alpha_F) I_{ES}} + 1\right),$$

taako da dobimo:

$$U_{BE} = 25.66 \text{ mV} \cdot \ln\left(\frac{0.1 \text{ mA}}{0.01 \cdot 10 \text{ nA}} + 1\right) \approx \underline{355 \text{ mV}}.$$

Napetost na kolektorskem spoju pa je:

$$U_{CB} = U_{CE} - U_{BE} = 10 \text{ V} - 0.355 \text{ V} = \underline{9.645 \text{ V}}.$$

Naloga 4.11

Boločite tokove in napetosti tranzistorja, ki je povezan z uporoma in baterijama, kot to prikazuje slika 4.13.

Podatki:

$$U_{CC} = 10 \text{ V}$$

$$U_{BB} = 4 \text{ V}$$

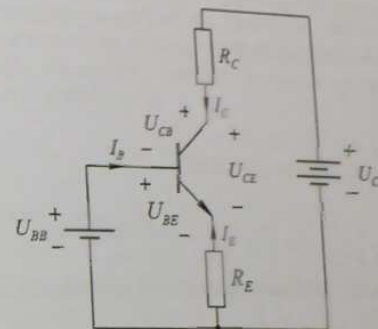
$$R_C = 4.7 \text{ k}\Omega$$

$$R_E = 3.3 \text{ k}\Omega$$

$$\beta_F = 100$$

$$U_{BE} = 0.7 \text{ V}$$

$$I_C, I_B, I_E, U_{CE}, U_{CB} = ?$$



Slika 4.13: Preprosto tranzistorsko vezje

Rešitev:

Nalogo bomo reševali ob predpostavki, da je tranzistor v aktivnem področju. Na koncu bomo na podlagi rezultatov preverili pravilnost naše predpostavke in če se bo izkazala za napačno, jo bomo morali spremeniti in izračun ponoviti.

Glede na znane podatke lahko najprej izračunamo napetost na emitorskem uporu:

$$-U_{RE} = U_{BB} - U_{BE} = 4 \text{ V} - 0.7 \text{ V} = \underline{3.3 \text{ V}},$$

iz nje pa emitorski tok:

$$I_E = \frac{U_{RE}}{R_E} = \frac{-3.3 \text{ V}}{3.3 \text{ k}\Omega} = \underline{-1 \text{ mA}}.$$

Predvidevamo, da bo potencial kolektorja, ki je prek upora R_C priključen na baterijsko napetost $U_{CC} = 10 \text{ V}$, višji od potenciala baze, kar je potrebno za aktivno področje delovanja tranzistorja. V tem primeru lahko določimo kolektorski tok iz enačbe:

$$I_C = -\alpha_F I_E.$$

Kratkostično tokovno ojačenje α_F izračunamo iz:

$$\alpha_F = \frac{\beta_F}{\beta_F + 1} = \frac{100}{101} \cong 0.99,$$

kolektorski tok pa je:

$$I_C = -0.99 \cdot (-1 \text{ mA}) = \underline{\underline{0.99 \text{ mA}}}.$$

Iz izhodne zanke enačbe:

$$U_{CC} + U_{R_E} - U_{CE} - U_{R_C} = 0$$

lahko določimo napetost med kolektorjem in emitorjem:

$$U_{CE} = U_{CC} + U_{R_E} - R_C I_C = 10 \text{ V} - 3.3 \text{ V} - 4.7 \text{ k}\Omega \cdot 0.99 \text{ mA} \cong \underline{\underline{2 \text{ V}}},$$

iz zanke enačbe tranzistorja pa še napetost U_{CB} :

$$U_{CB} = U_{CE} - U_{BE} = 2 \text{ V} - 0.7 \text{ V} = \underline{\underline{1.3 \text{ V}}}.$$

Napetost U_{CB} je pozitivna in predstavlja za kolektorsko-bazni spoj zaporno napetost. Tranzistor je torej dejansko v aktivnem območju in naš izračun je pravilen. Preostane nam le še določitev baznega toka:

$$I_B = \frac{I_C}{\beta_F} = \frac{-I_E}{\beta_F + 1} = \frac{1 \text{ mA}}{101} \cong \underline{\underline{0.01 \text{ mA}}}.$$

Naloga 4.12

npn tranzistor v orientaciji s skupnim emitorjem deluje kot stikalo. Velikost krmilnega toka pri sklenjenem stikalu (ON) znaša $I_B = 30 \mu\text{A}$. Izračunajte velikost bremenske upornosti, pri kateri bo tranzistor v sklenjenem stanju ravno na meji med aktivnim območjem in območjem nasičenja. Rešitev prikažite tudi grafično. Za presečišča uporabne premice s krivuljami izhodne karakteristike v območju nasičenja shematično narišite krajevne poteke manjšinskih nosilcev v bazi.

Podatki:

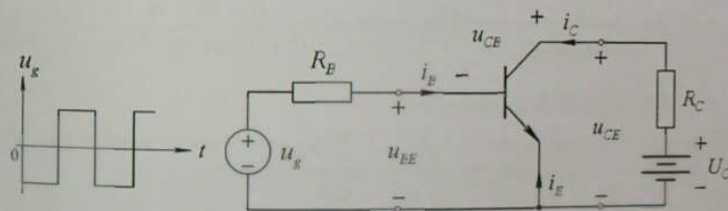
$$I_B = 30 \mu\text{A}$$

$$U_{CC} = 5 \text{ V}$$

$$\beta_F = 99$$

$$I_{ES} = 10^{-14} \text{ A}$$

$$R_C = ?$$



Slika 4.14: Najpogostejše vezje za karakterizacijo lastnosti tranzistorja kot stikala

Rešitev:

Da bomo dobili ustrezno povezavo med bremensko upornostjo, baterijsko napetostjo in spremenljivkami tranzistorja, zapišimo zunanjo zanko enačbo za sklenjeno stikalo:

$$U_{BE} - U_{CC} + R_C I_C + U_{CB} = 0.$$

Na meji med aktivnim območjem in območjem nasičenja je napetost $U_{CB} = 0$. Ob upoštevanju tega podatka dobimo za bremensko upornost izraz:

$$R_C = \frac{U_{CC} - U_{BE} - U_{CB}}{I_C} \Big|_{U_{CB}=0} = \frac{U_{CC} - U_{BE}}{I_C}.$$

Za izračun upornosti R_C moramo določiti napetost U_{BE} in tok I_C . Kolektorski tok tranzistorja v orientaciji s skupnim emitorjem opisuje enačba:

$$-I_C = -\beta_F I_B + I_{CE0} \left(e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1 \right).$$

Pri $U_{CB} = 0$ velja: $I_C = \beta_F I_B$, v danem primeru torej dobimo:

$$I_C = \beta_F I_B = 99 \cdot 30 \mu\text{A} = \underline{2.97 \text{ mA}}.$$

Za izračun napetosti U_{BE} uporabimo izraz, ki smo ga izpeljali v nalogi 4.9:

$$U_{BE} = U_T \ln \left(\frac{I_B - (1 - \alpha_R) I_{CS} \left(e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1 \right)}{(1 - \alpha_F) I_{ES}} + 1 \right).$$

Pri $U_{CB} = 0$ dobimo:

$$U_{BE} = U_T \ln \left(\frac{I_B}{(1 - \alpha_F) I_{ES}} + 1 \right) = 25.66 \text{ mV} \cdot \ln \left(\frac{30 \times 10^{-6} \text{ A}}{(1 - 0.99) \cdot 10^{-14} \text{ A}} + 1 \right) = \underline{0.678 \text{ V}}$$

pri čemer smo α_F izračunali po enačbi:

$$\alpha_F = \frac{\beta_F}{\beta_F + 1} = \frac{99}{100} = \underline{0.99}.$$

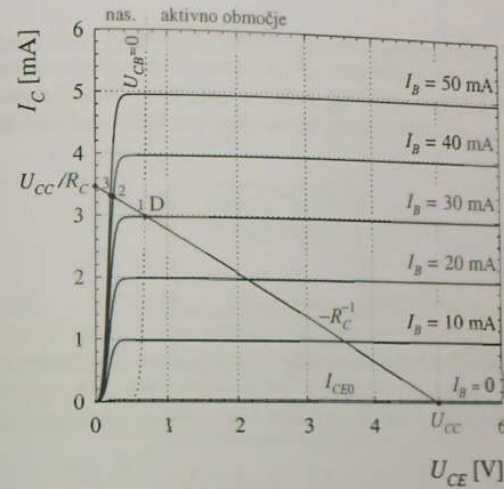
Sedaj imamo vse potrebne podatke za izračun bremenske upornosti R_C , pri kateri bo tranzistor kot stikalo v sklenjenem stanju ravno na meji med aktivnim območjem in območjem nasičenja:

$$R_C = \frac{U_{CC} - U_{BE}}{I_C} = \frac{5 \text{ V} - 0.678 \text{ V}}{2.97 \text{ mA}} = \underline{1.45 \text{ k}\Omega}.$$

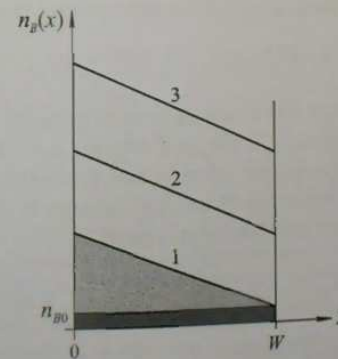
Nalogo moramo rešiti še grafično. Zato moramo v izhodno karakteristiko tranzistorja $I_C(U_{CE}, I_B)$ vrisati odvisnost $I_C(U_{CE})$ med kolektor in emitor priključenega vezja, tj. serijsko povezane baterije U_{CC} in kolektorskega bremenskega upora R_C . Analitično odvisnost $I_C(U_{CE})$ dobimo iz zanke enačbe izhodnega tokokroga ($U_{CE} - U_{CC} + R_C I_C = 0$). Dobimo:

$$I_C(U_{CE}) = \frac{U_{CC} - U_{CE}}{R_C}.$$

Zapisana enačba je enačba premice, imenujemo jo tudi uporabna premica. Strmina te premice je določena z bremensko upornostjo, in sicer je $-1/R_C$. Premica seka abscisno os pri $U_{CE}(I_C = 0) = U_{CC} (= 5 \text{ V})$, ordinatno os pa pri $I_C(U_{CE} = 0) = U_{CC}/R_C (= 3.47 \text{ mA})$.



Slika 4.15: Izhodna karakteristika $I_C(U_{CE}, I_B)$ npn tranzistorja z vrisano uporabno premico in označeno delovno točko D

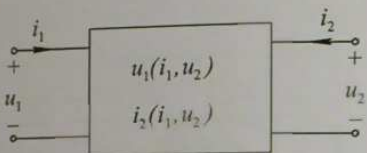


Slika 4.16: Shematični prikaz nakopičenega naboja manjšinskih nosilcev v bazi npn tranzistorja pri različnih stopnjah nasičenja. Oznake 1, 2 in 3 se nanašajo na presečišča krivulj izhodne karakteristike z uporabno premico na sliki 4.15.

4.3 Linearizacija karakteristik nelinearnih četveropolov

Naloga 4.13

Karakteristika nelinearnega četveropolnega elementa, ki je na vohu vzbujan tokovno, na izhodu pa napetostno, je podana s hibridnim zapisom $u_1 = u_1(i_1, u_2)$, $i_2 = i_2(i_1, u_2)$. Za izbrano delovno točko D zapišite linearizirani četveropolni enačbi za majhne počasne signale in narišite ustrezno nadomestno vezje.



Slika 4.17: Simbol četveropola, ki je opisan s hibridnim zapisom: $u_1 = u_1(i_1, u_2)$, $i_2 = i_2(i_1, u_2)$, v katerem sta tok i_1 in napetost u_2 neodvisni, napetost u_1 in tok i_2 pa odvisni spremenljivki

Rešitev:

Pri krmiljenju z majhnimi signali sta tokova i_1 , i_2 in napetosti u_1 , u_2 sestavljeni iz enosmernih komponent, ki določajo mirovno delovno točko $D(I_1, I_2, U_1, U_2)$, ter iz majhnih tokovnih sprememb ΔI_1 , ΔI_2 in napetostnih sprememb ΔU_1 , ΔU_2 :

$$i_1 = I_1 + \Delta I_1, \quad i_2 = I_2 + \Delta I_2, \quad u_1 = U_1 + \Delta U_1, \quad u_2 = U_2 + \Delta U_2.$$

Do lineariziranih četveropolnih enačb za majhne počasne signale lahko pridemo z razvojem funkcijskih zapisov $u_1 = u_1(i_1, u_2)$, $i_2 = i_2(i_1, u_2)$ v Taylorjevo vrsto, v kateri ob predpostavki, da so spremembe tokov in napetosti okrog mirovne delovne točke dovolj majhne, poleg konstantnih členov upoštevamo le člene s prvimi odvodi, tj. člene z linearnimi zvezami med majhnimi signali:

$$\begin{aligned} u_1 &= u_1(i_1, u_2) = u_1(I_1 + \Delta I_1, U_2 + \Delta U_2) = \\ &= u_1|_D + \left. \frac{\partial u_1}{\partial i_1} \right|_D \Delta I_1 + \left. \frac{\partial u_1}{\partial u_2} \right|_D \Delta U_2 + \dots = U_1 + \Delta U_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_2 &= i_2(i_1, u_2) = i_2(I_1 + \Delta I_1, U_2 + \Delta U_2) = \\ &= i_2|_D + \left. \frac{\partial i_2}{\partial i_1} \right|_D \Delta I_1 + \left. \frac{\partial i_2}{\partial u_2} \right|_D \Delta U_2 + \dots = I_2 + \Delta I_2 \end{aligned}$$

Iz zapisanih enačb izločimo člene, ki se nanašajo na majhne signale:

$$\Delta U_1 = \left. \frac{\partial u_1}{\partial i_1} \right|_D \Delta I_1 + \left. \frac{\partial u_1}{\partial u_2} \right|_D \Delta U_2,$$

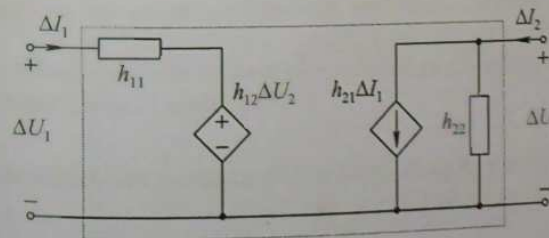
$$\Delta I_2 = \left. \frac{\partial i_2}{\partial i_1} \right|_D \Delta I_1 + \left. \frac{\partial i_2}{\partial u_2} \right|_D \Delta U_2.$$

Parcialni odvodi, ki povezujejo spremembe tokov s spremembami napetosti, predstavljajo koeficiente, ki jih imenujemo hibridni četveropolni parametri in jih navadno označujemo z oznako h_{ij} , s katero lahko gornji enačbi zapišemo v obliki:

$$\Delta U_1 = h_{11} \Delta I_1 + h_{12} \Delta U_2,$$

$$\Delta I_2 = h_{21} \Delta I_1 + h_{22} \Delta U_2.$$

S pomočjo zapisanih enačb lahko narišemo nadomestno vezje, ki ga sestavljata upornost h_{11} in napetostno krmiljeni napetostni generator $h_{12} \Delta U_2$ na vohu ter tokovno krmiljeni tokovni generator $h_{21} \Delta I_1$ in prevodnost h_{22} na izhodu.



Slika 4.18: Hibridno nadomestno vezje, s katerim pri krmiljenju z majhnimi signali nadomestimo nelinearni četveropolni element

Pri počasnih spremembah majhnih signalov so koeficienti h_{ij} realni, pri hitrih spremembah oz. visokih frekvencah pa postanejo kompleksni.

Naloga 4.14

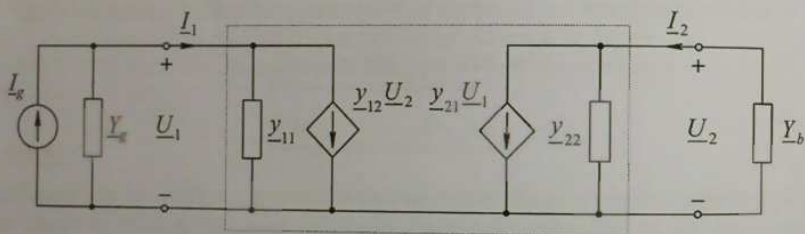
Četveropolni element deluje kot ojačevalnik majhnih harmoničnih signalov. Dani so admitančni parametri elementa \underline{y}_{ij} , breme \underline{Y}_b na izhodu in krmilni tokovni generator z notranjo admitanco \underline{Y}_g na vohu ojačevalnika. Določite napetostno in tokovno ojačenje \underline{A}_u in \underline{A}_i za majhne harmonične signale. Določite tudi vhodno in izhodno admitanco \underline{y}_{vh} in \underline{y}_{zh} , ki ju čutijo majhni signali v okolici delovne točke D.

S pomočjo admitančnih enačb:

$$\underline{I}_1 = \underline{y}_{11}\underline{U}_1 + \underline{y}_{12}\underline{U}_2,$$

$$\underline{I}_2 = \underline{y}_{21}\underline{U}_1 + \underline{y}_{22}\underline{U}_2$$

lahko narišemo nadomestno vezje ojačevalnika za majhne signale:



Slika 4.19: Nadomestno vezje v okolici mirovne delovne točke lineariziranega nelinearnega elementa sestavljata admitanci \underline{y}_{11} in \underline{y}_{22} ter napetostno krmiljena tokovna generatorja $\underline{y}_{12}\underline{U}_2$ in $\underline{y}_{21}\underline{U}_1$

Rešitev:

Napetostno ojačenje majhnih signalov \underline{A}_u je razmerje med napetostjo na bremenu \underline{U}_2 in napetostjo na vohu \underline{U}_1 :

$$\underline{A}_u = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}.$$

Zapisano razmerje želimo izraziti s parametri nadomestnega vezja in priključenim bremenom. Pri tem imamo kot izhodišče na razpolago četveropolni admitančni enačbi in nadomestno vezje.

Uporabimo drugo admitančno enačbo. Pri eliminaciji kompleksorja toka \underline{I}_2 si pomagajmo z izhodno vozliščno enačbo:

$$\underline{I}_2 = -\underline{Y}_b\underline{U}_2.$$

Dobimo:

$$\underline{I}_2 = \underline{y}_{21}\underline{U}_1 + \underline{y}_{22}\underline{U}_2 = -\underline{Y}_b\underline{U}_2.$$

Enačbo uredimo

$$\underline{y}_{21}\underline{U}_1 = -\underline{U}_2(\underline{y}_{22} + \underline{Y}_b)$$

in izrazimo željeno razmerje:

$$\underline{A}_u = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = -\frac{\underline{y}_{21}}{\underline{y}_{22} + \underline{Y}_b}.$$

Prišli smo do splošnega izraza za napetostno ojačenje majhnih signalov poljubnega četveropolnega elementa, opisanega z admitančnimi parametri. To ojačenje določajo parametra \underline{y}_{21} in \underline{y}_{22} ter breme \underline{Y}_b .

Nadaljujmo z izračunom tokovnega ojačenja \underline{A}_i , ki je definirano kot razmerje toka, ki teče iz ojačevalnika v breme ($-\underline{I}_2$), in toka, ki teče na vohu v ojačevalnik (\underline{I}_1):

$$\underline{A}_i = -\frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1}.$$

Iz admitančnih enačb moramo v tem primeru eliminirati kompleksorja napetosti \underline{U}_1 in \underline{U}_2 . Eliminirajmo najprej napetost \underline{U}_1 :

$$\underline{U}_1 = \frac{1}{\underline{y}_{11}}(\underline{I}_1 - \underline{y}_{12}\underline{U}_2) = \frac{1}{\underline{y}_{21}}(\underline{I}_2 - \underline{y}_{22}\underline{U}_2).$$

Pri eliminaciji napetosti \underline{U}_2 si pomagamo z izhodno zanko enačbo:

$$\underline{U}_2 = -\frac{\underline{I}_2}{\underline{Y}_b}.$$

Po vstavitvi dobimo enačbo, v kateri nastopata le tokova \underline{I}_1 in \underline{I}_2 :

$$\frac{1}{\underline{y}_{11}} \left(\underline{I}_1 + \frac{\underline{y}_{12}}{\underline{Y}_b} \underline{I}_2 \right) = \frac{1}{\underline{y}_{21}} \left(\underline{I}_2 + \frac{\underline{y}_{22}}{\underline{Y}_b} \underline{I}_2 \right).$$

Enačbo uredimo

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 \left(\frac{\underline{y}_{11}}{\underline{y}_{21}} + \frac{\underline{y}_{11} \underline{y}_{22}}{\underline{y}_{21} \underline{Y}_b} - \frac{\underline{y}_{12}}{\underline{Y}_b} \right) = \underline{I}_2 \frac{\underline{y}_{11} \underline{Y}_b + \underline{D}_y}{\underline{y}_{21} \underline{Y}_b}.$$

Pri zapisu smo zaradi krajše pisave uvedli determinanto admitanc \underline{D}_y :

$$\underline{D}_y = \underline{y}_{11} \underline{y}_{22} - \underline{y}_{12} \underline{y}_{21}.$$

Splošni izraz za tokovno ojačenje majhnih signalov poljubnega četveropolnega elementa, danega z admitančnimi parametri \underline{y}_{ij} in zaključitvijo z bremenom \underline{Y}_b na izhodu, se torej glasi:

$$\underline{A}_i = - \frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1} = - \frac{\underline{y}_{21} \underline{Y}_b}{\underline{y}_{11} \underline{Y}_b + \underline{D}_y}.$$

Vhodna admitanca \underline{y}_{vh} je določena z razmerjem toka in napetosti na vходу ojačevalnika:

$$\underline{y}_{vh} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1}.$$

To razmerje lahko izrazimo s pomočjo prve admitančne enačbe, če izrazimo \underline{U}_2 z \underline{U}_1 . Pri tem si pomagamo z izhodno vozliščno enačbo in drugo admitančno enačbo:

$$\underline{I}_2 = -\underline{Y}_b \underline{U}_2$$

in

$$\underline{I}_2 = \underline{y}_{21} \underline{U}_1 + \underline{y}_{22} \underline{U}_2 = -\underline{Y}_b \underline{U}_2.$$

Iz zadnje enačbe izrazimo napetost \underline{U}_2 :

$$\underline{U}_2 = - \frac{\underline{y}_{21}}{\underline{Y}_b + \underline{y}_{22}} \underline{U}_1$$

in dobljeni izraz vstavimo v prvo admitančno enačbo:

$$\underline{I}_1 = \underline{y}_{11} \underline{U}_1 + \underline{y}_{12} \underline{U}_2 = \underline{y}_{11} \underline{U}_1 - \frac{\underline{y}_{12} \underline{y}_{21}}{\underline{y}_{22} + \underline{Y}_b} \underline{U}_1,$$

iz katere lahko zapišemo izraz za vhodno admitanco:

$$\underline{y}_{vh} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1} = \underline{y}_{11} - \frac{\underline{y}_{12} \underline{y}_{21}}{\underline{y}_{22} + \underline{Y}_b}.$$

Vhodna admitanca \underline{y}_{vh} ni odvisna samo od parametrov nadomestnega vezja, pač pa tudi od zaključitve z bremenom \underline{Y}_b na izhodu.

Izhodna admitanca \underline{y}_{izh} je definirana z razmerjem toka \underline{I}_2 in napetosti \underline{U}_2 na izhodnih priključkih pri toku generatorja $\underline{I}_g = 0$:

$$\underline{y}_{izh} = \left. \frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_2} \right|_{\underline{I}_g = 0}.$$

To razmerje lahko izrazimo z drugo admitančno enačbo, če izločimo napetost \underline{U}_1 . Pri tem si pomagamo z vhodno vozliščno enačbo in prvo admitančno enačbo. Dobimo:

$$\underline{I}_g - \underline{Y}_g \underline{U}_1 - \underline{I}_1 = 0, \quad \text{oz. pri } \underline{I}_g = 0: \quad \underline{I}_1 = -\underline{Y}_g \underline{U}_1$$

in nadalje:

$$\underline{I}_1 = \underline{y}_{11} \underline{U}_1 + \underline{y}_{12} \underline{U}_2 = -\underline{Y}_g \underline{U}_1.$$

Iz te enačbe izrazimo napetost \underline{U}_1 :

$$\underline{U}_1 = - \frac{\underline{y}_{12}}{\underline{y}_{11} + \underline{Y}_g} \underline{U}_2$$

in jo vstavimo v drugo admitančno enačbo:

$$\underline{I}_2 = \underline{y}_{21} \underline{U}_1 + \underline{y}_{22} \underline{U}_2 = - \frac{\underline{y}_{12} \underline{y}_{21}}{\underline{y}_{11} + \underline{Y}_g} \underline{U}_2 + \underline{y}_{22} \underline{U}_2,$$

iz katere končno sledi izraz za izhodno admitanco:

$$\underline{y}_{ich} = \frac{I_2}{U_2} = \underline{y}_{22} - \frac{\underline{y}_{12}\underline{y}_{21}}{\underline{y}_{11} + \underline{Y}_g}$$

Izhodna admitanca \underline{y}_{ich} ni odvisna samo od parametrov nadomestnega vezja, pač pa tudi od generatorjeve notranje admitance \underline{Y}_g .

Naloga 4.15

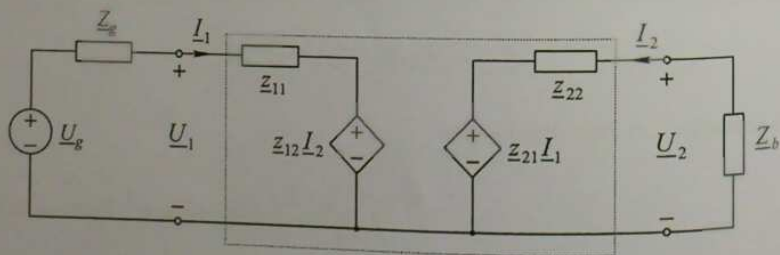
Določite napetostno in tokovno ojačenje \underline{A}_u in \underline{A}_i četrpolnega elementa, ki deluje kot ojačevalnik majhnih harmoničnih signalov. Dani so impedančni \underline{z}_{ij} parametri elementa, breme \underline{Z}_b na izhodu in krmilni napetostni generator z notranjo impedanco \underline{Z}_g na vходу ojačevalnika. Določite tudi vhodno in izhodno impedanco \underline{z}_{vh} in \underline{z}_{ich} , ki ju čutijo majhni signali v okolici delovne točke D.

S pomočjo impedančnih enačb;

$$\underline{U}_1 = \underline{z}_{11}I_1 + \underline{z}_{12}I_2,$$

$$\underline{U}_2 = \underline{z}_{21}I_1 + \underline{z}_{22}I_2$$

lahko narišemo impedančno nadomestno vezje ojačevalnika za majhne signale:



Slika 4.20: Impedančno nadomestno vezje, ki v okolici mirovne delovne točke modelira linearizirani nelinearni element, sestavljata impedanci \underline{z}_{11} in \underline{z}_{22} ter tokovno krmiljena napetostna generatorja $\underline{z}_{12}I_2$ in $\underline{z}_{21}I_1$

Rešitev:

Določimo najprej tokovno ojačenje \underline{A}_i . Izračun je dualen izračunu napetostnega ojačenja, ki smo ga opisali v prejšnji nalogi, v kateri so bili dani admitančni parametri. V tem primeru z izhodno zančno enačbo:

$$\underline{U}_2 = -\underline{Z}_b I_2$$

eliminiramo v drugi impedančni enačbi napetost \underline{U}_2 :

$$\underline{U}_2 = \underline{z}_{21}I_1 + \underline{z}_{22}I_2 = -\underline{Z}_b I_2$$

in dobimo iskano razmerje:

$$\underline{A}_i = -\frac{I_2}{I_1} = \frac{\underline{z}_{21}}{\underline{z}_{22} + \underline{Z}_b}$$

Tokovno ojačenje določata parametra \underline{z}_{21} in \underline{z}_{22} ter na izhodu priključeno breme \underline{Z}_b .

Izračun napetostnega ojačenja je pri danih impedančnih parametrih dualen izračunu tokovnega ojačenja pri danih admitančnih parametrih, zato lahko ustrezno sledimo opisu iz prejšnje naloge. Napetostno ojačenje je:

$$\underline{A}_u = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}$$

Iz impedančnih enačb moramo v tem primeru eliminirati kompleksorja toka I_1 in I_2 . Eliminirajmo najprej tok I_1 :

$$I_1 = \frac{1}{\underline{z}_{11}}(\underline{U}_1 - \underline{z}_{12}I_2) = \frac{1}{\underline{z}_{21}}(\underline{U}_2 - \underline{z}_{22}I_2)$$

Pri eliminaciji toka I_1 si pomagamo z izhodno vozliščno enačbo:

$$I_2 = -\frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_b}$$

in po vstavitvi dobimo enačbo, v kateri nastopata le napetosti \underline{U}_1 in \underline{U}_2 :

$$\frac{1}{z_{11}}(U_1 + \frac{z_{12}}{Z_b} U_2) = \frac{1}{z_{21}}(U_2 + \frac{z_{22}}{Z_b} U_2).$$

Enačbo uredimo:

$$U_1 = U_2 \left(\frac{z_{11}}{z_{21}} + \frac{z_{11} z_{22}}{z_{21} Z_b} - \frac{z_{12}}{Z_b} \right) = I_2 \frac{z_{11} Z_b + D_z}{z_{21} Z_b}.$$

Pri zapisu smo zaradi krajše pisave uvedli determinanto admitanc D_z :

$$D_z = z_{11} z_{22} - z_{12} z_{21}.$$

Splošni izraz za napetostno ojačenje majhnih signalov poljubnega četveropolnega elementa, danega z impedančnimi parametri z_{ij} in zaključitvijo z bremenom Z_b na izhodu, se torej glasi:

$$A_u = \frac{U_2}{U_1} = \frac{z_{21} Z_b}{z_{11} Z_b + D_z}.$$

Vhodna impedanca z_{vh} je določena z razmerjem napetosti in toka na vходу ojačevalnika:

$$z_{vh} = \frac{U_1}{I_1}.$$

To razmerje lahko izrazimo s prvo impedančno enačbo, če iz nje izločimo tok I_2 . Pri tem si pomagamo z izhodno zanko enačbo in drugo impedančno enačbo:

$$-U_2 = Z_b I_2$$

in

$$U_2 = z_{21} I_1 + z_{22} I_2 = -Z_b I_2.$$

Tok I_2 , ki ga potrebujemo, je:

$$I_2 = -\frac{z_{21}}{Z_b + z_{22}} I_1.$$

Dobljeni izraz vstavimo v prvo impedančno enačbo:

$$U_1 = z_{11} I_1 + z_{12} I_2 = z_{11} I_1 - \frac{z_{12} z_{21}}{z_{22} + Z_b} I_1$$

in končno lahko zapišemo izraz za vhodno impedanco:

$$z_{vh} = \frac{U_1}{I_1} = z_{11} - \frac{z_{12} z_{21}}{z_{22} + Z_b}.$$

Vhodna impedanca z_{vh} ni odvisna samo od parametrov nadomestnega vezja, pač pa tudi od zaključitve z bremenom Z_b na izhodu.

Izhodna impedanca z_{izh} je definirana z razmerjem napetosti U_2 in toka I_2 na izhodnih priključkih pri napetosti generatorja $U_g = 0$:

$$z_{izh} = \left. \frac{U_2}{I_2} \right|_{U_g=0}.$$

To razmerje lahko izrazimo z drugo impedančno enačbo, če izločimo tok I_1 . Pri tem si pomagamo z vhodno zanko enačbo in prvo impedančno enačbo. Dobimo:

$$U_g - Z_g I_1 - U_1 = 0, \quad \text{oz. pri } U_g = 0: \quad U_1 = -Z_g I_1$$

in dalje

$$U_1 = z_{11} I_1 + z_{12} I_2 = -Z_g I_1.$$

Iz te enačbe izrazimo tok I_1 :

$$I_1 = -\frac{z_{12}}{z_{11} + Z_g} I_2$$

in jo vstavimo v drugo impedančno enačbo:

$$U_2 = z_{21} I_1 + z_{22} I_2 = -\frac{z_{12} z_{21}}{z_{11} + Z_g} I_2 + z_{22} I_2,$$

iz katere končno sledi izraz za izhodno impedanco:

$$\underline{z}_{izh} = \frac{U_2}{I_2} = \underline{z}_{22} - \frac{\underline{z}_{12} \underline{z}_{21}}{\underline{z}_{11} + \underline{Z}_g}$$

Izhodna impedanca \underline{z}_{izh} je odvisna od parametrov nadomestnega vezja, poleg tega pa tudi od generatorjeve notranje impedance \underline{Z}_g .

Tudi pri določanju vhodne in izhodne impedanca lahko ugotovimo ustrezno dualnost med admitančnimi in impedančnimi parametri in zaključitvami.

Naloga 4.16

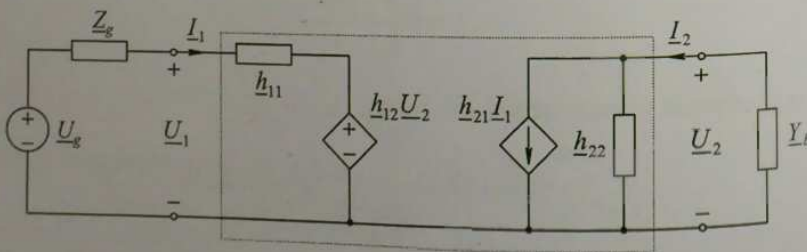
Določite napetostno in tokovno ojačenje \underline{A}_u in \underline{A}_i četrveropolnega elementa, ki deluje kot ojačevalnik majhnih harmoničnih signalov. Dani so hibridni \underline{h}_{ij} parametri elementa, breme \underline{Y}_b na izhodu in krmilni napetostni generator z notranjo impedanco \underline{Z}_g na vohu ojačevalnika. Določite tudi vhodno impedanco \underline{z}_{vh} in izhodno admitanco \underline{y}_{zh} , ki ju čutijo majhni signali v okolici delovne točke D.

Pri analizi in načrtovanju elektronskih vezij z nelinearnimi elementi se pogosto srečamo tudi s hibridnimi \underline{h}_{ij} parametri. S pomočjo hibridnih četrveropolnih enačb:

$$\underline{U}_1 = \underline{h}_{11} I_1 + \underline{h}_{12} U_2,$$

$$I_2 = \underline{h}_{21} I_1 + \underline{h}_{22} U_2$$

lahko narišemo nadomestno vezje ojačevalnika za majhne signale:



Slika 4.21: Hibridno nadomestno vezje, ki v okolici mirovne delovne točke modelira linearizirani nelinearni element, sestavljajo impedanca \underline{h}_{11} , admitanca \underline{h}_{22} , napetostno krmiljeni napetostni generator $\underline{h}_{12} U_2$ in tokovno krmiljeni tokovni generator $\underline{h}_{21} I_1$

Rešitev:

Najprej določimo tokovno ojačenje \underline{A}_i . Kot izhodišče vzemimo drugo četrveropolno enačbo, v kateri nadomestimo napetost \underline{U}_2 z:

$$\underline{U}_2 = -\frac{I_2}{\underline{Y}_b}$$

Dobimo:

$$I_2 = \underline{h}_{21} I_1 + \underline{h}_{22} U_2 = \underline{h}_{21} I_1 - \frac{\underline{h}_{22}}{\underline{Y}_b} I_2$$

Enačbo zopet uredimo:

$$\left(1 + \frac{\underline{h}_{22}}{\underline{Y}_b}\right) I_2 = \underline{h}_{21} I_1$$

in zapišemo zahtevano razmerje tokov I_2/I_1 , ki predstavlja tokovno ojačenje:

$$\underline{A}_i = \frac{I_2}{I_1} = \frac{\underline{h}_{21} \underline{Y}_b}{\underline{Y}_b + \underline{h}_{22}}$$

Za izračun napetostnega ojačenja \underline{A}_u izrazimo iz obeh četrveropolnih enačb tok I_1 :

$$I_1 = \frac{1}{\underline{h}_{11}} (\underline{U}_1 - \underline{h}_{12} U_2) = \frac{1}{\underline{h}_{21}} (I_2 - \underline{h}_{22} U_2)$$

Iz izhodne vozliščne enačbe dobimo tok I_2 :

$$I_2 = -\underline{Y}_b U_2$$

ki ga vstavimo v izraz za tok I_1 :

$$\frac{1}{\underline{h}_{11}} (\underline{U}_1 - \underline{h}_{12} U_2) = \frac{1}{\underline{h}_{21}} (-\underline{Y}_b U_2 - \underline{h}_{22} U_2)$$

Dobljeni izraz uredimo:

$$\underline{h}_{21} \underline{U}_1 = -\underline{U}_2 (\underline{h}_{11} \underline{Y}_b - \underline{h}_{12} \underline{h}_{21} + \underline{h}_{11} \underline{h}_{22})$$

in izrazimo razmerje napetosti $\underline{U}_2/\underline{U}_1$, ki je napetostno ojačenje:

$$\underline{A}_v = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = -\frac{h_{21}}{h_{11} \underline{Y}_b + D_h}$$

Pri zapisu smo zaradi krajše pisave uvedli determinanto hibridnih parametrov D_h :

$$D_h = h_{11} h_{22} - h_{12} h_{21}$$

Pri določitvi vhodne impedance:

$$\underline{Z}_{vh} = \frac{\underline{U}_1}{I_1}$$

moramo iz četveropolnih enačb eliminirati napetost \underline{U}_2 . Ena od možnih poti je naslednja:

$$I_2 = -\underline{Y}_b \underline{U}_2,$$

$$I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} \underline{U}_2 = -\underline{Y}_b \underline{U}_2,$$

$$\underline{U}_2 = \frac{-h_{21}}{h_{22} + \underline{Y}_b} I_1,$$

$$\underline{U}_1 = h_{11} I_1 + h_{12} \underline{U}_2 = h_{11} I_1 - \frac{h_{12} h_{21}}{h_{22} + \underline{Y}_b} I_1.$$

Vhodna impedanca v četveropolni element je:

$$\underline{Z}_{vh} = \frac{\underline{U}_1}{I_1} = h_{11} - \frac{h_{12} h_{21}}{h_{22} + \underline{Y}_b}$$

Določiti moramo še izhodno admitanco \underline{y}_{ich} pri pogoju $\underline{U}_g = 0$:

$$\underline{y}_{ich} = \left. \frac{I_2}{\underline{U}_2} \right|_{\underline{U}_g = 0}$$

V ta namen moramo iz druge četveropolne enačbe eliminirati tok I_1 . Pri tem je ena od možnih poti naslednja:

$$\underline{U}_g - \underline{U}_1 - I_1 \underline{Z}_g = 0.$$

Pri $\underline{U}_g = 0$ je napetost $\underline{U}_1 = -\underline{Z}_g I_1$. Potem dobimo:

$$\underline{U}_1 = h_{11} I_1 + h_{12} \underline{U}_2 = -\underline{Z}_g I_1,$$

$$I_1 = -\frac{h_{12}}{h_{11} + \underline{Z}_g} \underline{U}_2,$$

$$I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} \underline{U}_2 = -\frac{h_{12} h_{21}}{h_{11} + \underline{Z}_g} \underline{U}_2 + h_{22} \underline{U}_2.$$

Izhodna admitanca tako je:

$$\underline{y}_{ich} = \left. \frac{I_2}{\underline{U}_2} \right|_{\underline{U}_g = 0} = h_{22} - \frac{h_{12} h_{21}}{h_{11} + \underline{Z}_g}$$

Komentar:

V zadnjih treh nalogah smo prikazali koristnost uporabe četveropolnih parametrov pri določanju osnovnih lastnosti nelinearnih elementov kot lineariziranih ojačevalnih elementov pri krmiljenju z majhnimi harmoničnimi signali. Omeniti velja, da ima vsaka vrsta četveropolnih parametrov pomen pri analizi določenih vezij. Med posameznimi vrstami parametrov obstajajo ustrezne povezave, ki so običajno dane v obliki tabel. Če poznamo eno vrsto parametrov, lahko izračunamo vse ostale in seveda tudi z njimi izražene karakteristične lastnosti.

4.4 Tranzistor kot ojačevalnik majhnih signalov in njegove frekvenčne lastnosti

Naloga 4.17

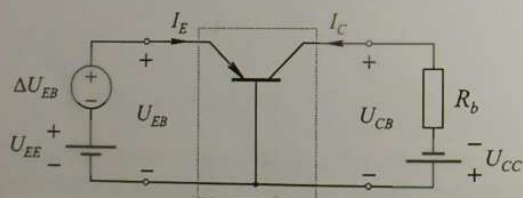
Določite četverpolne prevodnostne parametre g_{ij} bipolarnega *pnp* tranzistorja v orientaciji s skupno bazo in narišite nadomestno vezje tega elementa za majhne signale, če je dana analitična zveza med tokovi in napetostmi (Ebers-Molloy model):

$$I_E(U_{EB}, U_{CB}) = I_{ES} \left(e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1 \right) - \alpha_R I_{CS} \left(e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1 \right)$$

$$I_C(U_{EB}, U_{CB}) = -\alpha_F I_{ES} \left(e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1 \right) + I_{CS} \left(e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1 \right),$$

pri čemer so:

- I_{ES}, I_{CS} ... tokova nasičenja emitorskega oz. kolektorskega spoja,
 α_F, α_R ... kratkostična tokovna ojačevalna faktorja,
 ostale nastopajoče veličine pa so razvidne na sliki 4.22.



Slika 4.22: Bipolarni *pnp* tranzistor v orientaciji s skupno bazo kot nelinearni četverpol

Rešitev:

Dani enačbi tranzistorja predstavljata admitančni zapis četverpolove karakteristike:

$$I_1 = I_1(U_1, U_2) \quad \text{oz.} \quad I_E = I_E(U_{EB}, U_{CB}),$$

$$I_2 = I_2(U_1, U_2) \quad \text{oz.} \quad I_C = I_C(U_{EB}, U_{CB}).$$

Emitorski tok I_E in kolektorski tok I_C sta odvisni spremenljivki, napetost na emitorskem spoju U_{EB} in napetost na kolektorskem spoju U_{CB} pa neodvisni spremenljivki.

Pri krmiljenju z majhnimi signali so tokova i_E in i_C ter napetosti u_{EB} in u_{CB} sestavljeni iz enosmernih komponent, ki določajo delovno točko tranzistorja $D(U_{EB}, U_{CB}, I_E, I_C)$ in majhnih napetostnih $\Delta U_{EB}, \Delta U_{CB}$ ter tokovih $\Delta I_E, \Delta I_C$ sprememb:

$$i_E = I_E + \Delta I_E, \quad i_C = I_C + \Delta I_C, \quad u_{EB} = U_{EB} + \Delta U_{EB}, \quad u_{CB} = U_{CB} + \Delta U_{CB}.$$

Do lineariziranih četverpolnih enačb za majhne počasne signale lahko pridemo z razvojem funkcijskih zapisov $i_E = i_E(u_{EB}, u_{CB})$, $i_C = i_C(u_{EB}, u_{CB})$ v Taylorjevo vrsto. Ob predpostavki, da so spremembe tokov in napetosti okrog mirovne delovne točke dovolj majhne, upoštevamo poleg konstantnih členov le člene s prvimi odvodi, tj. člene z linearnimi zvezami med majhnimi signali:

$$\begin{aligned} i_E &= i_E(u_{EB}, u_{CB}) = i_E(U_{EB} + \Delta U_{EB}, U_{CB} + \Delta U_{CB}) = \\ &= i_E|_D + \left. \frac{\partial i_E}{\partial u_{EB}} \right|_D \Delta U_{EB} + \left. \frac{\partial i_E}{\partial u_{CB}} \right|_D \Delta U_{CB} + \dots = I_E + \Delta I_E \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_C &= i_C(u_{EB}, u_{CB}) = i_C(U_{EB} + \Delta U_{EB}, U_{CB} + \Delta U_{CB}) = \\ &= i_C|_D + \left. \frac{\partial i_C}{\partial u_{EB}} \right|_D \Delta U_{EB} + \left. \frac{\partial i_C}{\partial u_{CB}} \right|_D \Delta U_{CB} + \dots = I_C + \Delta I_C \end{aligned}$$

Iz zapisanih enačb izločimo člene, ki se nanašajo na majhne signale:

$$\Delta I_E = \left. \frac{\partial i_E}{\partial u_{EB}} \right|_D \Delta U_{EB} + \left. \frac{\partial i_E}{\partial u_{CB}} \right|_D \Delta U_{CB},$$

$$\Delta I_C = \left. \frac{\partial i_C}{\partial u_{EB}} \right|_D \Delta U_{EB} + \left. \frac{\partial i_C}{\partial u_{CB}} \right|_D \Delta U_{CB}.$$

Parcialni odvodi, ki povezujejo spremembe tokov s spremembami napetosti, predstavljajo koeficiente, ki jih imenujemo prevodnostni četverpolni parametri in jih navadno označujemo z oznako g_{ij} (oznaka b se nanaša na orientacijo s skupno bazo), s katero gornji enačbi lahko zapišemo v obliki:

$$\Delta I_E = g_{11b} \Delta U_{EB} + g_{12b} \Delta U_{CB},$$

$$\Delta I_C = g_{21b} \Delta U_{EB} + g_{22b} \Delta U_{CB}.$$

Prevodnostne parametre g_{ijb} v delovni točki $D(U_{EB}, U_{CB})$ določimo s parcialnimi odvodi v skladu s četrupolnimi enačbami:

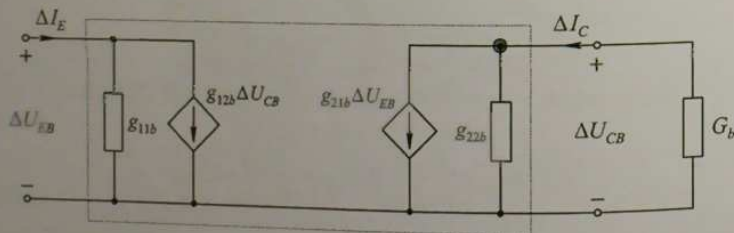
$$g_{11b} = \left. \frac{\partial i_1}{\partial u_1} \right|_D = \left. \frac{\partial i_E}{\partial u_{EB}} \right|_D = \frac{1}{U_T} I_{ES} e^{\frac{u_{EB}}{U_T}} \Big|_D = \frac{1}{U_T} I_{ES} e^{\frac{U_{EB}}{U_T}},$$

$$g_{22b} = \left. \frac{\partial i_2}{\partial u_2} \right|_D = \left. \frac{\partial i_C}{\partial u_{CB}} \right|_D = \frac{1}{U_T} I_{CS} e^{\frac{u_{CB}}{U_T}} \Big|_D = \frac{1}{U_T} I_{CS} e^{\frac{U_{CB}}{U_T}},$$

$$g_{12b} = \left. \frac{\partial i_1}{\partial u_2} \right|_D = \left. \frac{\partial i_E}{\partial u_{CB}} \right|_D = -\alpha_R \frac{1}{U_T} I_{CS} e^{\frac{u_{CB}}{U_T}} \Big|_D = -\alpha_R \frac{1}{U_T} I_{CS} e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} = -\alpha_R g_{22b},$$

$$g_{21b} = \left. \frac{\partial i_2}{\partial u_1} \right|_D = \left. \frac{\partial i_C}{\partial u_{EB}} \right|_D = -\alpha_F \frac{1}{U_T} I_{ES} e^{\frac{u_{EB}}{U_T}} \Big|_D = -\alpha_F \frac{1}{U_T} I_{ES} e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} = -\alpha_F g_{11b}.$$

Izračunani parametri določajo lastnosti tranzistorja kot ojačevalnika majhnih počasnih signalov. S pomočjo zapisanih četrupolnih prevodnostnih enačb lahko v tem primeru tranzistor nadomestimo z vezjem linearnih elementov.



Slika 4.23: Bipolarni tranzistor kot nelinearni četrupolni element lahko pri krmiljenju z majhnimi signali nadomestimo z vezjem linearnih elementov

Naloga 4.18

Za *pnp* bipolarni tranzistor v orientaciji s skupno bazo je grafično prikazana izhodna statična karakteristika $I_C(U_{EB}, U_{CB})|_{U_{EB}=\text{parameter}}$. Določite četrupolna parametra g_{21b} in g_{22b} v izbrani delovni točki ($-U_{CB} = 5 \text{ V}$, $-I_C = 20 \text{ mA}$) in izračunajte napetostno ojačenje A_u , če je na izhodu priključeno breme z $R_b = 140 \Omega$.

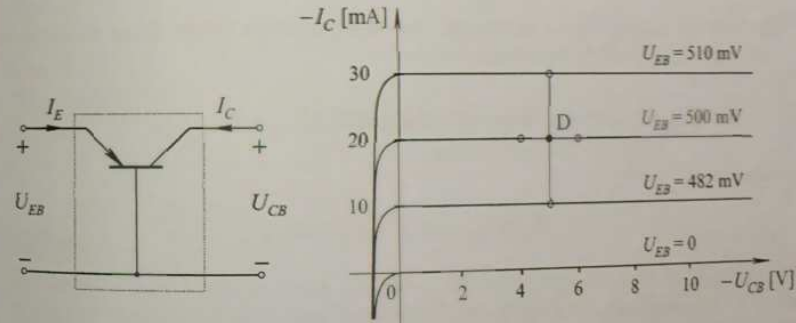
Podatki:

$$-U_{CB} = 5 \text{ V}$$

$$-I_C = 20 \text{ mA}$$

$$R_b = 140 \Omega$$

$$g_{21b} = ?, g_{22b} = ?, A_u = ?$$



Slika 4.24: Simbol bipolarnega *pnp* tranzistorja v orientaciji s skupno bazo in izhodna statična karakteristika $I_C(U_{EB}, U_{CB})|_{U_{EB}=\text{parameter}}$ z vrisano delovno točko D

Rešitev:

Zapišimo najprej četrupolni prevodnostni enačbi:

$$\Delta I_E = g_{11b} \Delta U_{EB} + g_{12b} \Delta U_{CB},$$

$$\Delta I_C = g_{21b} \Delta U_{EB} + g_{22b} \Delta U_{CB}.$$

Zahtevana prevodnostna parametra določimo s pomočjo variacij ustreznih veličin okrog mirovne delovne točke v karakteristiki:

$$g_{21b} = \left. \frac{\Delta I_C}{\Delta U_{EB}} \right|_{\Delta U_{CB}=0} = \frac{(-30 \text{ mA}) - (-10 \text{ mA})}{510 \text{ mV} - 482 \text{ mV}} = \underline{\underline{-714 \text{ mS}}},$$

$$g_{22b} = \left. \frac{\Delta I_C}{\Delta U_{CB}} \right|_{\Delta U_{EB}=0} = \frac{(-20 \text{ mA}) - (-20 \text{ mA})}{(-6 \text{ V}) - (-4 \text{ V})} = \underline{\underline{0 \text{ mS}}}.$$

Napetostno ojačenje majhnih signalov je:

$$A_u = \left. \frac{\Delta U_{CB}}{\Delta U_{EB}} \right|_D.$$

Z vozliščno metodo lahko za izhodni del nadomestnega vezja, ki je narisano na sliki 4.23 v nalogi 4.17, zapišemo:

$$g_{21b} \Delta U_{EB} + g_{22b} \Delta U_{CB} + G_b \Delta U_{CB} = 0$$

oziroma

$$g_{21b} \Delta U_{EB} = -(G_b + g_{22b}) \Delta U_{CB}$$

in dobimo:

$$A_u = \left. \frac{\Delta U_{CB}}{\Delta U_{EB}} \right|_D = -\frac{g_{21b}}{g_{22b} + G_b} = -\frac{-714 \text{ mS}}{0 \text{ mS} + 7.14 \text{ mS}} = \underline{\underline{+100}}.$$

Bipolarni tranzistor v orientaciji s skupno bazo ima za majhne signale veliko in pozitivno napetostno ojačenje.

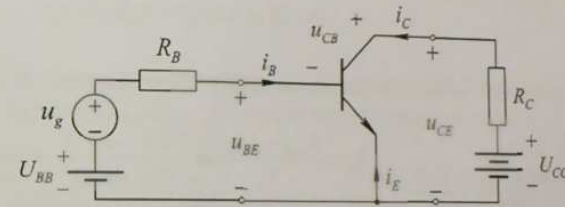
Naloga 4.19

Bipolarni *n*p*n* tranzistor je povezan z zunanjimi elementi, kot prikazuje slika 4.25. Za dane vrednosti elementov določite tokove in napetosti tranzistorja v mirovni delovni točki. Določite medtemenske vrednosti napetosti u_{bep} in u_{cep} ter tokov i_{bep} in i_{cep} , če je medtemenska vrednost nizkofrekvenčne napetosti sinusnega generatorja 0.525 V. Ocenite tudi velikost napetostnega ojačenja A_u .

Podatki:

$$\begin{aligned} U_{BB} &= 1.2 \text{ V} \\ u_{gpp} &= 0.525 \text{ V} \\ R_B &= 25 \text{ k}\Omega \\ U_{CC} &= 10 \text{ V} \\ R_C &= 2 \text{ k}\Omega \\ \beta_F &= 100 \\ U_{BE} &= 0.7 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{CE}, I_B, I_C &= ? \\ u_{bep}, u_{cep}, &= ? \\ i_{bep}, i_{cep} &= ? \end{aligned}$$



Slika 4.25: Preprosto tranzistorsko vezje za analizo tokov in napetosti

Rešitev:

Pri analizi elektronskih vezij pogosto zapišemo trenutne vrednosti tokov in napetosti tranzistorja kot vsote enosmernih komponent, ki določajo delovno točko na karakteristiki tranzistorja, in časovno spremenljivih komponent, ki običajno ustrezajo koristnemu signalu. Pri tem enosmerne komponente signalov označujemo z velikimi tiskanimi črkami, za časovno spremenljive komponente pa je v rabi več načinov označevanja, npr. ΔI , ΔU ali \underline{I} , \underline{U} . V obravnavanem primeru bomo uporabili način označevanja, ki ga v elektroniki srečamo najpogosteje in je tudi najsplošnejši. Po tem načinu tokove in napetosti tranzistorja zapišemo kot vsote:

$$\begin{aligned} i_B(t) &= I_B + i_b(t), & i_C(t) &= I_C + i_c(t), & i_E(t) &= I_E + i_e(t) \quad \text{in} \\ u_{BE}(t) &= U_{BE} + u_{be}(t), & u_{CE}(t) &= U_{CE} + u_{ce}(t), & u_{CB}(t) &= U_{CB} + u_{cb}(t). \end{aligned}$$

Za dani primer izračunajmo najprej tokove in napetosti tranzistorja v mirovni delovni točki. Pri tej analizi vzamemo $u_g = 0$, tokove in napetosti pa glede na uvodni zapis označimo z $i_B = I_B$, $i_C = I_C$, $i_E = I_E$, $u_{BE} = U_{BE}$, $u_{CE} = U_{CE}$ in $u_{BC} = U_{BC}$.

Glede na znane podatke lahko iz vhodne zanke enačbe izračunamo najprej bazni tok I_B . Splošna vhodna zanka enačba:

$$u_g(t) + U_{BB} - u_{BE}(t) - R_B i_B(t) = 0$$

se pri določanju mirovne delovne točke spremeni v obliko:

$$U_{BB} - U_{BE} - R_B I_B = 0,$$

iz katere lahko izrazimo in izračunamo mirovni bazni tok:

$$I_B = \frac{U_{BB} - U_{BE}}{R_B} = \frac{1.2 \text{ V} - 0.7 \text{ V}}{25 \times 10^3 \Omega} = \underline{\underline{20 \mu\text{A}}}.$$

Z ojačenjem tranzistorja β lahko izračunamo mirovni kolektorski tok I_C :

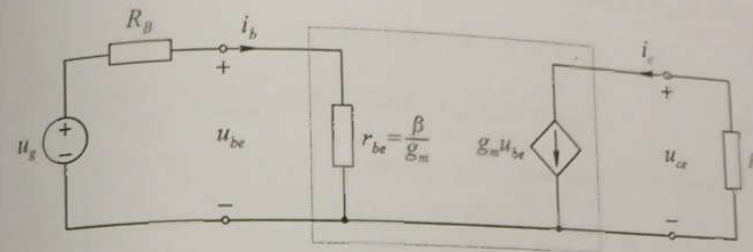
$$I_C = \beta_F I_B = 100 \cdot 20 \times 10^{-6} \text{ A} = \underline{\underline{2 \text{ mA}}}.$$

Pri izračunu kolektorsko-emitorske napetosti U_{CE} si pomagamo z izhodno zanko enačbo:

$$U_{CC} - U_{CE} - R_C I_C = 0.$$

$$\text{Dobimo: } U_{CE} = U_{CC} - R_C I_C = 10 \text{ V} - 2 \times 10^3 \Omega \cdot 2 \times 10^{-3} \text{ A} = \underline{\underline{6 \text{ V}}}.$$

Drugi del naloge zahteva izračun medtemenske vrednosti signalov, ki so posledica delovanja napetostnega sinusnega generatorja na vrodu preprostega tranzistorskega vezja. V tem primeru nas ne zanima, ali gre za krmiljenje z majhnimi signali brez popačenja, vhodni izmenični signal večje amplitude smo izbrali zgolj zaradi nazornosti grafičnega prikaza delovanja tranzistorja kot ojačevalnika majhnih signalov. Pri določanju majhnih nizkofrekvenčnih signalov si običajno pomagamo z ustreznim nadomestnim vezjem tranzistorja. V danem primeru je najugodnejša izbira osnovno nadomestno vezje π , ki ga prikazuje slika 4.26.



Slika 4.26: Nadomestno vezje tranzistorja v orientaciji s skupnim emitorjem pri krmiljenju z majhnimi signali.

Za izračun medtemenske napetosti med bazo in emitorjem u_{bepp} moramo poznati vrednost diferencialne upornosti r_{be} , ki je določena s transkonduktanco $g_m = I_C / U_T$ in ojačenjem β_F :

$$r_{be} = \frac{\beta_F}{g_m} = \beta_F \frac{U_T}{I_C} = 100 \frac{0.02566 \text{ V}}{2 \times 10^{-3} \text{ A}} = 1283 \Omega.$$

Iz vhodne zanke enačbe:

$$u_g - r_{be} i_b - R_B i_b = 0$$

dobimo najprej izraz za tok i_{bpp} :

$$i_{bpp} = \frac{u_{gpp}}{r_{be} + R_B} = \frac{0.525 \text{ V}}{1.283 \text{ k}\Omega + 25 \text{ k}\Omega} = \underline{\underline{20 \mu\text{A}}},$$

napetost u_{bepp} pa je:

$$u_{bepp} = r_{be} i_{bpp} = 1.283 \text{ k}\Omega \cdot 20 \mu\text{A} = \underline{\underline{25.66 \text{ mV}}}.$$

Medtemenski kolektorski tok je:

$$i_{cpp} = \beta_F i_{bpp} = 100 \cdot 20 \mu\text{A} = \underline{\underline{2 \text{ mA}}}.$$

Naloga 4.20

Izračunajte ojačenje toka, napetosti in moči ter vhodno in izhodno upornost tranzistorskega ojačevalnika majhnih nizkofrekvenčnih harmoničnih signalov v odvisnosti od bremenske in generatorske upornosti ter elementov nadomestnega vezja tranzistorja. Tranzistor deluje v aktivnem območju v orientaciji s skupnim emitorjem.

Podatki:

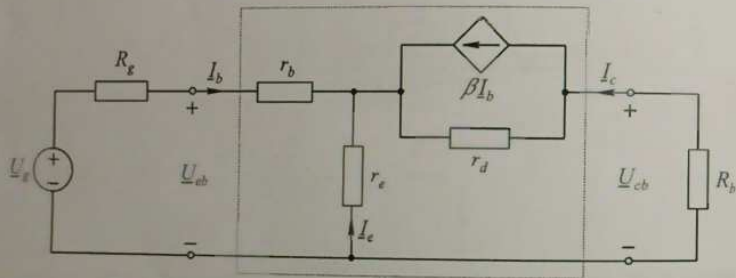
$$\beta_F = \beta = 100$$

$$r_e = 25 \Omega$$

$$r_b = 100 \Omega$$

$$r_d = 5 \text{ k}\Omega$$

$$\underline{A}_i, \underline{A}_u, \underline{A}_p, r_{vh}, r_{izb} = ?$$



Slika 4.29: T-nadomestno vezje tranzistorja pri krmiljenju z majhnimi nizkofrekvenčnimi harmoničnimi signali

Rešitev:

Zahtevano analizo lastnosti tranzistorja kot ojačevalnika majhnih signalov bomo oprli na dani T-model tranzistorja. Najprej določimo tokovno ojačenje, ki je definirano kot razmerje izmenične komponente (kompleksorja) toka, ki teče iz tranzistorja v breme ($-\underline{I}_c$), in izmenične komponente (kompleksorja) toka, ki teče na vohu v tranzistor (\underline{I}_b) (po dogovoru kompleksorje označujemo s podčrtajem):

$$\underline{A}_i = -\frac{\underline{I}_c}{\underline{I}_b}$$

S pomočjo Kirchhoffovih zakonov in Ohmovega zakona moramo priti do enačbe, v kateri bosta od zunanjih veličin tranzistorja nastopala le tokova \underline{I}_c in \underline{I}_b . Izhajajmo iz izhodne zanke enačbe:

$$R_b \underline{I}_c + r_d (\underline{I}_c - \beta \underline{I}_b) - r_e \underline{I}_c = 0.$$

Iz vozliščne enačbe tranzistorja $\underline{I}_b + \underline{I}_c + \underline{I}_e = 0$ izrazimo tok \underline{I}_e :

$$\underline{I}_e = -\underline{I}_b - \underline{I}_c$$

in ga vstavimo v zanko enačbo:

$$R_b \underline{I}_c + r_d (\underline{I}_c - \beta \underline{I}_b) + r_e (\underline{I}_b + \underline{I}_c) = 0.$$

Po ureditvi pridemo do enačbe:

$$(R_b + r_d + r_e) \underline{I}_c + (\beta r_d - r_e) \underline{I}_b = 0,$$

iz katere lahko izrazimo tokovno ojačenje:

$$\underline{A}_i = -\frac{\underline{I}_c}{\underline{I}_b} = -\frac{\beta r_d - r_e}{R_b + r_d + r_e}.$$

Kot v danem primeru tudi sicer pogosto velja, da je $r_e \ll r_d$, zato zapišimo še poenostavljeni izraz za tokovno ojačenje:

$$\underline{A}_i \cong -\frac{\beta r_d}{R_b + r_d}.$$

Pomemben vpliv na tokovno ojačenje ima diferencialna upornost $r_d = (1 - \alpha_F) r_c$ v kolektorski veji in bremenska upornost R_b . Odvisnost tokovnega ojačenja \underline{A}_i od priključenega bremena R_b prikazuje slika 4.30a.

Napetostno ojačenje majhnih signalov \underline{A}_u je razmerje med izmenično komponento napetosti na bremenu \underline{U}_{ce} in izmenično komponento napetosti na vohu \underline{U}_{be} :

$$\underline{A}_u = \frac{\underline{U}_{ce}}{\underline{U}_{be}}$$

V tem primeru izhajajmo iz vhodne zanke enačbe:

$$\underline{U}_{be} + r_e \underline{I}_e - r_b \underline{I}_b = 0,$$

iz katere najprej izločimo emitorski tok $\underline{I}_e = -\underline{I}_b - \underline{I}_c$:

$$\underline{U}_{be} + r_e (-\underline{I}_b - \underline{I}_c) - r_b \underline{I}_b = 0,$$

nato jo uredimo:

$$\underline{U}_{be} = (r_b + r_e) \underline{I}_b + r_e \underline{I}_c.$$

Kolektorski tok \underline{I}_c eliminiramo z izhodno vozliščno enačbo:

$$-\underline{I}_c = \frac{\underline{U}_{ce}}{R_b},$$

bazni tok pa izrazimo s tokovnim ojačenjem \underline{A}_i :

$$\underline{I}_b = -\frac{\underline{I}_c}{\underline{A}_i} = \frac{\underline{U}_{ce}}{\underline{A}_i R_b}.$$

Dobimo:

$$\underline{U}_{be} = \frac{(r_b + r_e)}{\underline{A}_i R_b} \underline{U}_{ce} - \frac{r_e}{R_b} \underline{U}_{ce} = \frac{1}{R_b} \left(\frac{r_b + r_e}{\underline{A}_i} - r_e \right) \underline{U}_{ce},$$

napetostno ojačenje \underline{A}_u pa je:

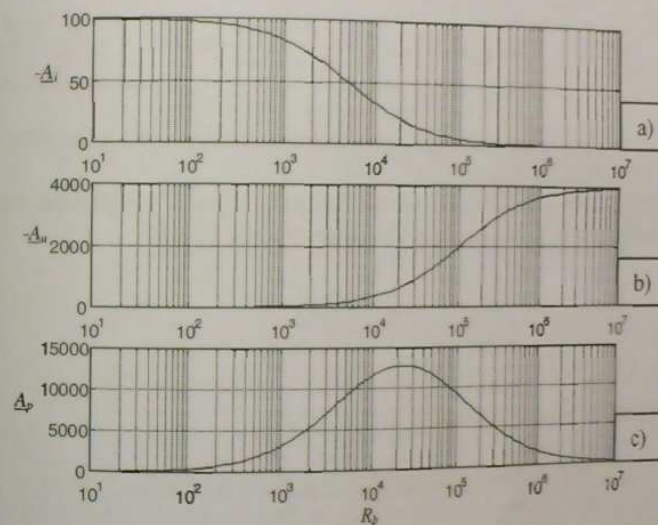
$$\underline{A}_u = \frac{\underline{U}_{ce}}{\underline{U}_{be}} = -\frac{R_b}{\frac{r_b + r_e}{\underline{A}_i} + r_e} = -\frac{R_b}{\frac{(r_b + r_e)(R_b + r_d + r_e)}{\beta r_d - r_e} + r_e}.$$

Predznak minus pomeni, da tranzistor signalom obrača fazo za 180° . Odvisnost napetostnega ojačenja od priključenega bremena prikazuje slika 4.30b.

Močnostno ojačenje majhnih signalov \underline{A}_p je razmerje med izmenično komponento moči, ki se troši na bremenu $P_b = P_{sch}$ in izmenično komponento moči na vходу P_{vh} :

$$\underline{A}_p = \frac{P_{sch}}{P_{vh}} = -\frac{\underline{I}_c \underline{U}_{ce}}{\underline{I}_b \underline{U}_{be}} = \underline{A}_i \underline{A}_u.$$

Močnostno ojačenje je produkt napetostnega in tokovnega ojačenja. Njegovo odvisnost od priključenega bremena prikazuje slika 4.30c.



Slika 4.30: Tokovno ojačenje \underline{A}_i (a), napetostno ojačenje \underline{A}_u (b) in močnostno ojačenje \underline{A}_p (c) majhnih harmoničnih signalov v odvisnosti od priključenega bremena R_b (v Ω)

Vhodna upornost, ki jo čutijo majhni izmenični signali, je določena z razmerjem napetosti in toka na vходу:

$$r_{vh} = \frac{\underline{U}_{be}}{\underline{I}_b}$$

Z že znanima eliminacijama emitorskega in kolektorskega toka v vhodni zančni enačbi:

$$\underline{U}_{be} = r_b \underline{I}_b - r_e \underline{I}_e = r_b \underline{I}_b + r_e (\underline{I}_b + \underline{I}_c) = r_b \underline{I}_b + r_e \underline{I}_b - \underline{A}_i r_e \underline{I}_b$$

dobimo enačbo:

$$\underline{U}_{be} = [r_b + (1 - \underline{A}_i) r_e] \underline{I}_b,$$

s katero izrazimo vhodno upornost:

$$R_{vh} = \frac{\underline{U}_{be}}{\underline{I}_b} = r_b + (1 - \underline{A}_i) r_e = r_b + \left(1 + \frac{\beta r_d - r_e}{R_b + r_e + r_d}\right) r_e = r_b + r_e \frac{R_b + (\beta + 1) r_d}{R_b + r_e + r_d}.$$

Odvisnost vhodne upornosti r_{vh} od priključenega bremena prikazuje slika 4.31a.

Izhodna upornost, ki jo čutijo majhni izmenični signali, je določena z razmerjem napetosti in toka na izhodu pri napetosti generatorja $\underline{U}_g = 0$:

$$R_{izh} = \left. \frac{\underline{U}_{ce}}{\underline{I}_c} \right|_{\underline{U}_g = 0}.$$

V tem primeru moramo v izhodni zančni enačbi:

$$\underline{U}_{ce} = (\underline{I}_c - \beta \underline{I}_b) r_d - \underline{I}_e r_e = \underline{I}_c (r_d + r_e) + \underline{I}_b (r_e - \beta r_d)$$

izločiti bazni tok \underline{I}_b , kar storimo z vhodno zančno enačbo:

$$\underline{U}_g = \underline{I}_b (R_g + r_b) - \underline{I}_e r_e = \underline{I}_b (R_g + r_b + r_e) + \underline{I}_c r_e,$$

v kateri postavimo $\underline{U}_g = 0$, in dobimo:

$$\underline{I}_b = -\underline{I}_c \frac{r_e}{R_g + r_b + r_e}.$$

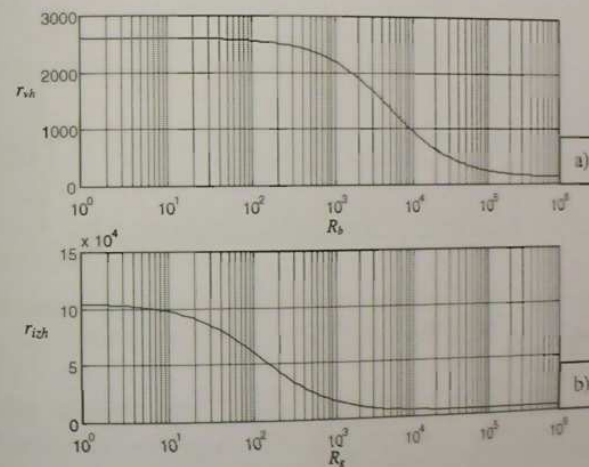
Po ureditvi izhodne zančne enačbe:

$$\underline{U}_{ce} = \underline{I}_c (r_d + r_e) - \underline{I}_c \frac{r_e (r_e - \beta r_d)}{R_g + r_b + r_e} = \underline{I}_c (r_d + r_e) \frac{R_g + r_b + \beta r_d}{R_g + r_b + r_e}$$

lahko izrazimo izhodno upornost, ki jo čutijo majhni izmenični signali:

$$\underline{R}_{izh} = \frac{\underline{U}_{ce}}{\underline{I}_c} = r_d + r_e \frac{R_g + r_b + \beta r_d}{R_g + r_b + r_e}.$$

Odvisnost vhodne upornosti r_{vh} od priključenega bremena prikazuje slika 4.31b.



Slika 4.31: Vhodna upornost r_{vh} (a) in izhodna upornost r_{izh} (b) tranzistorskega ojačevalnika majhnih nizkofrekvenčnih signalov v odvisnosti od bremenske in generatorske upornosti (vse upornosti so v Ω)

Naloga 4.21

Izračunajte enosmerni emitorski tok, ki je potreben, da bo napetostno ojačenje ojačevalnika majhnih nizkofrekvenčnih signalov s tranzistorjem v orientaciji s skupno bazo v aktivnem območju enako 200.

Podatki:

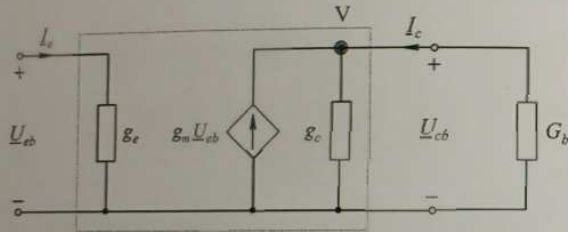
$$A_u = 200$$

$$\alpha_F = 0.99$$

$$g_c = 1 \mu\text{S}$$

$$G_b = 1 \text{ mS}$$

$$I_E(A_u = 200) = ?$$



Slika 4.32: Nadomestno vezje tranzistorja v orientaciji s skupno bazo kot ojačevalnik majhnih nizkofrekvenčnih signalov

Rešitev:

Napetostno ojačenje A_u je po definiciji:

$$A_u = \frac{U_{cb}}{U_{eb}}$$

Da bomo prišli do zahtevanega kvocienta napetosti U_{cb} in U_{eb} , zapišimo vozliščno enačbo označenega izhodnega vozlišča V:

$$g_m U_{eb} - g_c U_{cb} - G_b U_{cb} = 0.$$

Enačbo uredimo in upoštevajmo znano zvezo $g_m = \alpha_F g_c$:

$$\alpha_F g_c U_{eb} = (G_b + g_c) U_{cb}.$$

Napetostno ojačenje majhnih signalov je torej:

$$A_u = \frac{\alpha_F g_c}{G_b + g_c}.$$

g_c je diferencialna prevodnost vhodne emitorske diode in je določena z enosmernim tokom I_E te diode:

$$g_c = \frac{I_E}{U_T}.$$

Z združitvijo enačbe za diferencialno prevodnost g_c in enačbe za napetostno ojačenje A_u pridemo do izraza za izračun potrebnega enosmernega emitorskega toka I_E za zahtevano napetostno ojačenje. Dobimo:

$$I_E = g_c U_T = \frac{A_u}{\alpha_F} (G_b + g_c) \cdot U_T = \frac{200}{0.99} (10^{-3} \text{ S} + 10^{-6} \text{ S}) \cdot 25.66 \text{ mV} \approx \underline{\underline{5.2 \text{ mA}}}.$$

Ob tej nalogi velja poudariti, da ojačevalne lastnosti tranzistorja določajo enosmerni delovni pogoji.

Naloga 4.22

Z ustreznim nadomestnim vezjem bipolarnega tranzistorja v aktivnem območju v orientaciji s skupnim emitorjem izračunajte admitančne četverpolne parametre y_{je} pri $\omega = 10^8 \text{ rad/s}$ in določite kratkostično tokovno ojačenje $A_{IF}(\omega, U_{ce} = 0) = -\beta_F(\omega)$. Ugotovite, ali je dana frekvenca majhnih signalov manjša ali večja od mejne frekvence ω_β ?

Podatki:

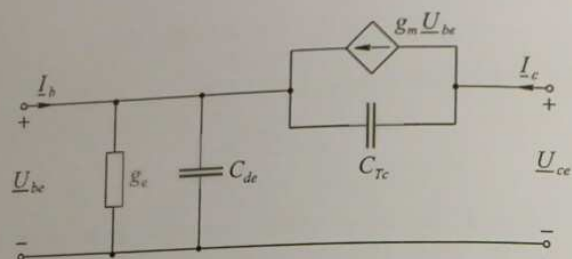
$$\alpha_F(\omega = 0) = \alpha_0 = 0.99$$

$$g_c = 40 \text{ mS}$$

$$C_{de} = 100 \text{ pF}$$

$$C_{Tc} = 10 \text{ pF}$$

$$y_{je}, A_{IF}(\omega, U_{ce} = 0) = -\beta_F(\omega) = ?$$



Slika 4.33: Visokofrekvenčno nadomestno vezje tranzistorja v orientaciji s skupnim emitorjem kot ojačevalnik majhnih signalov

Rešitev:

a) Določitev admitančnih parametrov:

Admitančne parametre y_{ije} bomo dobili iz primerjave enačbe za vhodni tok I_b in enačbe za izhodni tok I_c nadomestnega vezja (slika 4.33) z admitančnima enačbama:

$$I_b = y_{11e} U_{be} + y_{12e} U_{ce},$$

$$I_c = y_{21e} U_{be} + y_{22e} U_{ce}.$$

Iz enačbe vhodnega vozlišča:

$$I_b - (g_e + j\omega C_{de})U_{be} + g_m U_{be} + j\omega C_{Tc}(U_{ce} - U_{be}) = 0$$

dobimo po ureditvi prvo admitančno enačbo:

$$I_b = \underbrace{[g_e - g_m + j\omega(C_{de} + C_{Tc})]}_{y_{11e}} U_{be} - \underbrace{j\omega C_{Tc}}_{y_{12e}} U_{ce}.$$

Iz enačbe izhodnega vozlišča:

$$I_c - g_m U_{be} - j\omega C_{Tc}(U_{ce} - U_{be}) = 0$$

pa dobimo drugo admitančno enačbo:

$$I_c = \underbrace{(g_m - j\omega C_{Tc})}_{y_{21e}} U_{be} + \underbrace{j\omega C_{Tc}}_{y_{22e}} U_{ce}.$$

Admitančni parametri y_{ije} so v enačbah jasno razvidni in jih lahko zapišemo ter pri dani frekvenci $\omega = 10^8$ rad/s ob upoštevanju znane zveze $g_m = \alpha_0 g_e$ tudi izračunamo:

$$y_{11e} = g_e - g_m + j\omega(C_{de} + C_{Tc})$$

$$= 40 \text{ mS} - 39.6 \text{ mS} + j10^8 \text{ rad/s} \cdot (100 \text{ pF} + 10 \text{ pF}) = \underline{\underline{(0.4 + j11) \text{ mS}}}$$

$$y_{12e} = -j\omega C_{Tc}$$

$$= -j10^8 \text{ rad/s} \cdot 10 \text{ pF} = \underline{\underline{-j1 \text{ mS}}}$$

$$y_{21e} = g_m - j\omega C_{Tc}$$

$$= 39.6 \text{ mS} - j10^8 \text{ rad/s} \cdot 10 \text{ pF} = \underline{\underline{(39.6 - j1) \text{ mS}}}$$

$$y_{22e} = j\omega C_{Tc}$$

$$= j10^8 \text{ rad/s} \cdot 10 \text{ pF} = \underline{\underline{j1 \text{ mS}}}$$

b) Določitev kratkostičnega tokovnega ojačenja $A_{IF}(\omega | U_{ce} = 0) = -\beta_F(\omega)$:

Kratkostično tokovno ojačenje A_{IF} je definirano kot tokovno ojačenje pri kratkem stiku za izmenične signale na izhodu. V danem primeru je:

$$A_{IF}(\omega) \Big|_{U_{ce}=0} = -\beta_F(\omega) = -\frac{I_c}{I_b} \Big|_{U_{ce}=0}.$$

Ob upoštevanju admitančnih enačb lahko zapišemo:

$$A_{IF}(\omega) \Big|_{U_{ce}=0} = -\frac{I_c}{I_b} \Big|_{U_{ce}=0} = -\frac{y_{21e}}{y_{11e}} = -\frac{g_m - j\omega C_{Tc}}{g_e - g_m + j\omega(C_{de} + C_{Tc})}.$$

Če upoštevamo še znano zvezo $g_m = \alpha_0 g_e$, dobimo končni izraz za kratkostično tokovno ojačenje majhnih signalov za orientacijo s skupnim emitorjem v aktivnem območju v odvisnosti od elementov nadomestnega vezja in frekvence ($\omega = 2\pi f$):

$$\underline{A}_{if}(\omega)\Big|_{U_{ce}=0} = -\frac{L_c}{L_b}\Big|_{U_{ce}=0} = -\frac{y_{21e}}{y_{11e}} = -\frac{\alpha_0 g_e - j\omega C_{Tc}}{(1-\alpha_0)g_e + j\omega(C_{de} + C_{Tc})}$$

Pri pogoju $\omega \rightarrow 0$ gre vrednost ojačenja proti:

$$\underline{A}_{if}(\omega \rightarrow 0)\Big|_{U_{ce}=0} = -\beta_F(\omega \rightarrow 0) = -\frac{\alpha_0}{(1-\alpha_0)} = -\beta_0,$$

kar je za orientacijo s skupnim emitorjem tudi pričakovan rezultat.

Izračun ojačenja pri $\omega = 10^8$ rad/s poenostavimo tako, da vstavimo že izračunane vrednosti za y_{21e} in y_{11e} :

$$\underline{A}_{if}(\omega = 10^8 \text{ rad/s})\Big|_{U_{ce}=0} = -\frac{y_{21e}}{y_{11e}} = -\frac{(39.6 - j1) \text{ mS}}{(0.4 + j11) \text{ mS}} = -(0.0396 - j3.599).$$

Realni del ojačenja je mnogo manjši od imaginarnega, zato lahko približno uganemo:

$$\left| \underline{A}_{if}(\omega = 10^8 \text{ rad/s})\Big|_{U_{ce}=0} \right| \cong \text{Im} \left[\underline{A}_{if}(\omega = 10^8 \text{ rad/s})\Big|_{U_{ce}=0} \right] = 3.599.$$

Ker je absolutna vrednost kratkostičnega ojačenja blizu vrednosti 1, je frekvenca $\omega = 10^8$ rad/s že blizu mejne frekvence ω_T , torej je znatno večja od mejne frekvence ω_β . Pri obravnavanem tranzistorju je dana frekvenca zelo visoka.

Naloga 4.23

Pri mejni frekvenci $f_\beta = 1$ MHz znaša $|\beta| = 70$. Izračunajte β_0 , α_0 , f_α in f_T .

Podatki:

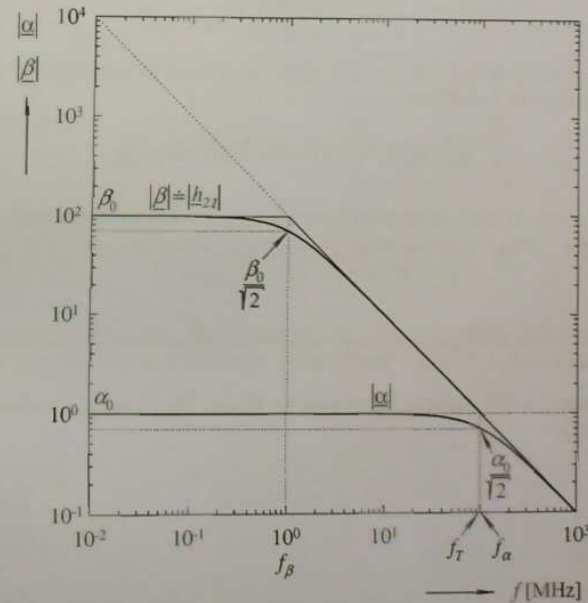
$$f_\beta = 1 \text{ MHz}$$

$$|\beta(f_\beta)| = 70$$

$$\beta_0, \alpha_0, f_\alpha, f_T = ?$$

Rešitev:

Vse veličine, s katerimi se bomo srečali pri reševanju te naloge, so označene na sliki 4.34, ki prikazuje frekvenčna poteka absolutnih vrednosti kratkostičnih tokovnih ojačenj tranzistorja $|\alpha|$ in $|\beta|$.



Slika 4.34: Frekvenčna odvisnost tokovnih ojačenj $|\alpha|$ in $|\beta|$ bipolarnega tranzistorja

Iz definicije frekvence f_β sledi:

$$|\beta|_{f=f_\beta} = \frac{\beta_0}{\sqrt{2}} = 70$$

in

$$\beta_0 = 70 \cdot \sqrt{2} = \underline{99}.$$

Iz zveze med α_0 in β_0 dobimo:

$$\alpha_0 = \frac{\beta_0}{1 + \beta_0} = \frac{99}{100} = \underline{0.99}.$$

Iz zveze med f_α in f_β dobimo:

$$f_\alpha = \frac{f_\beta}{1 - \alpha_0} = \frac{1 \text{ MHz}}{1 - 0.99} = \underline{100 \text{ MHz}}.$$

Iz zveze med f_T in f_α dobimo:

$$f_T = \alpha_0 f_\alpha = 0.99 \cdot 100 \text{ MHz} = \underline{99 \text{ MHz}}.$$

Preproste zveze, ki smo jih uporabili pri reševanju te naloge, nam torej omogočajo, da iz meritev $|\beta|$ pri frekvencah do f_β določimo mejni frekvenci f_T in f_α .

Naloga 4.24

Pri frekvenci $f = 100 \text{ MHz}$ je izmerjena vrednost $|\underline{h}_{21e}| = 10$. Izračunajte mejno frekvenco f_T .

Podatki:

$$f = 100 \text{ MHz}$$

$$|\underline{h}_{21e}| = 10$$

$$f_T = ?$$

Rešitev:

Iz zveze med \underline{h}_{21e} in β :

$$\underline{h}_{21e} \equiv \beta = \frac{\beta_0}{1 + j \frac{f}{f_\beta}}$$

Sledi:

$$|\underline{h}_{21e}| \equiv |\beta| = \frac{\beta_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_\beta}\right)^2}}.$$

V področju visokih frekvenc $f \gg f_\beta$ lahko izraz poenostavimo:

$$|\underline{h}_{21e}| \equiv |\beta| \equiv \beta_0 \frac{f_\beta}{f}.$$

Če upoštevamo še zveze med f_β , f_α in f_T : $f_\beta = f_\alpha (1 - \alpha_0)$ in $f_T = \alpha_0 f_\alpha$, sledi:

$$|\underline{h}_{21e}| \equiv |\beta| \equiv \beta_0 (1 - \alpha_0) \frac{f_\alpha}{f} = \alpha_0 \frac{f_\alpha}{f} = \frac{f_T}{f}.$$

V danem primeru je torej mejna frekvenca:

$$f_T = |\underline{h}_{21e}| f = 10 \cdot 100 \text{ MHz} = \underline{1 \text{ GHz}}.$$

Opisana metoda omogoča, da iz meritve $|\underline{h}_{21e}|$ pri določeni frekvenci ($f \gg f_\beta$), določimo mejno frekvenco f_T in ni potrebno iskati $|\underline{h}_{21e}| = 1$, ko velja $f = f_T$.

5.1 Spojni FET

Naloga 5.1

Spojni FET z n -kanalom ima specifično upornost prevodnega kanala $\rho_n = 4.64 \Omega\text{cm}$, metalurška debelina kanala je $4.85 \mu\text{m}$. Pri kateri napetosti U_{DS} pride do zadrnitve kanala, če je napetost na krmilni elektrodi $U_{GS} = -1 \text{ V}$. Pri $U_{GS} = -1 \text{ V}$ teče v območju nasičenja skozi tranzistor tok $I_{DS} = 2.25 \text{ mA}$. Izračunajte največji tok nasičenja I_{DSS} .

Podatki:

$$\rho_n = 4.64 \Omega\text{cm}$$

$$D = 4.85 \mu\text{m}$$

$$U_D = 0.7 \text{ V}$$

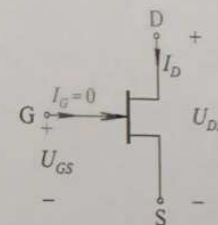
$$U_{GS} = -1 \text{ V}$$

$$I_{DS} = 2.25 \text{ mA}$$

$$\mu_n = 1345 \text{ cm}^2/\text{Vs}$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \times \epsilon_{\text{Si}} \approx 10^{-12} \text{ As}(\text{Vcm})^{-1}$$

$$U_{DS}, I_{DSS} = ?$$



Slika 5.1: Simbol spojnega FET tranzistorja z n -kanalom

Rešitev:

V območju nasičenja velja med ponorskim tokom I_{DS} (dodani indeks S opozarja na območje nasičenja) in napetostjo U_{GS} približna enačba:

$$I_{DS} \approx I_{DSS} \left(1 - \frac{U_{GS}}{U_p}\right)^2,$$

pri čemer je I_{DSS} največji tok nasičenja, ki teče pri krmilni napetosti $U_{GS} = 0$. U_p pa je napetost zadrnitve, ki jo določajo snovno-geometrijske lastnosti kanala, kar je za n -kanal razvidno tudi iz enačbe:

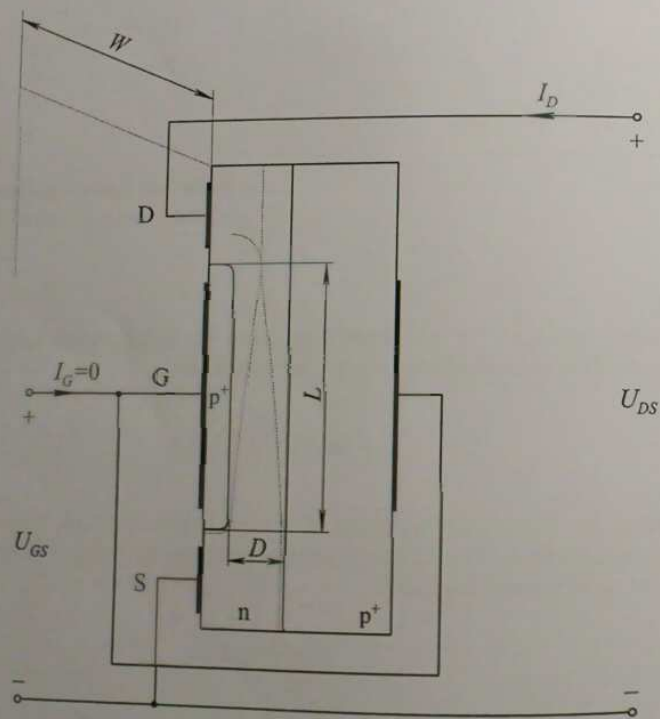
$$U_p = -\frac{qN_D D^2}{8\epsilon} + U_D.$$

Koncentracijo primesi N_D v kanalu, ki jo potrebujemo za izračun napetosti U_p , lahko izračunamo iz znane specifične upornosti kanala. V polprevodniku n -tipa je specifična upornost določena z izrazom:

$$\rho_n = \frac{1}{q\mu_n n_n} \equiv \frac{1}{q\mu_n N_D}$$

iz katerega dobimo iskano koncentracijo:

$$N_D \equiv \frac{1}{q\mu_n \rho_n} = \frac{1}{1.6 \times 10^{-19} \text{ As} \cdot 1345 \text{ cm}^2 (\text{Vs})^{-1} \cdot 4.64 \text{ VA}^{-1} \text{ cm}} = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$



Slika 5.2: Prerez strukture n -kanalnega spojnega FET tranzistorja

Napetost zadrgrnitve je:

$$U_p = -\frac{qN_D D^2}{8\epsilon} + U_D$$

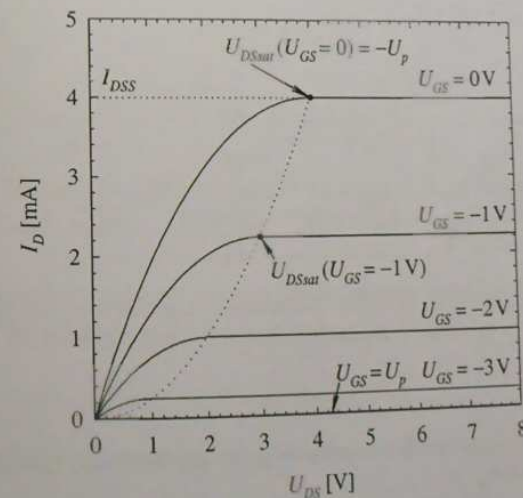
$$= -\frac{1.6 \times 10^{-19} \text{ As} \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3} \cdot (4.85 \times 10^{-4} \text{ cm})^2}{8 \times 10^{-12} \text{ As} (\text{Vcm})^{-1}} + 0.7 \text{ V} = -4 \text{ V}$$

Napetost U_{DSSat} je tista U_{DS} , pri kateri pride do zadrgrnitve kanala, in je odvisna od napetosti na krmilni elektrodi U_{GS} , ki je v danem primeru -1 V :

$$U_{DSSat} = U_{GS} - U_p = -1 \text{ V} + 4 \text{ V} = 3 \text{ V}$$

Izračunajmo še največji tok nasičenja:

$$I_{DSS} = \frac{I_{DS}}{\left(1 - \frac{U_{GS}}{U_p}\right)^2} = \frac{2.25 \text{ mA}}{\left(1 - \frac{-1 \text{ V}}{-4 \text{ V}}\right)^2} = 4 \text{ mA}$$



Slika 5.3: Statična izhodna karakteristika obravnavanega n -kanalnega spojnega FET tranzistorja

Naloga 5.2

Spojni FET z n -kanalom v orientaciji s skupnim izvorom ima napetost zadržnitve $U_p = -5$ V in tok ponora $I_{DSS} = 10$ mA. Na vohodu je priključena baterijska napetost $U_{GG} = 1.5$ V, na izhodu pa $U_{DD} = 18$ V, in sicer preko upornosti $R_D = 2$ k Ω , kot prikazuje slika 5.4. Mirovna delovna točka se nahaja v območju nasičenja. Določite prevodnostne parametre g_{ij} , narišite nadomestno vezje in izračunajte napetostno ojačenje za majhne nizkofrekvenčne signale. Kako se spremeni ojačenje, če majhno medtemensko napetost vhodnega sinusnega generatorja u_g povečamo na 1 V?

Podatki:

$$I_{DSS} = 10 \text{ mA}$$

$$U_p = -5 \text{ V}$$

$$U_{GG} = 1.5 \text{ V}$$

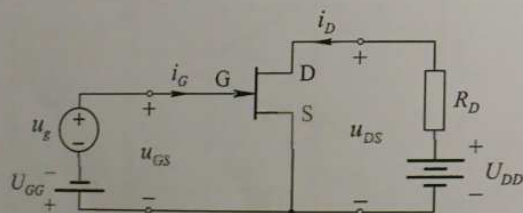
$$U_{DD} = 18 \text{ V}$$

$$R_D = 2 \text{ k}\Omega$$

a) u_g = majhni signali

b) $u_{gpp} = 1$ V

$$g_{ij}, A_u, A_u(u_{gpp} = 1 \text{ V}) = ?,$$



Slika 5.4: Spojni FET tranzistor v orientaciji s skupnim izvorom, ki deluje kot ojačevalnik majhnih nizkofrekvenčnih signalov

Rešitev:

a) Določitev prevodnostnih parametrov g_{ij} in napetostnega ojačenja A_u za majhne signale:

Ker je tok krmilne elektrode $i_G = I_G + i_g$ zanemarljivo majhen, lahko vzamemo, da sta parametra $g_{11s} \approx 0$ in $g_{12s} \approx 0$.

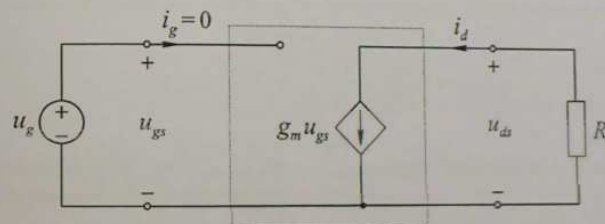
Parameter g_{21s} lahko pri majhnih nizkofrekvenčnih signalih določimo z odvodom enačbe ponorskega toka:

$$g_{21s} = \frac{dI_{DS}}{dU_{GS}} = -\frac{2I_{DSS}}{U_p} \left(1 - \frac{U_{GS}}{U_p}\right) = -\frac{2 \cdot 10 \text{ mA}}{-5 \text{ V}} \left(1 - \frac{-1.5 \text{ V}}{-5 \text{ V}}\right) = \underline{2.8 \text{ mS}}.$$

Parameter g_{21s} imenujemo tudi transkonduktanca in ga navadno označimo z g_m . Določimo še parameter g_{22s} :

$$g_{22s} = \left. \frac{dI_{DS}}{dU_{DS}} \right|_{U_{GS} = \text{konst.}} = \underline{0}.$$

Pri danem idealiziranem opisu (model I. reda) spojni FET tranzistor v območju nasičenja pri krmiljenju z majhnimi nizkofrekvenčnimi signali nadomestimo s krmiljenim napetostnim generatorjem, kot prikazuje slika 5.5.



Slika 5.5: Nadomestno vezje spojnega FET tranzistorja pri krmiljenju z majhnimi nizkofrekvenčnimi signali

Napetostno ojačenje majhnih signalov lahko izrazimo iz enačbe izhodnega vozlišča nadomestnega vezja:

$$g_m u_{gs} + u_{ds} R_D^{-1} = 0.$$

Dobimo:

$$A_u = \frac{u_{ds}}{u_{gs}} = -g_m R_D = -2.8 \text{ mS} \cdot 2 \text{ k}\Omega = \underline{-5.6}.$$

Negativni predznak pomeni, da ojačevalnik obrača fazo za 180° .

b) Določitev ojačenja pri medtemenski napetosti $u_{gpp} = 1 \text{ V}$

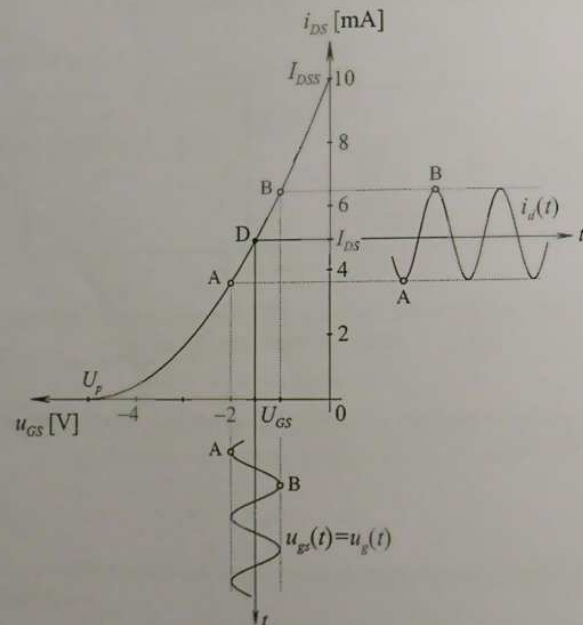
Izračunajmo najprej tokove in napetosti tranzistorja v označenih točkah D, A in B na sliki 5.6. V delovni točki D ($u_g = 0$) je tok ponora:

$$I_{DS} = I_{DSS} \left(1 - \frac{U_{GS}}{U_p}\right)^2 = 10 \text{ mA} \left(1 - \frac{-1.5 \text{ V}}{-5 \text{ V}}\right)^2 = 4.9 \text{ mA},$$

napetost U_{DS} pa:

$$U_{DS} = U_{DD} - R_D I_{DS} = 18 \text{ V} - 2 \text{ k}\Omega \cdot 4.9 \text{ mA} = 8.2 \text{ V}.$$

Pri izračunu toka i_{DS} v točkah A in B moramo v primeru točke A od napetosti U_{GS} odšteti temensko vrednost generatorja $u_{gp} = 0.5 \text{ V}$, v primeru točke B pa isto vrednost prišteti. Dobljeni rezultati so za vse primere zbrani v tabeli 5.1.



Slika 5.6: Prikaz spreminjanja ponorskega toka I_D zaradi vhodnega signala $u_g(t)$, ki je v seriji z baterijsko napetostjo U_{GG}

Tabela 5.1: Tokovi in napetosti ojačevalnika na sliki 5.4 (uskajeno z oznakami na sliki 5.6)

u_{gs} [V]	u_{GS} [V]	i_{DS} [mA]	i_d [mA]	u_{DS} [V]	u_{ds} [V]	$A_u = u_{ds}/u_{gs}$	Točka
0	-1.5	4.9	0	8.2	0	0	D
-0.5	-2.0	3.6	-1.3	10.8	+2.6	-5.2	A
+0.5	-1.0	6.4	+1.5	5.2	-3.0	-6	B

Pri izračunih tokov in napetosti v tabeli 5.1 smo upoštevali še naslednje zveze: $u_{gs} = u_g$, $u_{GS} = -U_{GG} + u_{gs}$, $i_d = i_{DS} - I_{DS}$ in $u_{ds} = u_{DS} - U_{DS}$. Časovno spremenljivo komponento ponorskega toka ΔI_D smo v tem primeru označili z i_d , časovno spremenljivo komponento napetosti ΔU_{GS} z u_{gs} , ΔU_{DS} pa z u_{ds} . Ugotovimo lahko, da je kljub simetričnemu vhodnemu izmeničnemu signalu u_g izhodni izmenični signal u_{ds} nesimetričen – napetostno ojačenje A_u je za pozitivno polperiodo vhodnega signala večje kot za negativno. Pri večjih vhodnih signalih torej pride do izraza nelinearnost ojačevalnika. Izračunajmo še medtemensko napetostno ojačenje:

$$A_{u_{pp}} = \frac{u_{dspp}}{u_{gspp}} = \frac{-3 \text{ V} - 2.6 \text{ V}}{0.5 \text{ V} - (-0.5 \text{ V})} = -5.6.$$

Ob siceršnji nesimetriji in posledičnem popačenju vhodnega signala je to ojačenje po vrednosti enako ojačenju majhnih signalov.

5.2 MOS tranzistor

Naloga 5.3

MOS tranzistor z induciranim n -kanalom ima polprevodniški substrat s specifično upornostjo $\rho = 1.5 \Omega\text{cm}$. Zaradi napetosti na krmilni elektrodi ostane v polprevodniku pod krmilno elektrodo napetostni padec 0.8 V . Narišite krajevne poteke potencialnih nivojev ter porazdelitev elektronov in vrzeli v polprevodniku. Izračunajte specifično upornost kanala na površini polprevodnika. Pri reševanju naloge vzemite, da so izhodne sponke odprte ($I_D = 0$).

Podatki:

$$\mu_n = 1200 \text{ cm}^2(\text{Vs})^{-1}$$

$$\mu_p = 415 \text{ cm}^2(\text{Vs})^{-1}$$

$$\rho = 1.5 \Omega\text{cm}$$

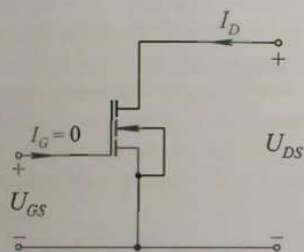
$$n_i = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

$$U_T = 25.66 \text{ mV}$$

$$T = 24.8 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$x_{ox} = 0.1 \mu\text{m}$$

$$\rho_n|_{x=0} = ?$$



Slika 5.7: Simbol MOS tranzistorja z induciranim n -kanalom

Rešitev:

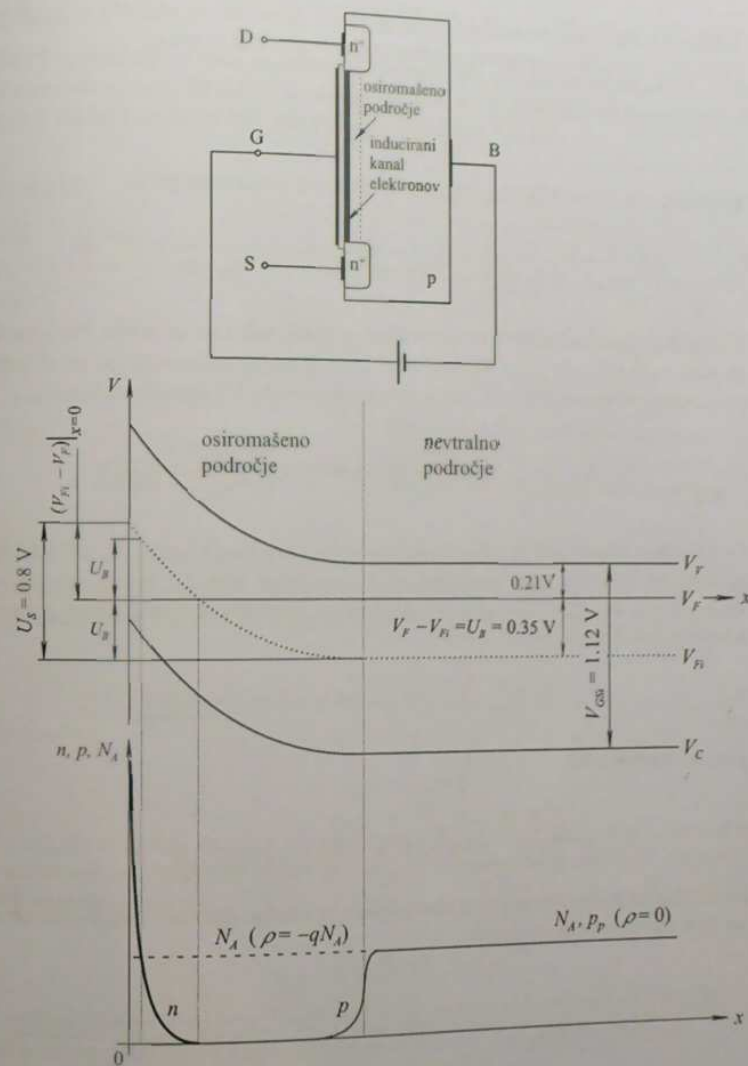
Pri reševanju naloge si bomo pomagali s sliko prereza MOS tranzistorja in s skico krajevnih potekov potencialnih nivojev in koncentracij dopiranja ter prostih nosilcev naboja, tj. elektronov in vrzeli v polprevodniku pod krmilno elektrodo in oksidom.

Ker skozi strukturo ne teče električni tok, je Fermijev nivo krajevno konstanten. Najprej določimo njegovo lego v nevtralnem področju p -plasti. Povezavo med Fermijevim potencialnim nivojem V_F in koncentracijo vrzeli podaja enačba:

$$p = n_i e^{\frac{V_F - V_{Fi}}{U_T}},$$

iz katere lahko izrazimo potencialno razliko:

$$V_F - V_{Fi} = U_T \ln \frac{p}{n_i}.$$



Slika 5.8: Prez strukture MOS tranzistorja z induciranim kanalom elektronov in krajevna porazdelitev potencialnih nivojev in koncentracij N_A , n in p

Koncentracijo vrzeli v nevtralni p -plasti lahko določimo iz podatka o specifični upornosti. Specifično upornost polprevodnika p -tipa določa zveza:

$$\rho \equiv \frac{1}{q\mu_p p},$$

koncentracija vrzeli, ki jo izrazimo ter izračunamo iz te zveze, pa je:

$$p \equiv \frac{1}{q\mu_p \rho} = \frac{1}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 415 \text{ cm}^2 (\text{Vs})^{-1} \cdot 1.5 \text{ VA}^{-1} \text{ cm}} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

Z izračunom koncentracije vrzeli smo hkrati določili tudi koncentracijo akceptorskih primesi, saj vemo, da velja $N_A \equiv p$ ($p \gg n_i$). Z znano koncentracijo vrzeli lahko izračunamo iskano razliko ($V_F - V_{Fi}$), ki smo jo na sliki 5.7 označili tudi z U_B .

$$V_F - V_{Fi} = U_B = U_T \ln \frac{p}{n_i} = 25.66 \text{ mV} \cdot \ln \frac{10^{16} \text{ cm}^{-3}}{10^{10} \text{ cm}^{-3}} = \underline{\underline{0.35 \text{ V}}}$$

Če v polprevodniku pod krmilno elektrodo ostane napetostni padec $U_S = 0.8 \text{ V}$, se v prehodnem področju pod površino za to vrednost ukrivijo potencialni nivoji V_i , V_C in V_{Fi} , kot prikazuje slika 5.7. Koncentracijo elektronov na površini pri $x = 0$ določa potencialna razlika $V_F - V_{Fi}$:

$$(V_{Fi} - V_F)|_{x=0} = U_S - U_B = 0.8 \text{ V} - 0.35 \text{ V} = \underline{\underline{0.45 \text{ V}}},$$

s katero izračunamo:

$$n = n_i e^{\frac{V_F - V_{Fi}}{U_T}} = 10^{10} \text{ cm}^{-3} e^{\frac{0.45 \text{ V}}{25.66 \text{ mV}}} = \underline{\underline{3.5 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}}}$$

Znana koncentracija elektronov nam omogoča še izračun specifične upornosti kanala na sami površini polprevodnika:

$$\rho|_{x=0} \equiv \frac{1}{q\mu_n n} = \frac{1}{1.6 \times 10^{-19} \text{ As} \cdot 1200 \text{ cm}^2 (\text{Vs})^{-1} \cdot 3.5 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}} = \underline{\underline{15 \text{ m}\Omega \text{ cm}}}$$

Naloga 5.4

MOS tranzistor z induciranim n -kanalom ima pragovno napetost $U_T = 2 \text{ V}$, konstanto $C_0 \mu_n = 20 \mu\text{A/V}^2$ in razmerje $W/L = 10$. Določite vrednost upora R_D tako, da bo pri $U_{DD} = 10 \text{ V}$ tok ponora znašal $I_D = 0.4 \text{ mA}$.

Podatki:

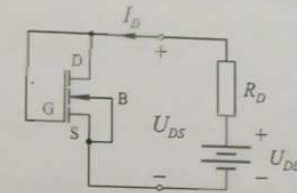
$$U_{DD} = 10 \text{ V}$$

$$I_D = 0.4 \text{ mA}$$

$$U_T = 2 \text{ V}$$

$$C_0 \mu_n = 20 \mu\text{A/V}^2$$

$$W/L = 10$$



$R_D = ?$

Slika 5.9: MOS tranzistor z uporom in napajalnim virom v izhodni veji ter spojeno krmilno elektrodo s ponorom

Rešitev:

Za določitev upornosti R_D moramo izračunati izhodno napetost U_{DS} . Ker je krmilna elektroda MOS tranzistorja spojena na ponor, je izhodna napetost enaka vhodni:

$$U_{DS} = U_{GS}$$

Iz enačbe:

$$U_{DSsat} = U_{GS} - U_T$$

izhaja, da tranzistor deluje v območju nasičenja, saj je pri dani vezavi napetost U_{DS} vedno večja od napetosti nasičenja U_{DSsat} . V območju nasičenja velja za ponorski tok naslednja enačba:

$$I_{DS} = \frac{C_0 \mu_n W}{2L} (U_{GS} - U_T)^2.$$

Iz te enačbe izrazimo napetost U_{GS} , ki je enaka tudi napetosti U_{DS} . Imamo:

$$U_{GS} = U_T + \sqrt{\frac{2}{C_0 \mu_n} \frac{L}{W} I_{DS}} = 2 \text{ V} + \sqrt{\frac{2}{20 \times 10^{-6} \text{ AV}^{-2}} \cdot \frac{1}{10} \cdot 0.4 \times 10^{-3} \text{ A}} = \underline{\underline{4.0 \text{ V}}}.$$

Iz zanežne enačbe:

$$U_{DD} - U_{DS} - R_D I_D = 0$$

lahko izrazimo in tudi izračunamo iskano upornost R_D :

$$R_D = \frac{U_{DD} - U_{DS}}{I_D} = \frac{10 \text{ V} - 4 \text{ V}}{0.4 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = \underline{15 \text{ k}\Omega}.$$

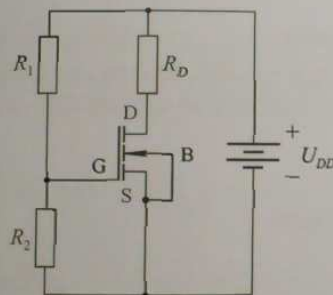
Naloga 5.5

MOS tranzistor z induciranim n -kanalom ima pragovno napetost $U_T = 2 \text{ V}$, konstanto $C_0 \mu_n = 20 \times 10^{-6} \text{ mAV}^{-2}$ in razmerje $W/L = 2000$. Določite ponorski tok tranzistorja, če je napajalna napetost $U_{DD} = 24 \text{ V}$, vrednosti uporov v vezju pa so naslednje: $R_D = 1 \text{ k}\Omega$, $R_1 = 6.8 \text{ M}\Omega$ in $R_2 = 1 \text{ M}\Omega$.

Podatki:

$U_{DD} = 24 \text{ V}$
 $R_D = 1 \text{ k}\Omega$
 $R_1 = 6.8 \text{ M}\Omega$
 $R_2 = 1 \text{ M}\Omega$
 $U_T = 2 \text{ V}$
 $C_0 \mu_n = 20 \times 10^{-6} \text{ mAV}^{-2}$
 $W/L = 2000$

$I_D = ?$



Slika 5.10: MOS tranzistor z napajalnim virom in upori za nastavitev delovne točke

Rešitev:

Z uporovnim delilnikom, ki ga sestavljajo napajalna napetost U_{DD} in upora R_1 in R_2 , je določena vhodna napetost U_{GS} , ki je enaka napetosti U_T :

$$U_{R_2} = U_{GS} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{DD} = \frac{10^6 \Omega}{6.8 \times 10^6 \Omega + 10^6 \Omega} \cdot 24 \text{ V} = \underline{3.08 \text{ V}}$$

Za določitev ponorskega toka I_D moramo poznati območje delovanja tranzistorja. Meja med območjem podnasičenja in območjem nasičenja je določena z napetostjo:

$$U_{DSat} = U_{GS} - U_T = 3.08 \text{ V} - 2 \text{ V} = 1.08 \text{ V}.$$

Ker napetosti U_{DS} ne poznamo, lahko glede na visoko napajalno napetost le domnevamo, da je U_{DS} večja od U_{DSat} , ki je 1.08 V , in da zato tranzistor deluje v območju nasičenja. V tem območju določa ponorski tok enačba:

$$I_{DS} = \frac{C_0 W \mu_n}{2L} \cdot (U_{GS} - U_T)^2,$$

ki za ponorski tok da:

$$I_{DS} = \frac{20 \times 10^{-6} \text{ mAV}^{-2} \cdot 2000}{2} \cdot (3.08 \text{ V} - 2 \text{ V})^2 = \underline{10.8 \text{ mA}}$$

Narobe je! ?

Z izračunom izhodne napetosti tranzistorja se lahko prepričamo, ali tranzistor res deluje v območju nasičenja. Izračun izhodne napetosti omogoča zanežna enačba:

$$U_{DD} - U_{DS} - R_D I_{DS} = 0,$$

iz katere sledi:

$$U_{DS} = U_{DD} - R_D I_{DS} = 24 \text{ V} - 10.8 \text{ mA} \cdot 1 \text{ k}\Omega = \underline{13.2 \text{ V}}.$$

Ker je napetost U_{DS} višja od napetosti U_{DSat} , tranzistor res deluje v območju nasičenja in s tem je naloga rešena.

Naloga 5.6

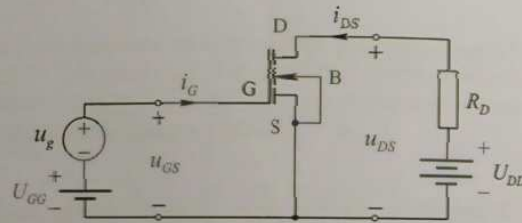
Izračunajte prevodnostne četverpolne parametre g_{ij} in narišite ustrezno nadomestno vezje MOS tranzistorja z induciranim n -kanalom v orientaciji s skupnim izvorom (slika 5.11) pri krmiljenju z majhnimi harmoničnimi signali u_g , če je delovna točka:

- a) v območju pod nasičenjem pri $U_{DS} = 0.5 \text{ V}$ in $U_{GS} = 3 \text{ V}$,
 b) v območju nasičenja pri $I_{DS} = 12.5 \text{ mA}$.

Za obe delovni točki izračunajte še napetostno ojačenje za majhne signale, če je na izhodu priključeno breme z $R_D = 10 \text{ k}\Omega$.

Podatki:

$$\begin{aligned} \mu_n C_0 &= 1 \text{ mAV}^{-2} \\ W/L &= 1.0 \\ U_T &= 0.8 \text{ V} \\ U_{DS} &= 0.5 \text{ V} \\ U_{GS} &= 3 \text{ V} \\ I_{DS} &= 12.5 \text{ mA} \\ R_D &= 10 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$



$$g_{ij}, A_u = ?$$

Slika 5.11: MOS tranzistor z induciranim n -kanalom v orientaciji s skupnim izvorom, ki deluje kot ojačevalnik majhnih nizkofrekvenčnih signalov

Rešitev:

Za MOS tranzistor kot ojačevalnik majhnih harmoničnih signalov lahko zapišemo četverpolni enačbi:

$$I_g = g_{11} U_{gs} + g_{12} U_{ds},$$

$$I_d = g_{21} U_{gs} + g_{22} U_{ds},$$

v katerih prevodnostni parametri g_{ij} povezujejo tokova I_g in I_d z napetostima U_{gs} in U_{ds} . Ker je tok krmilne elektrode $I_g = 0$, sta parametra:

$$\underline{g_{11} = 0} \quad \text{in} \quad \underline{g_{12} = 0}.$$

Parametra g_{21} in g_{22} bomo izračunali iz enačbe izhodne statične karakteristike, ki pa je različna za področje pod nasičenjem in področje nasičenja, zato je naloga razdeljena v dva dela.

a) Delovna točka v območju pod nasičenjem

V območju pod nasičenjem se enačba izhodne statične karakteristike glasi:

$$I_D = \mu_n C_0 \frac{W}{L} [(U_{GS} - U_T) U_{DS} - \frac{U_{DS}^2}{2}],$$

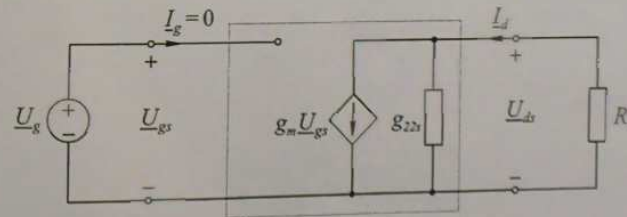
iskana parametra pa sta:

$$\begin{aligned} g_{21s} = g_m &= \left. \frac{\partial I_D}{\partial U_{GS}} \right|_{U_{DS}} = \mu_n C_0 \frac{W}{L} U_{DS} \\ &= 1 \text{ mAV}^{-2} \cdot 1 \cdot 0.5 \text{ V} = \underline{0.5 \text{ mS}} \end{aligned}$$

in

$$\begin{aligned} g_{22s} &= \left. \frac{\partial I_D}{\partial U_{DS}} \right|_{U_{GS}} = \mu_n C_0 \frac{W}{L} (U_{GS} - U_T - U_{DS}) \\ &= 1 \text{ mAV}^{-2} \cdot 1 \cdot (3 - 0.8 - 0.5) \text{ V} = \underline{1.7 \text{ mS}}. \end{aligned}$$

Z znanimi parametri g_{ij} lahko MOS tranzistor pri krmiljenju z majhnimi harmoničnimi signali nadomestimo z nadomestnim vezjem, ki ima na vходу odprte sponke, na izhodu pa paralelno vezano prevodnost g_{22s} in napetostno krmiljeni tokovni generator s tokom $g_m U_{gs}$.



Slika 5.12: Nadomestno vezje MOS tranzistorja z induciranim n -kanalom pri krmiljenju z majhnimi nizkofrekvenčnimi signali

Napetostno ojačenje majhnih harmoničnih signalov je določeno s kvocientom napetosti \underline{U}_{ds} in \underline{U}_{gs} :

$$\underline{A}_u = \frac{\underline{U}_{ds}}{\underline{U}_{gs}},$$

do katerega lahko pridemo z izhodno vozliščno enačbo:

$$g_m \underline{U}_{gs} + g_{22s} \underline{U}_{ds} + R_D^{-1} \underline{U}_{ds} = 0,$$

iz katere po ureditvi:

$$g_m \underline{U}_{gs} = -(g_{22s} + R_D^{-1}) \underline{U}_{ds}$$

dobimo izraz za napetostno ojačenje:

$$\underline{A}_u = \frac{\underline{U}_{ds}}{\underline{U}_{gs}} = -\frac{g_m}{g_{22s} + R_D^{-1}}.$$

Pri danih podatkih ima to ojačenje vrednost:

$$\underline{A}_u = -\frac{g_m}{g_{22s} + R_D^{-1}} = -\frac{0.5 \text{ mS}}{1.7 \text{ mS} + 0.1 \text{ mS}} = \underline{\underline{-0.28}}.$$

b) Delovna točka v območju nasičenja

V območju nasičenja je izhodna karakteristika dana z enačbo:

$$I_D = I_{DS} = \frac{1}{2} \mu_n C_0 \frac{W}{L} (U_{GS} - U_T)^2,$$

Parameter g_{21s} je:

$$g_{21s} = g_m = \left. \frac{\partial I_{DS}}{\partial U_{GS}} \right|_{U_{DS}} = \frac{1}{2} \mu_n C_0 \frac{W}{L} 2(U_{GS} - U_T).$$

Ker je delovna točka v tem primeru dana s tokom, iz enačbe statične karakteristike najprej izrazimo napetostno razliko:

$$U_{GS} - U_T = \sqrt{\frac{I_{DS}}{\frac{1}{2} \mu_n C_0 \frac{W}{L}}}$$

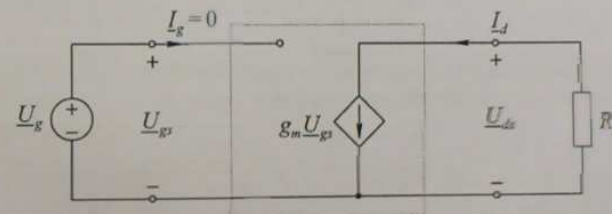
in jo vstavimo v enačbo za g_{21s} . Dobimo:

$$g_{21s} = \sqrt{2 \mu_n C_0 \frac{W}{L}} I_{DS} = \sqrt{2 \cdot 1 \text{ mA V}^{-2} \cdot 1 \cdot 12.5 \text{ mA}} = \underline{\underline{5 \text{ mS}}}$$

V območju nasičenja je (v modelu prvega reda) parameter g_{22s} enak nič:

$$g_{22s} = \left. \frac{\partial I_{DS}}{\partial U_{DS}} \right|_{U_{GS}} = 0.$$

Nadomestno vezje tranzistorja je v tem primeru le napetostno krmiljeni tokovni generator na izhodu.



Slika 5.13: Nadomestno vezje MOS tranzistorja z induciranim n -kanalom pri krmiljenju z majhnimi nizkofrekvenčnimi signali

Za določitev napetostnega ojačenja zopet zapišemo enačbo izhodnega vozlišča

$$-\frac{\underline{U}_{ds}}{R_D} - g_m \underline{U}_{gs} = 0,$$

iz katere sledi enostavna zveza in rezultat:

$$\underline{A}_u = \frac{\underline{U}_{ds}}{\underline{U}_{gs}} = -g_m R_D = -5 \text{ mS} \cdot 10 \text{ k}\Omega = \underline{\underline{-50}}.$$

Predznak minus pomeni, da ojačevalnik obrača fazo za 180° .

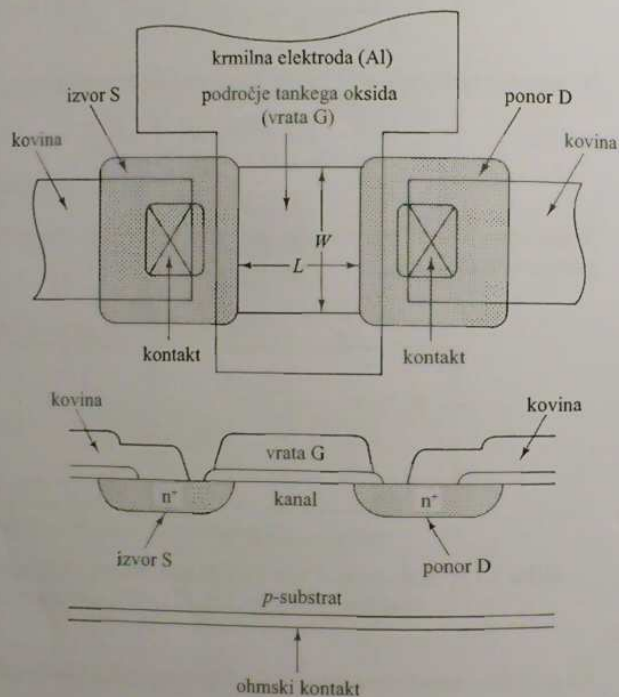
Naloga 5.7

Pri kateri geometriji kanala – razmerju W/L – ima MOS tranzistor z induciranim n -kanalom v orientaciji s skupnim izvorom napetostno ojačenje $A_u = -10$? Pragovna napetost tranzistorja $U_T = 2$ V, z zunanji viri pa je vzpostavljena delovna točka: $U_{GS} = 4$ V in $U_{DS} = 5$ V. Breme tranzistorja je ohmsko z $R_D = 10$ k Ω .

Podatki:

$U_T = 2$ V
 $C_{00}\mu_n = 10^{-3}$ AV⁻²
 $A_u = -10$
 $U_{GS} = 4$ V
 $U_{DS} = 5$ V
 $R_D = 10$ k Ω

$W/L = ?$



Slika 5.14: Shematično prikazana geometrija kanala MOS tranzistorja

Rešitev:

Najprej moramo ugotoviti, v katerem območju delovanja se tranzistor nahaja. Meja med območjem pod nasičenjem in območjem nasičenja je določena z napetostjo:

$$U_{DSsat} = U_{GS} - U_T,$$

ki je v danem primeru:

$$U_{DSsat} = U_{GS} - U_T = 4 \text{ V} - 2 \text{ V} = \underline{\underline{2 \text{ V}}}.$$

Dejanska napetost U_{DS} , ki je 4 V, je torej višja od mejne napetosti nasičenja U_{DSsat} , zato se tranzistor nahaja v območju nasičenja. V območju nasičenja je tok ponora opisan z enačbo:

$$I_D = I_{DS} = \frac{C_{00}\mu_n W}{2L} (U_{GS} - U_T)^2,$$

ki jo uporabimo pri določitvi parametra:

$$g_{21s} = g_m = \left. \frac{dI_D}{dU_{GS}} \right|_{U_{DS}} = \frac{C_{00}\mu_n W}{L} (U_{GS} - U_T).$$

V nalogi 5.3 smo izpeljali tudi napetostno ojačenje za majhne signale: $A_u = -g_m R_D$. Naloga zahteva $A_u = -10$, zato z zapisanimi zvezami lahko izrazimo in izračunamo zahtevano razmerje:

$$\frac{W}{L} = \frac{A_u}{R_D C_{00}\mu_n (U_{GS} - U_T)} = \frac{10}{10^4 \cdot 10^{-3} \cdot (4 \text{ V} - 2 \text{ V})} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}.$$

Pri unipolarnih tranzistorjih lahko parameter $g_m = g_{21s}$ oz. napetostno ojačenje izbiramo enostavno s spreminjanjem geometrije kanala pri isti globinski strukturi tranzistorja. Ta lastnost, ki je pri bipolarnih tranzistorjih ne srečamo, se izkorišča tudi pri načrtovanju integriranih vezij, kjer lahko določamo ojačevalne lastnosti posameznih tranzistorjev zgolj z variranjem razmerja W/L .

Naloga 5.8

Določite mejno frekvenco f_T n -kanalnega MOS tranzistorja, ki deluje v območju nasičenja pri toku $I_{DS} = 100 \mu\text{A}$. Znani sta kapacitivnosti $C_{gs} = 30.6 \text{ fF}$ in $C_{gd} = 2.6 \text{ fF}$, ostali parazitni učinki pa so zanemarljivi.

Podatki:

$$W = 10 \mu\text{m}$$

$$L = 2.4 \mu\text{m}$$

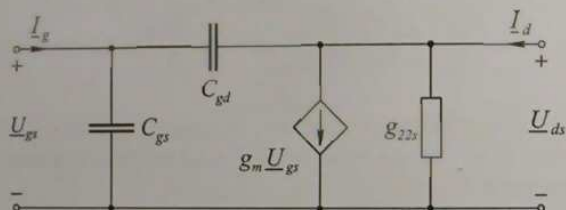
$$C_0 \mu_n = 100 \mu\text{AV}^{-2}$$

$$C_{gs} = 30.6 \text{ fF}$$

$$C_{gd} = 2.6 \text{ fF}$$

$$I_{DS} = 100 \mu\text{A}$$

$$f_T = ?$$



Slika 5.15: Nadomestno vezje MOS tranzistorja pri krmiljenju z visokofrekvenčnimi harmoničnimi signali

Rešitev:

Mejna frekvenca f_T je frekvenca, pri kateri absolutna vrednost kratkostičnega tokovnega ojačenja tranzistorja pade na vrednost 1:

$$\left| A_i(f = f_T) \Big|_{U_{ds}=0} \right| = \left| -\frac{I_d}{I_g} \Big|_{U_{ds}=0} \right| = 1.$$

Da bomo prišli do izraza za kratkostično tokovno ojačenje, moramo najprej zapisati enačbi vhodnega in izhodnega toka. Pri kratkem stiku za majhne harmonične signale na izhodu tranzistorja ($U_{ds} = 0$) je enačba za tok ponora I_d naslednja:

$$I_d = g_m U_{gs} - j\omega C_{gd} U_{gs}.$$

Glede na majhno vrednost kapacitivnosti C_{gd} lahko prispevek toka skozi to kapacitivnost zanemarimo in zapisani izraz poenostavimo:

$$I_d \cong g_m U_{gs}.$$

Tok skozi krmilno elektrodo I_g pri kratkem stiku za majhne signale na izhodu pa je:

$$I_g = j\omega(C_{gs} + C_{gd})U_{gs}.$$

Znana izraza za tokova I_g in I_d nam omogočata, da zapišemo izraz za kratkostično tokovno ojačenje:

$$A_i \Big|_{U_{ds}=0} = -\frac{I_d}{I_g} \Big|_{U_{ds}=0} = -\frac{g_m}{j\omega(C_{gs} + C_{gd})}$$

Če absolutno vrednost tega izraza izenačimo z 1, bo nastopajoča frekvenca ω ravno mejna frekvenca ω_T , ki je:

$$\omega_T = \frac{g_m}{C_{gs} + C_{gd}} \quad \text{oz.} \quad f_T = \frac{g_m}{2\pi(C_{gs} + C_{gd})}.$$

Za izračun transkonduktance g_m uporabimo že znani izraz (veljaven za območje nasičenja):

$$g_m = g_{21s} = \sqrt{2\mu_n C_0 \frac{W}{L} I_{DS}} = \sqrt{2 \cdot 100 \mu\text{AV}^{-2} \cdot \frac{10 \mu\text{m}}{2.4 \mu\text{m}} \cdot 100 \mu\text{A}} = \underline{0.29 \text{ mS}}.$$

Iskana mejna frekvenca MOS tranzistorja znaša:

$$f_T = \frac{g_m}{2\pi(C_{gs} + C_{gd})} = \frac{0.29 \text{ mS}}{2\pi(30.6 \text{ fF} + 2.6 \text{ fF})} = \underline{1.38 \text{ GHz}}.$$

Naloga 6.1

Silicijeva fotodiode s tokom nasičenja $I_S = 10 \text{ nA}$, idealnostnim faktorjem $n = 2$ in svetlobno občutljivostjo $s = 50 \text{ nA/lx}$ je povezana z uporoma in baterijo, kot prikazuje slika 6.1. Narišite odvisnosti $I(U)$ fotodiode za gostote svetlobnega toka 0 lx , 400 lx in 1000 lx . Kolikšna je napetost na diodi, če je osvetljena s 1000 lx in je baterijska napetost $+1 \text{ V}$ oz. -1 V ? Pomagajte si z grafičnim reševanjem.

Podatki:

$$I_S = 10 \text{ nA}$$

$$n = 2$$

$$s = 50 \text{ nA/lx}$$

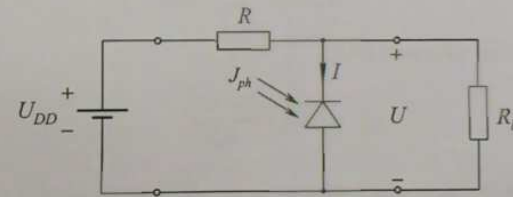
$$J_{ph} = 0 \text{ lx}, 400 \text{ lx}, 1000 \text{ lx}$$

$$U_{DD} = +1 \text{ V}, -1 \text{ V}$$

$$R = 20 \text{ k}\Omega$$

$$R_b = 4 \text{ k}\Omega$$

$$U = ?$$



Slika 6.1: Preprosto vezje s fotodiode

Rešitev:

Karakteristika fotodiode je določena z enačbo:

$$I = -I_S \left(e^{\frac{U}{U_T}} - 1 \right) + I_{SC},$$

v kateri je I_{SC} fototok, ki je določen kot produkt svetlobne občutljivosti fotodiode s in gostote svetlobnega toka J_{ph} :

$$I_{SC} = s J_{ph}.$$

Pri danih podatkih diode lahko za različne osvetlitve izračunamo in vrišemo $I(U)$ karakteristike, kot prikazuje slika 6.3.

Rešitev drugega dela naloge, tj. določitev napetosti na fotodiodi pri vhodnih napetostih $+1\text{ V}$ in -1 V , lahko poenostavimo, če vezje okrog diode nadomestimo s Theveninovim dvopolom, kot prikazuje slika 6.2. Napetost baterije U_N in nadomestna upornost R_N sta v nadomestnem vezju določena z izrazoma:

$$U_N = \frac{R_b}{R_b + R} U_{DD}$$

in

$$R_N = \frac{R \cdot R_b}{R + R_b}$$

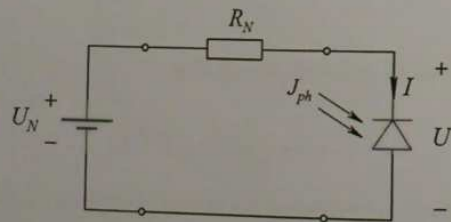
Vrednost nadomestne upornosti R_N znaša $4\text{ k}\Omega$, pri baterijski napetosti $U_{DD} = 1\text{ V}$ je nadomestna napetost $U_N = 0.2\text{ V}$, pri $U_{DD} = -1\text{ V}$ pa je $U_N = -0.2\text{ V}$. Za določitev napetosti na diodi zapišimo najprej zanjeno enačbo:

$$U_N - U - R_N I = 0,$$

iz katere izrazimo odvisnost $I(U)$:

$$I(U) = \frac{U_N - U}{R_N}$$

Dobili smo enačbo uporovne premice, ki jo z že znanimi podatki vrišemo v $I(U)$ diagram. Presečišče z abscisno osjo določa napetost U_N , strmino pa recipročna vrednost nadomestne upornosti R_N .

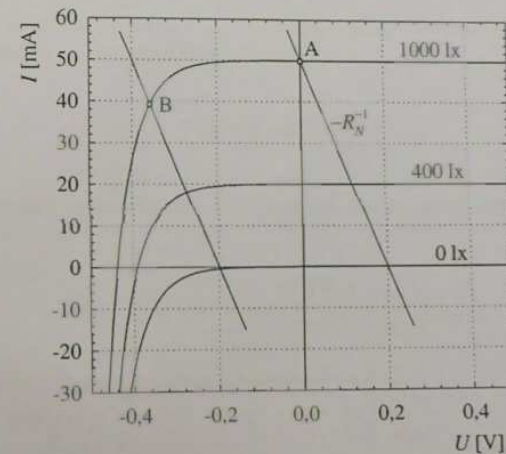


Slika 6.2: Vezje okrog fotodiode na sliki 6.1 lahko nadomestimo s Theveninovim dvopolom

Presečišče uporovne premice s karakteristiko fotodiode v točki A na sliki 6.3 ustreza baterijski napetosti $U_{DD} = +1\text{ V}$, presečišče v točki B pa baterijski napetosti $U_{DD} = -1\text{ V}$.

V točki A je napetost na diodi: $U = 0\text{ V}$,

v točki B pa: $U = -0.35\text{ V}$.



Slika 6.3: Karakteristike fotodiode pri različnih gostotah svetlobnega toka z vrisanimi uporovnimi premicami za različni baterijski napetosti v vezju na sliki 6.1

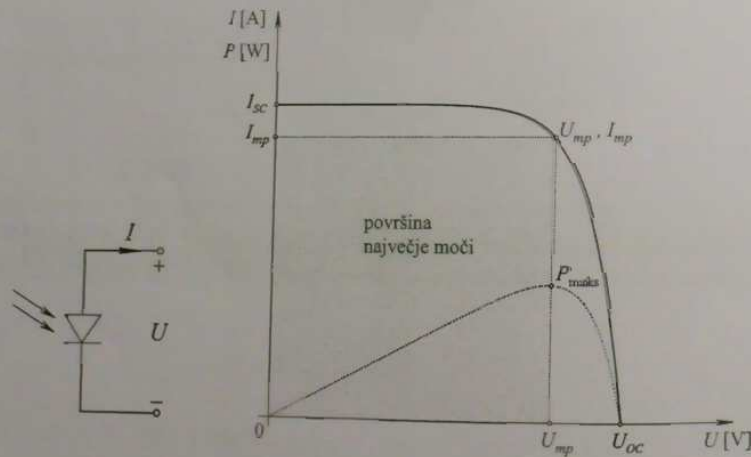
Naloga 6.2

Sončna celica z aktivno površino 100 cm^2 ima na soncu, ki sveti z močjo 1 kW/m^2 , kratkostični tok $I_{SC} = 3.3 \text{ A}$. Izračunajte napetost odprtih sponk, če ima celica pri sobni temperaturi $T = 300 \text{ K}$ tok nasičenja $I_S = 3 \times 10^{-10} \text{ A}$. Kolikšno maksimalno moč lahko daje celica, če ima polnilni faktor $FF = 0.75$? Kolikšen je izkoristek pretvorbe sončne energije v električno?

Podatki:

$$\begin{aligned} I_{SC} &= 3.3 \text{ A} \\ J_{ph} &= 1 \text{ kW/m}^2 \\ A &= 100 \text{ cm}^2 \\ I_S &= 3 \times 10^{-10} \text{ A} \\ FF &= 0.75 \\ U_T &\approx 26 \text{ mV} \end{aligned}$$

$$U_{OC}, P_m, \eta, = ?$$



Slika 6.4: Grafični simbol in tokovno-napetostna karakteristika sončne celice z označenimi karakterističnimi podatki

Rešitev:

Ker želimo prikazati uporabno področje delovanja sončne celice v prvem kvadrantu, moramo tok in napetost označiti, kot prikazuje slika 6.4. Tokovno-napetostno karakteristiko sončne celice v tem primeru opisuje enačba:

$$I = -I_S (e^{\frac{U}{U_T}} - 1) + I_{SC},$$

pri čemer je I_{SC} kratkostični tok osvetljene celice (fototok). Pri odprtih sponkah je na priključkih celice napetost U_{OC} , ki jo imenujemo napetost odprtih sponk in jo lahko izrazimo iz odvisnosti $I(U)$ pri pogoju $I = 0$:

$$U_{OC} = U_T \ln\left(1 + \frac{I_{SC}}{I_S}\right).$$

Za dano sončno celico imamo vse podatke, da napetost odprtih sponk lahko izračunamo:

$$U_{OC} \approx 26 \text{ mV} \cdot \ln\left(1 + \frac{3.3 \text{ A}}{3 \times 10^{-10} \text{ A}}\right) \approx \underline{\underline{600 \text{ mV}}}.$$

Največja razpoložljiva moč celice je:

$$P_{maks} = FF \cdot I_{SC} \cdot U_{OC} = 0.75 \cdot 3.3 \text{ A} \cdot 0.6 \text{ V} \approx \underline{\underline{1.48 \text{ W}}}.$$

Polnilni faktor FF , ki smo ga srečali v zadnji enačbi, je merilo kakovosti pn -spoja sončne celice, zajema pa tudi serijsko in paralelno upornost celice. Definiran je s kvocientom:

$$FF = \frac{U_{mp} I_{mp}}{U_{OC} I_{SC}},$$

pri čemer sta U_{mp} in I_{mp} napetost in tok v točki maksimalne moči. Izkoristek pretvorbe sončne energije v električno definiramo s kvocientom največje razpoložljive moči celice in vpadne sončne moči:

$$\eta = \frac{P_{maks}}{P_{vpadna}} = \frac{U_{mp} \cdot I_{mp}}{J_{ph} \cdot A} = \frac{FF \cdot U_{OC} \cdot I_{SC}}{J_{ph} \cdot A},$$

pri čemer je J_{ph} gostota svetlobnega toka v W/m^2 . Izkoristek obravnavane celice je:

$$\eta = \frac{P_{maks}}{P_{vpadna}} = \frac{1.48 \text{ W}}{10^{-1} \text{ W/cm}^2 \cdot 100 \text{ cm}^2} = 0.148 = 14.8\%$$

Naloga 6.3

Sestaviti želimo sončni modul, ki bo imel pri napetosti 10 V maksimalno razpoložljivo moč 55 W. Ocenite koliko celic s podatki iz naloge 6.2 moramo serijsko povezati v stolpec, koliko stolpcev pa nato še paralelno, da bomo dosegli zahtevano moč.

Podatki:

$$\begin{aligned} I_{SC} &= 3.3 \text{ A} \\ J_{ph} &= 1 \text{ kW/m}^2 \\ A &= 100 \text{ cm}^2 \\ I_S &= 3 \times 10^{-10} \text{ A} \\ FF &= 0.75 \\ U &= 10 \text{ V} \\ P &= 55 \text{ W} \\ U_T &\approx 26 \text{ mV} \end{aligned}$$



Slika 6.5: Sončne celice povezujemo v sončne module

$N = ?$

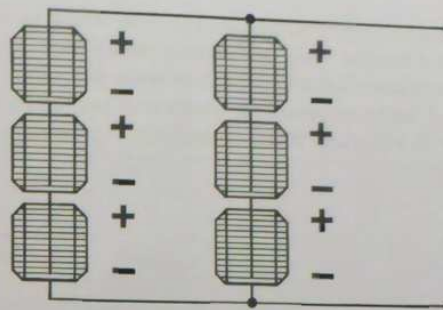
Rešitev:

Če hočemo ugotoviti, koliko celic moramo povezati v stolpec, moramo najprej izračunati napetost U_{mp} v točki največje moči. To dobimo iz pogoja

$$\frac{dP}{dU} = \frac{d(UI)}{dU} = \frac{d}{dU} (U \cdot (-I_S (e^{\frac{U}{U_T}} - 1) + I_{SC})) = 0,$$

ki privede do izraza:

$$U_{mp} = U_{OC} - U_T \ln\left(\frac{U_{mp}}{U_T} + 1\right).$$



Slika 6.6: Potrebno moč sončnega modula dosežemo s serijsko in paralelno povezavo sončnih celic

Po nekaj iteracijah lahko ugotovimo, da je $U_{mp} \approx 521 \text{ mV}$. Da bomo dosegli napetost 10 V, moramo v stolpec zaporedno vezati:

$$N(\text{serijsko}) = \frac{10 \text{ V}}{0.521 \text{ V}} = 19 \text{ celic}.$$

Tak stolpec bo proizvajal moč:

$$P_{\text{stolpec maks}} = N(\text{serijsko}) \cdot P_{\text{maks}} = 19 \cdot 1.48 \text{ W} \approx 28 \text{ W}.$$

Modul bo imel moč 55 W, če bomo paralelno povezali:

$$\frac{55 \text{ W}}{P_{\text{stolpec maks}}} = N(\text{paralelno}) \approx 2 \text{ stolpca}.$$

Skupno potrebujemo za 55 W modul 38 sončnih celic, razporejenih v dva paralelno povezana stolpca s po 19 serijsko vezanimi sončnimi celicami.

Naloga 6.4

Izračunajte moč segrevanja bremenskega upora in triaka na sliki 6.7, če teče skozi triak tok dve tretjini vsake polperiode napajalnega generatorja $u_g(t)$ (slika 6.8). Amplituda izmenične napetosti generatorja je $U_{g\text{maks}} = 310\text{ V}$, upornost bremena $R_b = 1\text{ k}\Omega$, padec napetosti na triaku med prevajanjem je $U_{AK} = 1\text{ V}$, v času zapore pa je tok skozi triak zanemarljiv. Izračunajte še, pri kateri napetosti triak vžge.

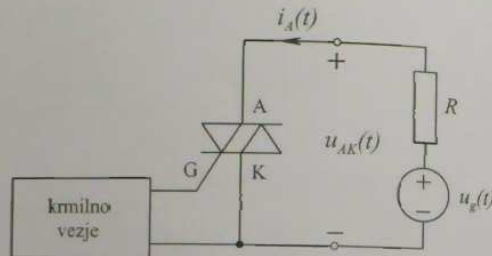
Podatki:

$$U_{g\text{maks}} = 310\text{ V}$$

$$U_{AK}(\text{prev.}) = 1\text{ V}$$

$$R_b = 1\text{ k}\Omega$$

$$P_R, P_T, U_{AK}(\text{vžig.}) = ?$$



Slika 6.7: S triakom lahko nastavljamo želeno moč na bremenu

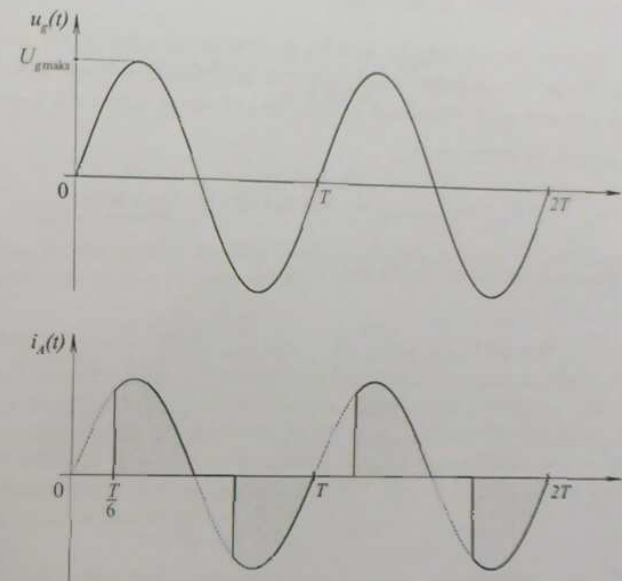
Rešitev:

Za izračun moči, ki se troši na ohmskem bremenu R potrebujemo najprej efektivno vrednost napetosti na bremenu. Če zanemarimo padec napetosti na triaku v času prevajanja in upoštevamo, da je kot odprtja triaka pri obeh polperiodah enak, dobimo:

$$u_{R\text{ef}} = \sqrt{\frac{2}{T} \int_{\frac{T}{6}}^{\frac{T}{2}} U_{g\text{maks}}^2 \cdot \sin^2 \alpha x \cdot dt} = U_{g\text{maks}} \sqrt{\frac{2}{T} \int_{\frac{T}{6}}^{\frac{T}{2}} \sin^2 \alpha x \cdot dt}$$

$$= U_{g\text{maks}} \sqrt{\frac{2}{T} \int_{\frac{T}{6}}^{\frac{T}{2}} (1 - \cos 2\alpha x) dt} = U_{g\text{maks}} \sqrt{\frac{1}{T} \left[t - \sin 2\alpha x \cdot \frac{1}{2\omega} \right]_{\frac{T}{6}}^{\frac{T}{2}}}$$

$$= U_{g\text{maks}} \sqrt{\frac{1}{T} \left[\left(\frac{T}{2} - \frac{T}{6} \right) - \left(\sin \frac{4\pi T}{T \cdot 2} - \sin \frac{4\pi T}{T \cdot 6} \right) \frac{T}{4\pi} \right]} = \sqrt{0.4} \cdot U_{g\text{maks}} = 196.6\text{ V}.$$



Slika 6.8: Časovni potek generatorjeve napetosti in toka skozi bremensko upornost

Moč, ki se troši na bremenu, je sorazmerna s kvadratom efektivne napetosti:

$$P_R = \frac{u_{R\text{ef}}^2}{R} = \frac{0.4 \cdot U_{g\text{maks}}^2}{R} = \frac{0.4 \cdot 310^2\text{ V}^2}{1000\text{ V A}^{-1}} = \underline{\underline{38.6\text{ W}}}.$$

V času odprtja je na triaku napetost 1 V . Za izračun moči, ki se troši na triaku, pa potrebujemo efektivno vrednost napetosti na triaku:

$$u_{AK\text{ef}} = U_{AK}(\text{prev.}) \sqrt{\frac{2}{T} \int_{\frac{T}{6}}^{\frac{T}{2}} dt} = U_{AK}(\text{prev.}) \sqrt{\frac{2}{3}} = \underline{\underline{0.8\text{ V}}}$$

Izračunajmo še efektivni tok skozi triak:

$$i_{Aef} = \frac{u_{Aef}}{R} = \frac{196,6 \text{ V}}{1000 \text{ V A}^{-1}} = 196,6 \text{ mA}.$$

Moč, ki se troši na triaku, pa je:

$$P_{\text{trak}} = u_{AKef} i_{Aef} = 196,6 \text{ mA} \cdot 0,8 \text{ V} = \underline{\underline{0,16 \text{ W}}}.$$

Izračunajmo še napetost, pri kateri triak vžge:

$$|U_A (\text{vžig.})| = U_{g \text{ maks}} \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \Big|_{t=\frac{T}{6}} = U_{g \text{ maks}} \sin\left(\frac{2\pi}{T} \frac{T}{6}\right) = \underline{\underline{268,5 \text{ V}}}$$

Naloga 6.5

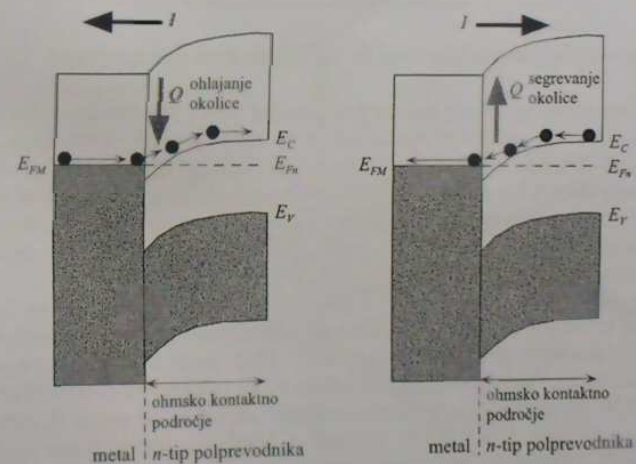
Pokažite, da je toplotna moč Q , ki se troši ali generira v področju ohmskega spoja med kovino in n -tipom polprevodnika, sorazmerna produktu ΠI , pri čemer je I tok preko spoja, Π pa Peltierov koeficient, ki je dan z izrazom:

$$\Pi = \frac{1}{q} [(E_C - E_{Fn}) + \frac{3}{2} kT].$$

$E_C - E_{Fn}$ je energijska razlika med spodnjim robom prevodnega pasu in Fermijevo energijo v polprevodniku.

Rešitev:

Najprej s pomočjo slike 6.9 opazujemo razmere na ohmskem kontaktu med kovino in n -tipom polprevodnika. Če je izstopno delo kovine manjše od izstopnega dela polprevodnika, pride v polprevodniku ob spoju s kovino do krivljenja energijskih nivojev navzdol in s tem do povečanja koncentracije elektronov – govorimo o akumulaciji elektronov na površini polprevodnika in o ohmskem kontaktu med kovino in polprevodnikom.



Slika 6.9: Če teče električni tok iz polprevodnika v kovino (a), se spoj ohlaja (elektroni odvajajo toploto), če teče tok v obratni smeri (b), pa se spoj segreva

Zunanja priključena napetost na razmere (energijske nivoje) v ohmskem kontaktnem področju (kjer je zaradi povečane koncentracije elektronov upornost zmanjšana) skoraj ne vpliva, v glavnem se porazdeli v notranjosti polprevodnika. Lahko torej predpostavimo, da ostane Fermijev nivo v ohmskem kontaktnem področju konstanten ($E_{FM} \equiv E_{Fn}$). V kovini se prevodni elektroni nahajajo okrog Fermijeve energije, v polprevodniku pa na koncu kontaktnega področja neposredno nad energijskim nivojem E_C in imajo povprečno kinetično energijo $3/2 kT$. Elektroni v polprevodniku imajo za $[(E_C + 3/2kT) - E_{FM}]$ višjo energijo kot elektroni v kovini.

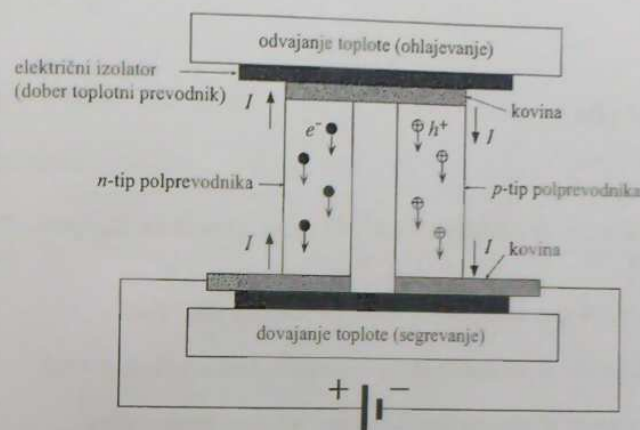
Če teče električni tok iz polprevodnika v kovino, kar pomeni, da elektroni prehajajo iz kovine v polprevodnik, potem elektroni med prehodom skozi kontaktno področje pridobijo energijo $[(E_C + 3/2kT) - E_{FM}]$. Črpajo jo iz okolice, tj. iz nihajoče kristalne strukture, ki se zaradi oddajanja energije ohlaja. Nasprotno, če prehajajo elektroni iz polprevodnika v kovino, energijo oddajajo, kontaktno področje pa se segreva. Absorbirana oz. oddana toplota je sorazmerna s številom elektronov, ki prehajajo preko spoja (I/q):

$$Q = \frac{(E_C - E_{Fn}) + \frac{3}{2} kT}{q} I = \Pi I,$$

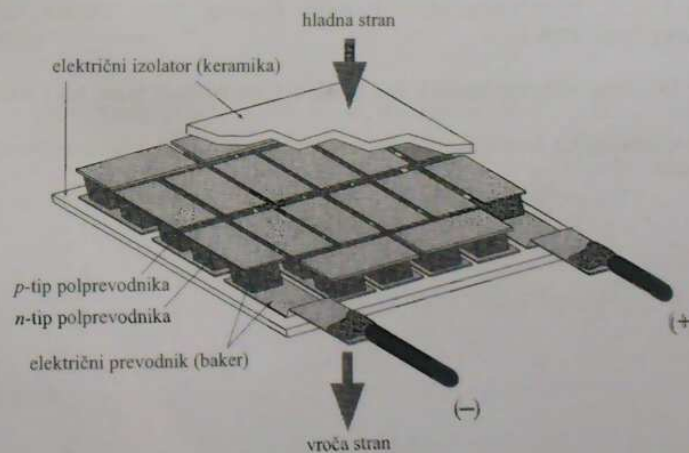
pri čemer sorazmernostno konstanto Π imenujemo Peltierov koeficient.

Ohmski kontakt lahko obstaja tudi med kovino in p -tipom polprevodnika. Na takšnem spoju so opisani termoelektrični učinki ravno nasprotni, ker energijo oz. toploto odvajajo ali dovajajo vrzeli. S povezavo n - in p -tipa polprevodnika v strukturo, ki jo prikazuje slika 6.10, dobimo element, ki ga imenujemo termoelektrični hladilnik ali tudi Peltierov element. Ko skozi takšno strukturo teče električni tok, se ena stran elementa ohlaja, druga pa segreva, tako da jo lahko s primerno izvedbo in montažo koristno uporabimo kot hladilni element v mnogih praktičnih primerih.

Praktične izvedbe Peltierovih hladilnikov so sestavljene iz večjega števila serijsko povezanih osnovnih elementov (slika 6.11). Med vročo in hladno stranjo lahko dosežemo temperaturno razliko do približno 60°C , hladilne moči so v obsegu med 1 in 100 W. Ti elementi imajo nizke napajalne napetosti, do nekaj V, obratovni tokovi pa so med 1 in 100 A. Peltierove hladilnike uporabljamo za hlajenje elektronskih elementov, pri izločanju vodnih molekul iz raznih plinov, pri bioloških raziskavah in drugje.



Slika 6.10: Prerez strukture termoelektričnega hladilnega elementa



Slika 6.11: Tipična struktura komercialnega termoelektričnega hladilnika

Literatura

Amon, Slavko, J. Furlan: *Zbirka nalog iz osnov nelinearnih elementov*, Založba FER, 1991.

Furlan, Jože: *Osnove nelinearnih elementov*, Založba FER, 1991.

Pierret, Robert F.: *Semiconductor Fundamentals*, Addison-Wesley, 1988.

Neudeck, Gerold W.: *The pn junction diode*, Addison-Wesley, 1989.

Neudeck, Gerold W.: *The bipolar junction transistor*, Addison-Wesley, 1989.

Price, T. E.: *Analog Electronics*, Prentice Hall Europe, 1997.

Sedra, Adel S., K.C. Smith: *Microelectronic Circuits*, Fourth Edition, Oxford University Press, 1998.

Sze, S. M.: *Semiconductor Devices*, 2nd Edition, John Wiley & Sons, Inc., 2002.

Neamen, Donald A.: *Semiconductor Physics and Devices*, Third Edition, Mc Graw Hill, 2003.

Priloga A

Pregled osnovnih enačb

Četveropoli:

$$\begin{aligned} \underline{y}_{mn} &= g_{mn} + jb_{mn} & \underline{I}_1 &= \underline{y}_{11}\underline{U}_1 + \underline{y}_{12}\underline{U}_2 \\ & & \underline{I}_2 &= \underline{y}_{21}\underline{U}_1 + \underline{y}_{22}\underline{U}_2 \\ \underline{z}_{mn} &= r_{mn} + jx_{mn} & \underline{U}_1 &= \underline{z}_{11}\underline{I}_1 + \underline{z}_{12}\underline{I}_2 \\ & & \underline{U}_2 &= \underline{z}_{21}\underline{I}_1 + \underline{z}_{22}\underline{I}_2 \\ \underline{h}_{mn} &= \operatorname{Re}\{\underline{h}_{mn}\} + j\operatorname{Im}\{\underline{h}_{mn}\} & \underline{U}_1 &= \underline{h}_{11}\underline{I}_1 + \underline{h}_{12}\underline{U}_2 \\ & & \underline{I}_2 &= \underline{h}_{21}\underline{I}_1 + \underline{h}_{22}\underline{U}_2 \end{aligned}$$

Polprevodnik:

$$\begin{aligned} n &= n_e e^{\frac{E_F - E_{F1}}{qU_T}} = n_i e^{\frac{V_{F1} - V_F}{U_T}} & p &= n_i e^{\frac{E_{F1} - E_F}{qU_T}} = n_i e^{\frac{V_F - V_{F1}}{U_T}} \\ J_n &= q\mu_n n E + qD_n \frac{dn}{dx} & J_p &= q\mu_p p E - qD_p \frac{dp}{dx} \\ \frac{\partial n}{\partial t} &= -\frac{n - n_0}{\tau_n} + \frac{1}{q} \frac{\partial j_n}{\partial x} & \frac{\partial p}{\partial t} &= -\frac{p - p_0}{\tau_p} - \frac{1}{q} \frac{\partial j_p}{\partial x} \\ -\frac{d^2 V}{dx^2} &= \frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon} & \rho &= q(p - n + N_D - N_A) \end{aligned}$$

pn dioda:

$$I = I_S (e^{\frac{V}{U_T}} - 1) \quad I_S = Aq \left(\frac{D_p p_{n0}}{L_p} + \frac{D_n n_{p0}}{L_n} \right) = Aq n_i^2 \left(\frac{D_p}{L_p N_D} + \frac{D_n}{L_n N_A} \right)$$

$$U_D = V_{Fm} - V_{F\varphi} = U_T \ln \frac{p_{p0}}{p_{n0}} = U_T \ln \frac{n_{n0}}{n_{p0}} = U_{Tp} + U_{Fn} = U_T \ln \frac{p_{p0} n_{n0}}{n_i^2}$$

$$\cong U_T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = U_p + U_n = \frac{q}{2\epsilon} (N_A x_p^2 + N_D x_n^2)$$

$$x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon N_D (U_D + U_R)}{q N_A (N_A + N_D)}} \quad x_n = \sqrt{\frac{2\epsilon N_A (U_D + U_R)}{q N_D (N_A + N_D)}}$$

$$D = x_p + x_n = \sqrt{\frac{2\epsilon (U_D + U_R)}{q} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)}$$

$$\underline{y} = \frac{I}{U} = \frac{I}{U_T} \sqrt{1 + j\omega\tau_p} = g + jb$$

$$g = \frac{I}{U_T} \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + (\omega\tau_p)^2}} \quad b = \frac{I}{U_T} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\omega\tau_p}{\sqrt{1 + \sqrt{1 + (\omega\tau_p)^2}}}$$

$$I = I_S (e^{nU_T} - 1)$$

pnp tranzistor:

$$I_E = I_{ES} (e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1) - \alpha_R I_{CS} (e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1) \quad I_C = -\alpha_F I_{ES} (e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1) + I_{CS} (e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1)$$

$$\alpha_F I_{ES} = \alpha_R I_{CS}$$

$$I_E = I_F - \alpha_R I_R \quad I_C = -\alpha_F I_F + I_R \quad I_F = I_{ES} (e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1) \quad I_R = I_{CS} (e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1)$$

$$I_E = I_{E0} (e^{\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1) - \alpha_R I_C \quad I_{E0} = I_{ES} (1 - \alpha_F \alpha_R)$$

$$I_C = -\alpha_F I_E + I_{C0} (e^{\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1) \quad I_{C0} = I_{CS} (1 - \alpha_F \alpha_R)$$

$$A|_{U_{cb}=0} = -\frac{I_c}{I_e} \Big|_{U_{cb}=0} = \frac{\alpha_0}{1 + \frac{j\omega}{\omega_a}} = \frac{\alpha_0}{1 + \frac{jf}{f_a}} = \underline{a}(f)$$

Spojini FET (n-kanal):

$$I_D = G_0 \left[U_{DS} - \frac{2}{3} \frac{1}{\sqrt{U_D - U_p}} \left[(U_{DS} + U_D - U_{GS})^{\frac{3}{2}} - (U_D - U_{GS})^{\frac{3}{2}} \right] \right]$$

$$G_0 = \frac{q\mu_n N_D W D}{L}$$

$$I_{DS} = G_0 \left[U_{GS} - \frac{U_p}{3} - \frac{2}{3} U_D - \frac{2}{3} \frac{(U_{GS} - U_D)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{U_p - U_D}} \right] = I_{DSS} \left(1 - \frac{U_{GS}}{U_p} \right)^2$$

MOS tranzistor (inducirani n-kanal):

$$I_D = \frac{C_0 W \mu_n}{L} \left[(U_{GS} - U_T) U_{DS} - \frac{U_{DS}^2}{2} \right] \quad I_{DS} = \frac{C_0 W \mu_n}{2L} U_T^2 \left(1 - \frac{U_{GS}}{U_p} \right)^2$$

$$\text{Štirislojna dioda: } I = \frac{M(I_{C01} + I_{C02})}{1 - M\alpha_1 - M\alpha_2} = \frac{MI_{C0}}{1 - M\alpha_1 - M\alpha_2}$$

$$\text{Tiristor: } I = \frac{MI_{C0} + M\alpha_2 I_G}{1 - M\alpha_1 - M\alpha_2}$$

$$\text{Fotodioda: } I = -I_S (e^{\frac{-U}{U_T}} - 1) + I_{SC}$$

$$\text{Fototranzistor: } -I_C = -I_B \frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F} + \frac{I_{C0} + I_L}{1 - \alpha_F}$$

Priloga B

Tabela fizikalnih konstant

Boltzmannova konstanta	$k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ W s K}^{-1}$
absolutna vrednost naboja elektrona	$q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ As}$
masa elektrona	$m = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
termična napetost	$U_T = kT/q = 25.66 \text{ mV } (T = 297.8 \text{ K} = 24.8 \text{ }^\circ\text{C})$
intrinzična koncentracija (Si)	$n_i = 10^{10} \text{ cm}^{-3} (T = 297.8 \text{ K} = 24.8 \text{ }^\circ\text{C})$
dielektrična konstanta	$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1} = 8.854 \times 10^{-14} \text{ F cm}^{-1}$
relativna dielektrična konstanta Si	$\epsilon_r(\text{Si}) = 11.7 \approx 12$
relativna dielektrična konstanta SiO ₂	$\epsilon_r(\text{SiO}_2) = 3.9 \approx 4$

Priloga C

Gibljivost elektronov in vrzeli v siliciju v odvisnosti od koncentracije primesi pri sobni temperaturi ($T = 300 \text{ K}$)

