

OSNOVE VEZIJ**2**

odgovori na ustna vprašanja

UNI

Šolsko leto 2008 / 2009
Izvajalec Andrej Košir

Avtor dokumenta Matic Golob
Skeniranje Matic Golob

UREJANJE DOKUMENTA

VERZIJA 01 REVIZIJA 02
DATUM 16. 12. 2010

ZADNJI POPRAVLJAL Blaž Potočnik
PREGLEDAL Blaž Potočnik

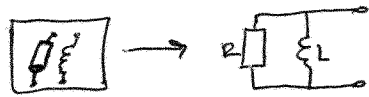
OPOMBE**POPRAVKI**

16. 12. 2010 – Zapiski označeni kot zastareli

1. Električno vezje

1.1. Realno el. vezje in model

Model električnega vezja



- zahteve za model:

1. Matematično opisljiv
2. Se da analizirati
3. Rezultati analize blizu realnega

Zakaj model uporabimo in zakaj ga smemo uporabiti

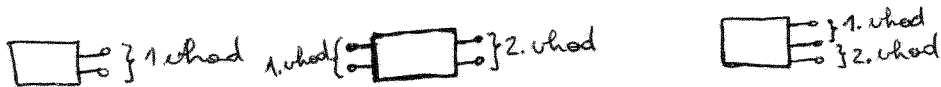
- drugače ne gre
- se da - drstaja

Klasifikacija po priključkih

- po priključnih spojkah (po številu priklj. spojk)

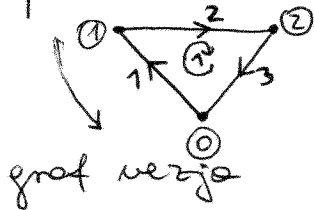
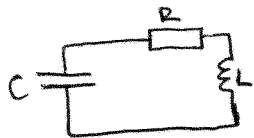


- po vhodih: vhod $\equiv$ par priključnih spojk



- vhod $\neq$ vzbujanje, odziv (signal)

Simbolična predstavitev vezja



- vozlišča
- veje
- skema

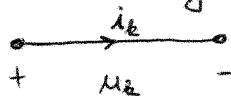
Osnovne spremenljivke vezja

- vejni tokovi

$$i_1, \dots, i_n$$

- vejne napetosti

$$u_1, \dots, u_n$$



b-ta veja

Referenčne in vezne polaritete

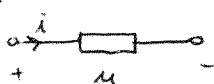
- ref. polaritete: $\rightarrow$ tok: usmeritev

$\rightarrow$ nap: polariteta

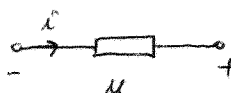
- vezne polaritete:

dogovorjene

www.stromar.si



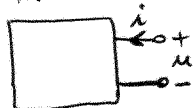
$$u = +Ri$$



$$u = -Ri$$

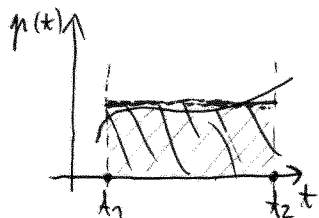
▣ Trenutna moč in energija

- trenutna moč:



$$p(t) = u(t) i(t)$$

- energija:



$$W(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt$$

▣ Sistem oznak

- čas. signali: $u(t)$, $i(t)$, $x(t)$, $u_g(t)$, ...

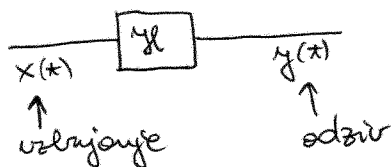
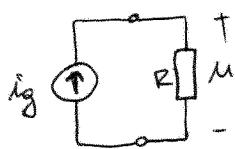
- konst.: U_0 , I_0 , X_0

$$x(t) = X_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

1.2 Električni sistem

▣ Simbolični sist. operator

- el. sistem = vezje + vzbujanje + odziv



$$u = \underline{y} \cdot i_g = R \cdot i_g$$

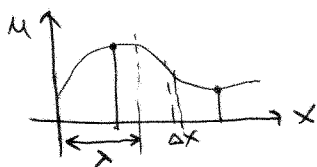
1.3. Lastnosti vezja in omrežja

▣ Strujeno vezje

- kovelja $w(x, y, z, t) = w(t)$

$\nwarrow$ $\nearrow$ $\nwarrow$ $\nearrow$ $\nwarrow$ $\nearrow$
 u, i kraj. $\uparrow$ čas. $\uparrow$ čas.
 f_{00} f_{00} f_{00}

- primer nestrojene vezja:



- vezje je strojeno kadar je nasproti valovom, ki potujejo po

vezju, možno

www.strojmar.si

dnevi $\ll \lambda$ (cca 100x manjše)

$$c = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f}$$

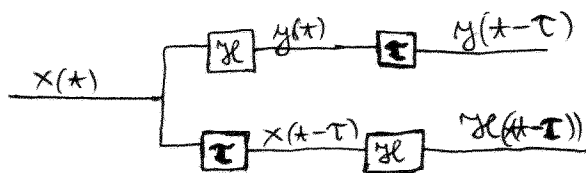
$$f = 50 \text{ Hz} : \lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{50} = \frac{3}{5} \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$f = 3 \text{ GHz} : \lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^9} = 0,1 \text{ m} \Rightarrow \text{dnevi} < 1 \text{ mm}$$

mat. elasta - nestrojeno v.

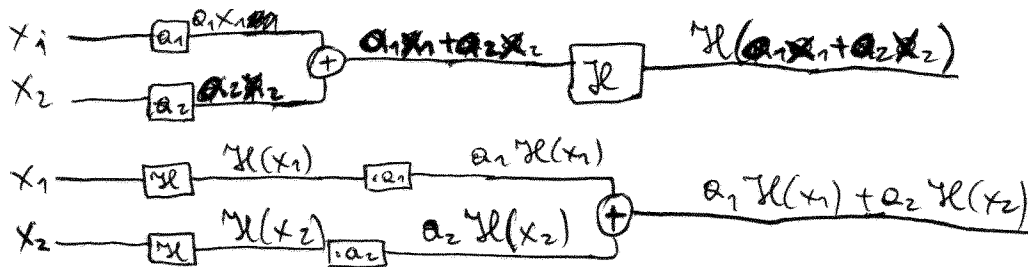
Linearnost in časovna invariantnost

- čas. invariantnost:



ko za vse $x(t)$, za vse τ : $y(t-\tau) = H(t-\tau)$

- linearnost:



ko za vse x_1, x_2, a_1, a_2 velja

$$H(a_1x_1 + a_2x_2) = a_1H(x_1) + a_2H(x_2)$$

vezje je lin. $\Leftrightarrow H$ je linearen

$\Leftrightarrow$ ko ga predst. linearne enačbe

$\Leftrightarrow$ ko je sest. iz lin. elem.

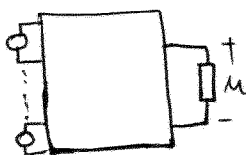
Sistemsko enačbo



$$\underbrace{a_m \frac{d^m}{dt^m} y(t) + \dots + a_1 \frac{d}{dt} y(t) + a_0 y(t)}_{\text{konst.}} = \underbrace{b_m \frac{d^m}{dt^m} x(t) + \dots + b_1 \frac{d}{dt} x(t) + b_0 x(t)}_{\text{konst.}}$$

$n \equiv$ red enačbe, skupno št. nebst. el. (tuljav in kond.)

Teorem o superpoziciji



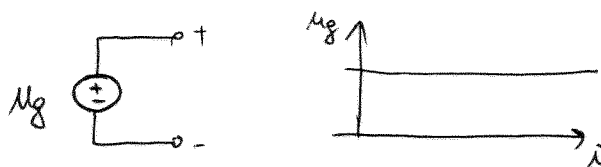
$$u = u' + u'' + u''' + \dots$$

↓
prispevek posameznega gen.

V lin. vezju, ki ga sodamo na poljubnih mestih vzbujamo, je odziv ~~na~~ v poljubnem trenutku na poljubnem mestu enak vsoti prispevkov posameznih vzbujanj.

Model vzbujanja vezja

- neodvisni nap. vir:

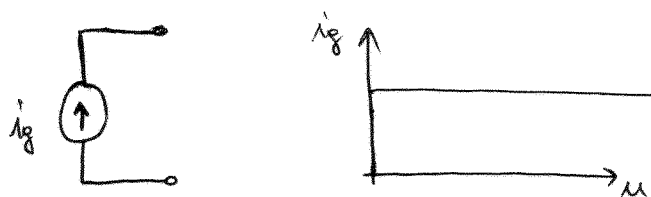


neodv. od toka na vhodu

realizacija $u_g(t) = 0V$

[krat. stik]

- neodv. ~~nap.~~ tokovni vir:



realiz. $i_g(t) = 0A$

[odprta sponka]

1.4 Kirchhoffove zakone

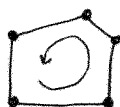
■ Tokovni k. z.

$$\sum_{k=1}^n i_k(t) = 0A$$



■ Napetostni k. z.:

$$\sum_{k=1}^n u_k(t) = 0$$



1.5 Modeli elementov vezja

■ Pasivni, reaktivni, aktivni elementi / dvupoli

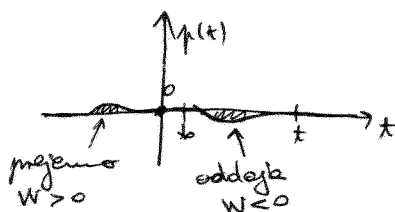


$W(t_1, t_2)$ "v dvupolu"

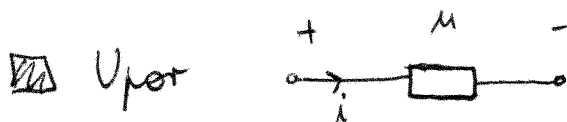
- reaktiven: shranjena energ. vračajo nazaj v vezje

- el. / dvupol je pasiven:

$$W(t_0) + W(t_0, t) \geq 0 \quad \forall t_0 < t, \forall \text{ vzbujanja}$$



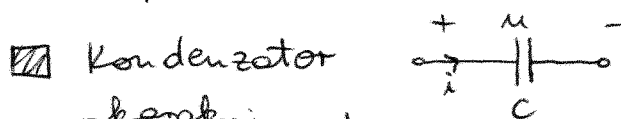
- el. je aktiven, če ni pasiven



- karakt.: $u(t) = R \cdot i(t)$

$i(t) = G \cdot u(t)$

pasiven, ni reaktiven



- karakt.:

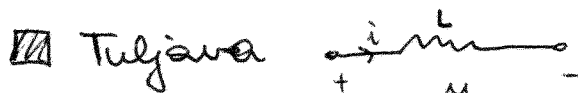
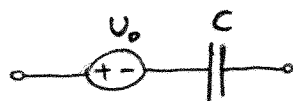
$$u(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t_1} i(t) dt$$

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$$

- nap. na C je zvezna: $u(0^-) = u(0^+)$

- model neelektrenega kondenzatorja

$$u(t) = \underbrace{\frac{1}{C} \int_{-\infty}^{0^-} i(t) dt}_{U_0} + \frac{1}{C} \int_{0^-}^{t_1} i(t) dt$$



- karakt.:

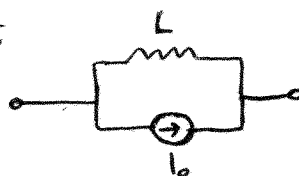
$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{t_1} u(t) dt$$

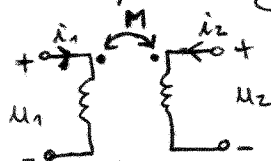
tok tuljave je zvezen: $i(0^-) = i(0^+)$
pasiven, reaktiven dvopol

- model vzbuja ne tuljave

$$i(t) = \underbrace{\frac{1}{L} \int_{-\infty}^{0^-} u(t) dt}_{I_0} + \frac{1}{L} \int_{0^-}^{t_1} u(t) dt$$



Sklop tuljav



$$u_1(t) = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2(t) = L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt}$$

+ če se pretoka podpineta,
- če se ne

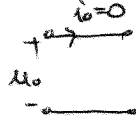
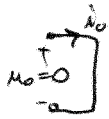
$$M = k \sqrt{L_1 L_2} ; M \equiv \text{medsebojna ind.}$$

$k \equiv$ faktor sklopa

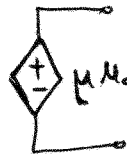
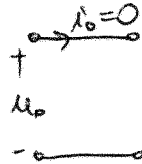
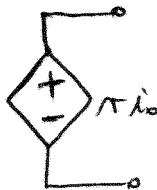
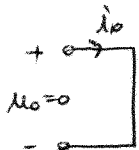
▣ Kombinirani viri

tok kombinirani

nap. kombinirani



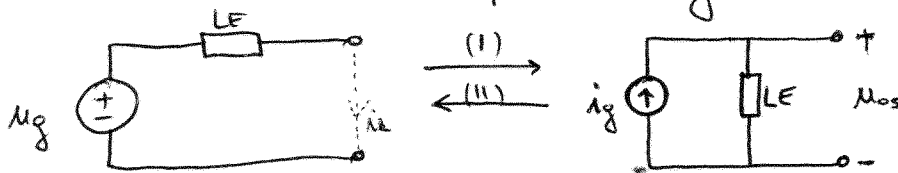
tok. vir



nap. vir

Moč, ki se porabi za kombiniranje je 0 W. !

▣ Teorem o transformaciji virov



- ekvivalenca s stalno ~~priležnost~~ ^{priležnost} spomb:



razmere v vezju so enake, ne glede na vrsto $\Rightarrow$ vrsta sta ekvivalentna s stal. priklj. spomb.

- nap. odprtih spomb u_{os} :



- kratkostični tok:



- teorem:

(I) $\rightarrow$ enak lin. el. LE

$\rightarrow i_g = i_k$

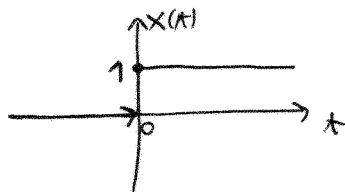
(II) $\rightarrow$ enak lin. el. LE

$\rightarrow u_g = u_{os}$

1.5 ~~Teles~~ Temeljni el. signali in transformacije

■ Temeljni el. signali

- signal je čas. fga s končno energijo
- enotna stopnica: $1(t)$



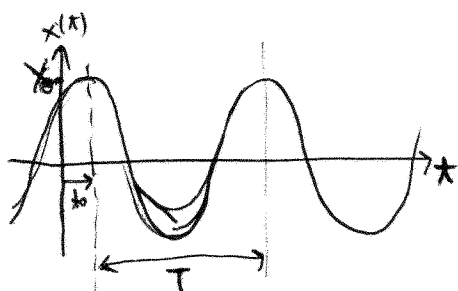
model stikala

- harm. signal:

$$x(t) = X_0 \cos(\omega t + \varphi) = X_0 \cos(\omega(t - t_0));$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

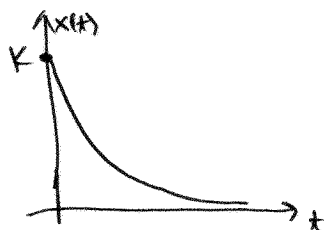
$$\varphi = -\omega t_0$$



predstavlja npr. harmonično stacionarno stanje

- eksponentni signal:

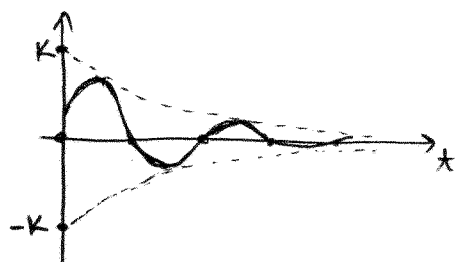
$$x(t) = K e^{st}; \quad s \leq 0$$



priznaja praznjenje kond.

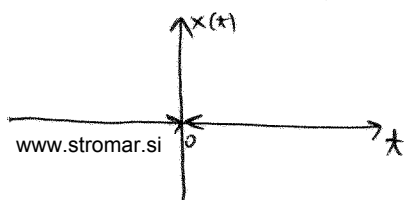
- dušeno nihanje:

$$x(t) = K e^{st} \cos(\omega t + \varphi); \quad s \leq 0$$



realni nih. krog.

- Diracov impulz



$$s(t) = \frac{d}{dt} 1(t)$$

Transformacija signalov:

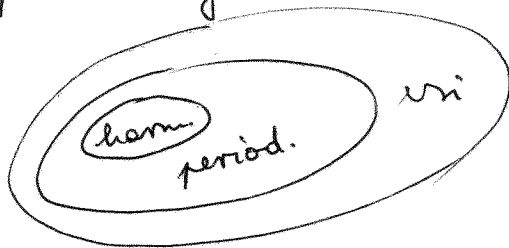
$f(t) \mapsto K f(t)$ sprememba amplitude

$f(t) \mapsto f(t-t_0)$ premik $\leftrightarrow$

$f(t) \mapsto f(at)$ sprememba frekv.

Pomenljive skupine signalov

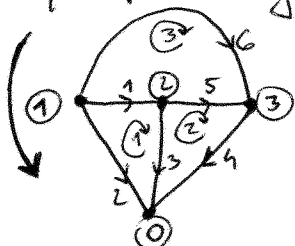
- harm.
- period.
- "vri" sign.



2. TEMELJNA ANALIZA

2.1. Topološki opis vezja

Graf vezja Označke grafa vezja



$$B = 6$$

$$N = 4$$

$$C = 3$$

- podoba vezavo vej skupaj z oznakami vozlišč in vej

- vozlišča: N (refer. + ostala)

- veje (B): povezave med vozlišči $\rightarrow$ meri večnega toka
 $\rightarrow$ polarit. večne napetosti

- obkroži (C): označimo jih v smeri urinega kazalca $\odot$

- za ravninsko vezje (vezje, ki se ne križa):

$$B = C + N - 1 \leftarrow \text{Eulerjeva korelacija}$$

Vpadna matrika

$$A_0 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$\leftarrow +$
 $\rightarrow -$

upisujem kako veje vpadajo v vozlišča (1 ven, -1 motr, 0 veje ne vpadajo v to vozl.)

- reducirana vpadna matrika:

$$A = \begin{matrix} \begin{matrix} \text{www.stromar.si} \\ A \end{matrix} \end{matrix}_{N-1} \begin{matrix} B \\ \end{matrix}$$

uloga: vektor večnih tokov: $\underline{i} = \begin{bmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_B \end{bmatrix}$

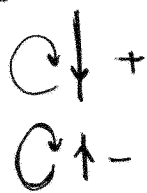
$$\text{TKE: } A \cdot \underline{i} = \underline{0}$$

Matrica mreže:

$$M_0 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

↑ ožna ← veja

gledamo kako se mečata
ožna in veja



- reduc. matr. mreže

$$M = C \begin{bmatrix} B \end{bmatrix}$$

- vloga:

vekt. vseh nap.: $\underline{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_B \end{bmatrix}$

NKE: $M \cdot \underline{u} = 0$

2.2. Opis elementov

Simbolični operator odvajanja

$$D x(t) = \frac{d}{dt} x(t)$$

$$\frac{1}{D} x(t) = \int_{-\infty}^t x(t') dt'$$

- last. algebraične:

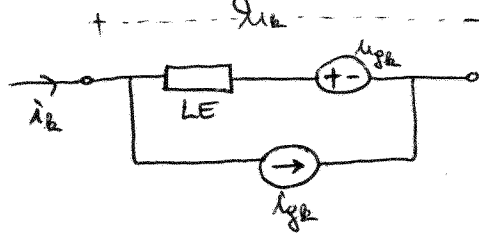
$$\frac{1}{D} (D x(t)) = x(t), \quad D \left(\frac{1}{D} x(t) \right) = x(t)$$

Vozlišča, veja, ožna

- prej graf vezja, $B = C + N - 1, \dots$

Splošna veja

- k-ta veja:



ponembno: $u_k = f(i_k)$ in
 $i_k = f(u_k)$

$$Z_k(D) = a_{-1} \frac{1}{D} + a_0 + a_1 D + \dots + a_n D^n$$

↳ tokovni vektorski operator

Karakteristika veje

- s tokovnim vektorskim operatorjem $-Z_k(D)$:

$$u_k = Z_k(D) (i_k - i_{k0}) + u_{k0} = Z_k(D) i_k - Z_k(D) i_{k0} + u_{k0}$$

$$u = L D i$$

~~...~~

→ z nap. dejnim operatorjem:

$$Y_k(D) = b_{-1} \frac{1}{D} + b_0 + b_1 D + \dots + b_m D^m$$

$$\dot{i}_k = Y_k(D)(u_k - u_{gk}) + i_{gk} = Y_k(D)u_k - Y_k(D)u_{gk} + i_{gk}$$

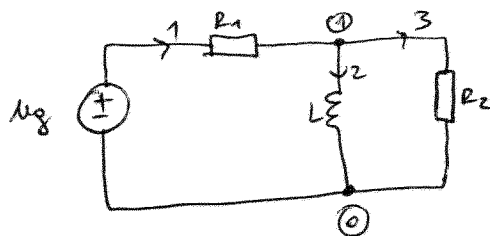
- matrična oblika:

$$\underline{u} = \underline{Z(D)} \underline{i} + \underline{u_g} - \underline{Z(D)} \underline{i_g}$$

↳ matrika tokovnih dejnih operatorjev

$$\underline{i} = \underline{Y(D)} \underline{u} - \underline{Y(D)} \underline{u_g} + \underline{i_g}$$

↳ matr. nap. dejn. op.



$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 \\ 0 & LD & 0 \\ 0 & 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -u_g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - Z(D) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

▣ Nekatere ugotovitve in lastnosti ($Z(D)$ in $Y(D)$)

- RLC vezje (brez krmilj. virov) $\Rightarrow Z(D), Y(D)$ sta diag. matriki:

$$Y(D) = Z(D)^{-1}$$

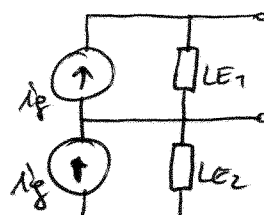
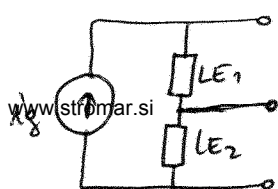
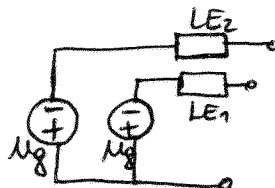
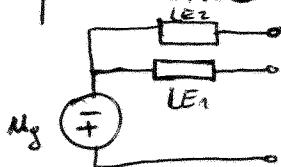
▣ Kaj ~~je~~ je /ni vga - pomožna transformacija

- je: vse kar je podena plošni vaji

- ni: npr.: i_k $\xrightarrow{+}$ LE $\xrightarrow{+}$ i_{gk} $\xrightarrow{-}$ ker $u_k \neq f(i_k)$



- pomožna transf.:



2.3 Temeljne enačbe

Matrlična oblika TKE:

$$\underline{A} \underline{\dot{i}} = \underline{0} \rightarrow \text{določimo } N-1 \text{ enačb}$$

$\downarrow$ $\rightarrow$ vektor ~~vejnih~~ ~~tekov~~
 red. upadne matrice

Matrlična oblika NKE:

$$\underline{M} \underline{u} = \underline{0} \rightarrow C \text{ enačb}$$

$\downarrow$ $\rightarrow$ vektor ~~napetosti~~ ~~vejnih nap.~~
 matrice mreže

Ekonomična enačb

- št. spren:

$$\underline{\dot{i}} = \begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \vdots \\ \dot{i}_B \end{bmatrix}; \underline{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_B \end{bmatrix}; \quad 2B$$

- št. enačb:

$$\left. \begin{array}{l} \text{TKE: } N-1 \\ \text{NKE: } C \\ \text{karakteristika} \\ \text{veje: } B \end{array} \right\} B \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} 2B$$

2.4 Postavitve sistema enačb vezja - tri metode

Vejna metoda

- spren. metode

$$\underline{\dot{i}} = \begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \vdots \\ \dot{i}_B \end{bmatrix}$$

- zapis enačb:

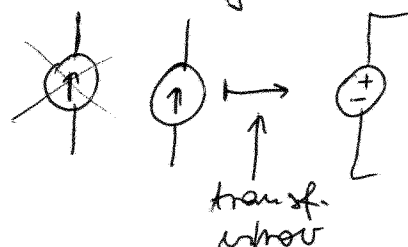
$$\text{TKE: } \underline{A} \underline{\dot{i}} = \underline{0}$$

$$\text{NKE: } \underline{M} \underline{u} = \underline{0}: \quad \underline{M} \left(\overbrace{Z(D) (\underline{\dot{i}}_g - \underline{\dot{i}}_g) + \underline{u}_g}^{\underline{u}} \right) = \underline{0}$$

$$\underline{M} Z(D) \underline{\dot{i}} = \underline{M} Z(D) \underline{\dot{i}}_g - \underline{M} \underline{u}_g$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \underline{A} \\ \hline \underline{M} Z(D) \end{bmatrix}}_{B \times B} \underline{\dot{i}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{0} \\ \hline \underline{M} Z(D) \underline{\dot{i}}_g \\ -\underline{M} \underline{u}_g \end{bmatrix}}_{B \times 1}$$

- omrežje:



▣ Zračna metoda

- spremenljivke: zračni tokovi $i_{z1}, \dots, i_{zc}$
- zapis enačb:

NKE:

$$M \underline{i} = \underline{0} \quad \underline{i} = M^T \underline{i}_z$$

$$M(Z(D)(\underline{i} - \underline{i}_g) + \underline{u}_g) = \underline{0}$$

$$M Z(D) M^T \underline{i}_z = M Z(D) \underline{i}_g - M \underline{u}_g$$

$$\boxed{Z_z(D) \underline{i}_z = \underline{u}_{zg}}$$

$Z_z(D) \equiv$ zračna matrika tokovnih operatorjev

$\underline{u}_{zg} \equiv$ stolpec zračnih napetostnih vektor

- rešitev matrične en:

- omejitve: $\underline{i}_z = Z_z(D)^{-1} \underline{u}_{zg}$



▣ Vozlišna metoda:

- spremenljivke: vozlišne napetosti $u_{v1}, \dots, u_{vN-1}$
- zapis enačb:

TKE: $A \underline{i} = \underline{0} \quad \underline{u} = A^T \underline{u}_v$

$$A(Y(D)(\underline{u} - \underline{u}_g) + \underline{i}_g) = \underline{0}$$

$$A Y(D) A^T \underline{u}_v = A Y(D) \underline{u}_g - A \underline{i}_g$$

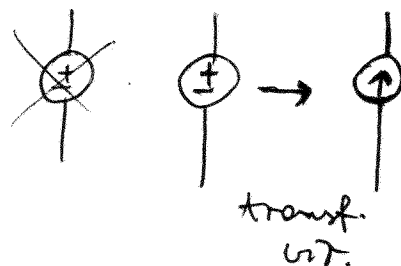
$$\boxed{Y_v(D) \underline{u}_v = \underline{i}_{vg}}$$

$Y_v(D) \equiv$ matrika ~~vozišnih~~ nap. operat.

$\underline{i}_{vg} \equiv$ stolpec ~~vozišnih~~ tok. gener.

- matr. rešitev: $\underline{u}_v = Y_v(D)^{-1} \underline{i}_{vg}$

- omejitve:



Primerjava metod

Metoda	št. enačb	
vezna	B	→ najslabša
zanka	C	} B
vozliščna	N-1	

- zlošna je le vozliščna metoda, ostali dve sta le za ravninska vezja

2.5. Dualnost

Opis dualnosti

- vezji sta dualni, če ju opisujeta matematično enake sisteme enačb za napetosti in tokove

Dualni pojmi

napetost $\leftrightarrow$ tok

vozlišče $\leftrightarrow$ okno

$R \leftrightarrow G$

$L \leftrightarrow C$

$i_g \leftrightarrow u_g$

 $\leftrightarrow$ 

zap. vezje $\leftrightarrow$ vzporedna vez.

Neposredno določanje dualnega vezja

- koraki:

• označite orig. vezje

• izdelajte graf dualnega vezja (kar ne model orig. vezja):
pod. (ref. + ostala)
veje

• izdelajte dualno vezje pri čemer so dualni elementi:

$C_{dm} = L_{am}$ (npr.: $1 \text{ mF} \equiv 1 \text{ mH}$)
normirano

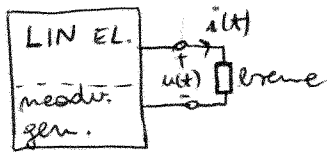
$i_{gm} = u_{gm}$ $L_{dm} = C_{am}$

www.elektro.si

- le za ravninska vezja

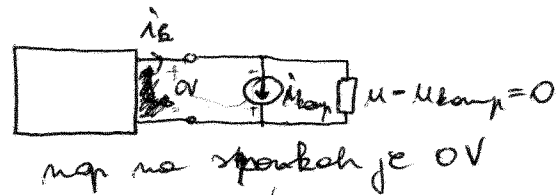
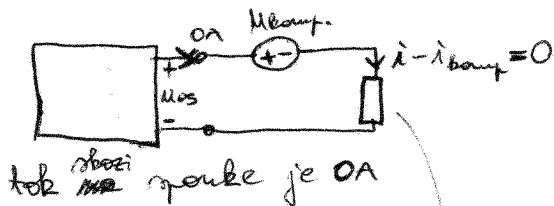
2.6. Theveninov in Nortonov teorem

Problem, ekvivalenca

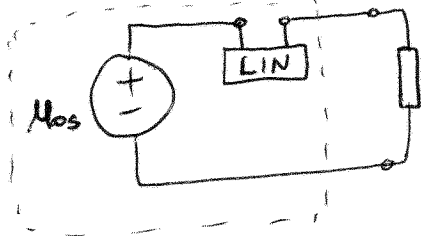


- zankajo nas pravilo za določanje ekvivalentnih dvopolov (s stališče priključnih spojk), ki lahko nadomestijo poljubni linearni dvopol z neodvisnimi viri vred

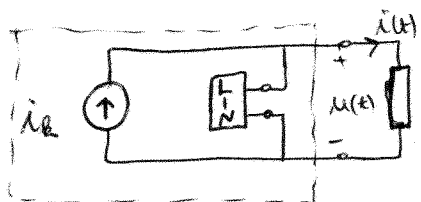
Mišelni poskus



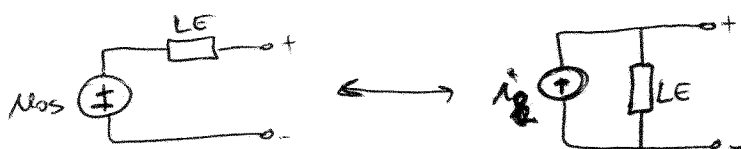
Theveninov ekvivalentni dvopol



Nortonov ekvivalentni dvopol



opomba:



2.7 Tellegenov teorem

Teorem

$$\sum_{k=1}^B \underbrace{u_k(t) i_k(t)}_{p_k(t)} = 0$$



$$p_k = u_k i_k$$

vezave
potenke

- zakon o ohranitvi energije, ki velja v el. vezju:
vsota produktov trenutnih napetosti in tokov po vseh vezjih
vezja je nič

Alternativna oblika teorema

- če imata dve vezji skupen graf velja:

$$\sum_{k=1}^B u_k(t_1) i_k(t_2) = 0$$

$$\sum_{k=1}^B u_k^{(1)}(t_1) i_k^{(2)}(t_2) = 0$$

produktov

vsota $\uparrow$ napetosti v 1. grafu in tokov v 2. grafu ob t_2 je 0.

3. Klasična analiza

3.1. Sistemsko enačbo in njeno rešitev

Sistem LDE, nehomogena LDE za iskan odziv in rešitev

$$\boxed{y} \rightarrow y \quad \text{-- za vse signale}$$

- z eno od treh metod opisemo vezje in sistem
- n -enačb 1. reda združimo v eno enačbo n -tega reda:

$$(a_n D^n + \dots + a_1 D + a_0) y = F(t)$$

$n \equiv$ red DE $\leq$ št. reakcijskih elementov

- če je $F(t) = 0$ je D.E. homogena in je $y_h = 0$

$$y = \underbrace{y_h}_{\text{homogeni del}} + \underbrace{y_p}_{\text{nehom. oz. partikularni del}}$$

Resitev homogene dif. en.

- $F(t) = 0$

- poiščemo ničle karakterističnega polinoma

$$P(\lambda) = a_n \lambda^n + \dots + a_1 \lambda + a_0$$

$$P(\lambda) = 0$$

- glede na red ničel:

• 1. red:

$$y_h(t) = K_1 e^{\lambda_1 t} + \dots + K_n e^{\lambda_n t}$$

• k-tega reda m:

$$(K_1 + K_2 t + \dots + K_m t^{m-1}) e^{\lambda_k t}$$

- glede na tip ničel

$$\lambda = s + i\omega$$

• $\lambda \in \mathbb{R}$: $K e^{s t}$; $s = \operatorname{Re}(\lambda)$

• $\lambda \in \mathbb{C}$: λ, λ^* : $K_1 e^{\lambda t} + K_1^* e^{\lambda^* t} = K e^{s t} \cos(\omega t + \varphi)$; $\omega = |\operatorname{Im}(\lambda)|$

- homogena reš. ima n prostih konstant. $K_1, \dots, K_n$

Partikularna rešitev

- z nastavkom oblike:

$F(t)$	most $y_p(t)$
K	A
$K e^{s t}$	$A e^{s t}$
$\cos(\omega t), \sin(\omega t)$	$A_1 \cos(\omega t) + A_2 \sin(\omega t)$

Vstavimo y_p v ~~rešeno~~ D.E $\rightarrow$ določimo nastavek enečb za konstante nastavek

Spletna rešitev:

$$y(t) = y_h(t) + y_p(t)$$

$K_1, \dots, K_n$
prosti konst.

$\rightarrow$ določimo proste konst.

▣ Posebna rešitev

- določimo jo iz zač. pogojev

$$t=0^+ \\ y(0^+), Dy(0^+), \dots, D^{n-1}y(0^+)$$

~~- ZP vstavimo v splošno reš. → sistem en. za $K_1, \dots, K_m$~~

- ZP določimo tako, da v sistem enačb vnesemo ustvarjeno $u_c(0^+)$ in $i_c(0^+)$ za vse L in C in upoštevamo zveznost sistema smo dobili sist. navodnih enačb za iskanne začetne pogoje

- ZP vstavimo v splošno rešitev

$$\begin{aligned} \hookrightarrow u(0^+) &\longrightarrow u = K_1 e^{2t} + K_2 e^{-5t} - 7V \\ Du(0^+) &\longrightarrow Du = \dots \end{aligned}$$

in določimo sistem enačb za $K_1, \dots, K_m$

3.2 Interpretacija rešitve

▣ Lastni in vsiljeni odziv

zapis odziva glede na vzrok

- $y_R(t)$: lastni odziv ($F(t)=0$, nima ne upliva vzbujanje)
 odvisen le od strukture vezja in zač. energ.

- $y_P(t)$: vsiljeni odziv (pogovori se le o vzbujanju s signalom)

▣ Odziv na začetno stanje in odziv na vzbujanje

$$y(t) = y_z(t) + y_o(t)$$

- začetno/stanje = stanje reaktivnih elem. ≠ začetni vrednosti odziva $y(0^+)$

posledica v vezju
nakopičene energ.

odziv na vhodni
signal

▣ Prehodni pojav in stacionarno stanje

zapis odziva glede na časni potek

$$y(t) = y_o(t) + y_s(t)$$

členi, ki izraenjajo preh. pojav je prehod med stacionarnimi stanji

primer stacionarnega stanja:

stacionarno stac. stanje: vsi u, i so konst.

harm. stac. stanje: vsi u, i so harm.

■ ~~Prezave med navedenimi~~ povezave med navedenimi

pojmi

- če je vezje pasivno ~~in~~ in voljeni
odziv s časom ne izveni je stacionarno stanje
enako vsiljenemu odzivu oziroma partikularnemu delu:
 $y_0 = y_s = y_p$

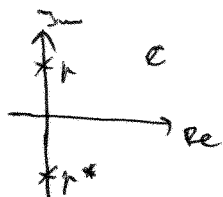
■ Tipi lastnega odziva

- ~~mi~~ ~~de~~ karakt. polnoma nam povejo, kakšno je
nihanje:

• nedušeno nih.

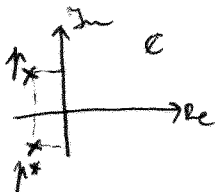
$$\operatorname{Re}(p_i) = 0 \quad i = 1, \dots, n$$

$$\operatorname{Im}(p_i) \neq 0$$



• dušeno nih.

$$\operatorname{Re}(p_i) < 0, \operatorname{Im}(p_i) \neq 0$$

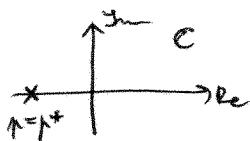


• kritično dušenje

$$\operatorname{Im}(p_i) = 0$$

$$|\sigma(p)| > 1$$

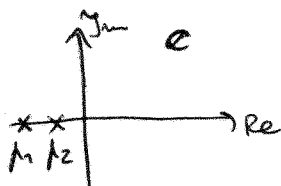
dvajema realna
miči



• nadkritično dušenje:

$$\operatorname{Im}(p_i) = 0, \operatorname{Re}(p_i) < 0$$

dva realni miči



4. KONVOLUCIJA

4.1. Konvolucijski teorem

■ Prva oblika teorema - limite odziva na aproksimacijo z $1(t)$

Če poznamo odziv lin. vezja na enotno stopnico, lahko
izt. odziv na poljubno vzburjenje kot konvolucijo med
odvodom tega vzburjenja in odzivom na enotno stopnico.

$$x(t) = 1(t) \quad \boxed{\mathcal{L}} \quad y(t) = g(t) \quad g(t) = \mathcal{L}(1(t))$$

$$y(t) = \mathcal{L}(x(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} x'(\tau) g(t-\tau) d\tau = (x' * g)(t)$$

▣ Druga oblika teorema - limita odziva na aproksimacijo δ impulza ($\delta(t)$)

Če poznamo odziv LIN. vezja na enotni impulz, lahko odziv na poljubno vzburjenje izr. kot konvolucijo med vzburjenjem in odzivom na enotni impulz

$$x = \delta(t) \rightarrow \boxed{H} \rightarrow y = h(t) \quad h(t) = \mathcal{H}(\delta(t))$$

$$y(t) = (x * h)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau$$

▣ Interpretacija odziva - začetno stanje + vzburjenje od 0 naprej

$$y(t) = \underbrace{\int_{-\infty}^0 x(\tau) h(t-\tau) d\tau}_{y_z(t)} + \underbrace{\int_0^{\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau}_{y_v(t)}$$

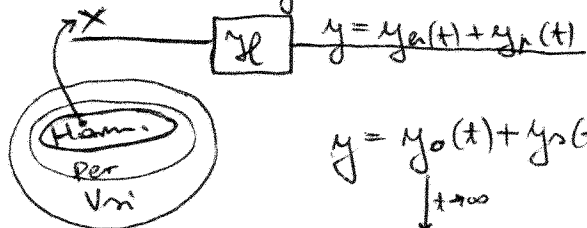
Če sistem opazujemo od $t=0$ naprej je začetno stanje posledica vzburjenja pred tem. Pri računanju odziva na vzburjenje od $t=0$ naprej se moramo zavedati, da nam bo konv. int. dal le odziv na vzburjenje, odziv na začetno stanje pa moramo izr. kako drugače.

5. TZMENIČNA ANALIZA

5.1. Uvod

▣ Odziv vezja na izmenično stacionarno stanje

▣ Izvedba izmenične analize



$$y = y_0(t) + y_s(t) \rightarrow y_s(t)$$

$\downarrow$
 $t \rightarrow \infty$
 0

~~ker~~ $x(t) = X_0 \cos(\omega t + \varphi) \rightarrow$ ker je $x(t)$ harm. je tudi $F(t)$ harm.

$y_{\text{stacionarno}}(t) = A \cos(\omega t + \psi)$ - ~~ker~~ stac. stanje ima isto

brezno frekv. kot vzburjenje

5.2. Domena kotalcev

Definicija kotalca

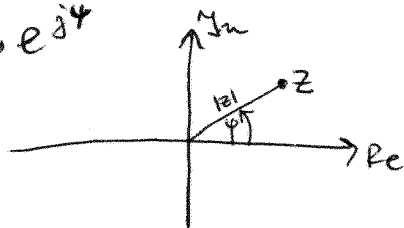
- je kompleksno število

$$x(t) = X_0 \cos(\omega t + \varphi) \longrightarrow y(t) = Y_0 \cos(\omega t + \psi)$$

$$X = X_0 e^{j\varphi}$$

$$\longrightarrow Y = Y_0 e^{j\psi}$$

$$z = |z| e^{j\varphi}; \quad \varphi = \arg(z)$$



Sistemsko fja in imitanca

$$\left. \begin{array}{l} U = U_0 e^{j\varphi_u} \\ I = I_0 e^{j\varphi_i} \end{array} \right\} X, Y$$

$$Y = \mathcal{H}(j\omega) X$$

- sist. fja $\mathcal{H}(j\omega) = \frac{Y \leftarrow \text{odziv}}{X \leftarrow \text{vzbujanje}}$

- posebni primeri sist. fja:

• Impedanca: $Z(j\omega) = \frac{U}{I} = R(\omega) + j \overbrace{X(\omega)}^{\text{reaktanca}}$

• admittance $Y(j\omega) = \frac{1}{Z} = G(\omega) + j \underbrace{B(\omega)}_{\text{susceptance}}$

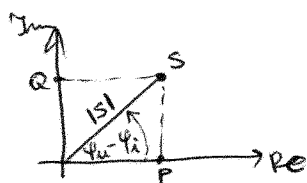
Kompleksna moč

- komp. moč: $S = \frac{1}{2} U I^* = \underbrace{P}_{\text{delovna moč}} + j \underbrace{Q}_{\text{Re}(S)}$

- delovna moč: $P = \text{Re}(S) = \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos(\varphi_u - \varphi_i) = f(\omega)$

$$U = U_0 e^{j\varphi_u}; \quad I = I_0 e^{j\varphi_i}$$

- močestni trikotnik:

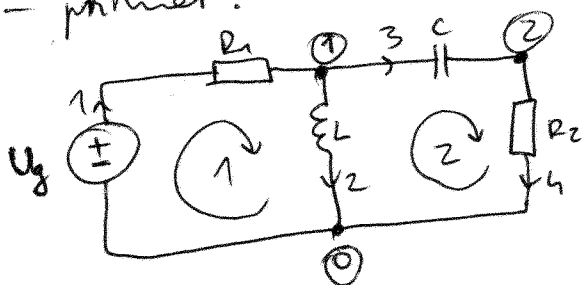


$$|S| = \text{nevidena moč}$$

5.3. Zračna in vozliščna metoda

■ Zračna metoda, zračna impedančna matrika

- sprem.: $I_{z1}, \dots, I_{zc}$
- zapis $\vec{C}$ enačb
- NKE
- matrična oblika: $Z_z(j\omega) \underline{I}_z = \underline{U}_g \Rightarrow$ sistem navadnih enačb
- primer:



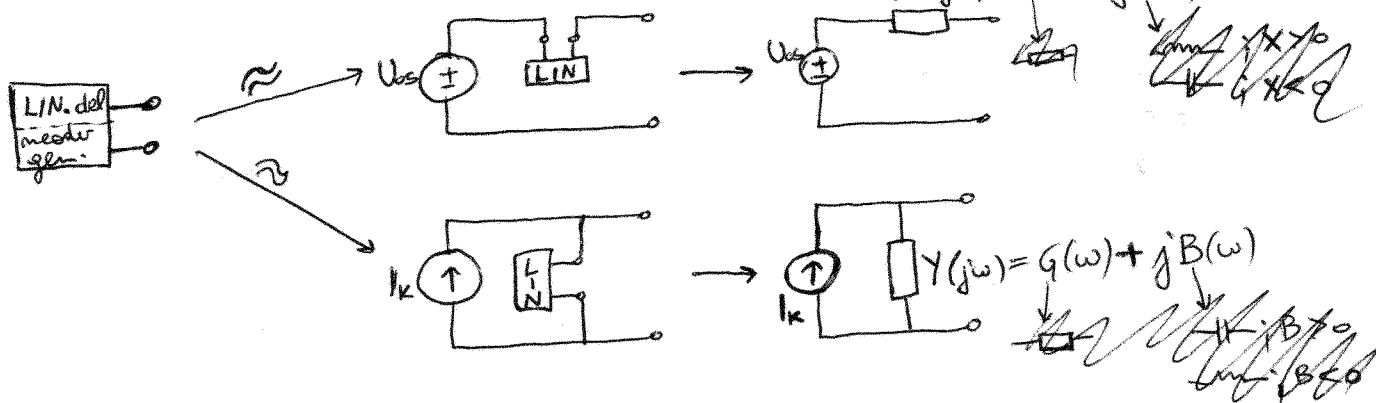
$$\begin{bmatrix} R_1 + j\omega L & -j\omega L \\ -j\omega L & j\omega L + R_2 + \frac{1}{j\omega C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{z1} \\ I_{z2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_g \\ 0 \end{bmatrix}$$

■ Vozliščna metoda, vozliščna admitančna matrika

- sprem.: $U_{v1}, \dots, U_{vN-1}$
- zapis $\vec{A}$ enačb
- TKE
- matrična oblika: $Y_v(j\omega) \underline{U}_v = \underline{I}_g$
- za RLC vezje sta $Z_z(j\omega)$ in $Y_v(j\omega)$ simetrični

5.4. Enosvodna vezja - dvopoli

■ Theveninov in Nortonov teorem - ekvivalentni dvopol



Teorem o maks. prenosu moči

$$P = P(R_e, X_e)$$

$$\frac{\partial P}{\partial R_e} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial X_e} = 0$$

$$P = \operatorname{Re} \left(\frac{1}{2} U_e I^* \right)$$

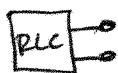
$$\left. \begin{array}{l} R_e = R_g \\ X_e = -X_g \end{array} \right\} Z_e = Z_g^*$$

- pri pogojih:

i) R_e ni mogoče izbrati: $X_e = -X_g$

ii) X_e ni mogoče izbrati: $R_e = |Z_g| = \sqrt{R_g^2 + X_g^2}$

Resonanca



- dvopol je v resonanci, ko sta odziv in vzružanje v fazi
~~resonanca~~ (frekvenci 0 in ∞ sta izzeti)

Resonanca: tokova

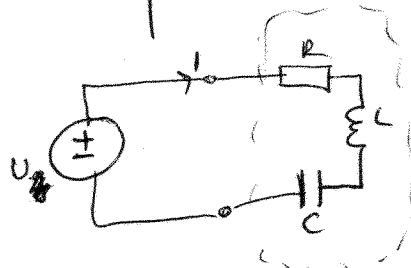
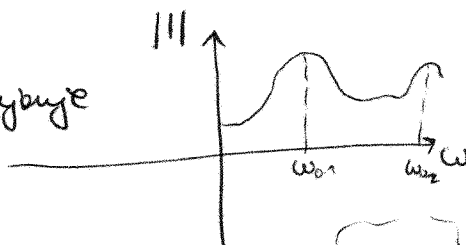
- odziv je 1, U ~~odziv~~ je vzružanje

$|U|$ konst., $|||$ opazujem

- izračun ω_0 : $||| = \frac{|U|}{|Z(j\omega)|} = \frac{|U|}{\sqrt{R^2 + X^2(\omega)}}$

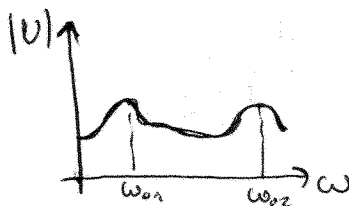
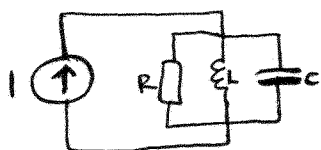
Resonanca nastopi pri

$$\operatorname{Im}(Z(j\omega)) = X(\omega_0) = 0$$



→ primer:
zap. nih.
krog

Resonanca: napetostna



U odziv, I vzružanje

- izračun ω_0 :

$$|U| = \frac{|||}{|Y|} = \frac{|||}{\sqrt{G^2 + B^2(\omega)}}$$

$$\operatorname{Im}(Y(j\omega)) = B(\omega_0) = 0$$

www.stromar.si

- opomba: Sistem 1. reda nima res. frekvenc (morekoti leži vsaj 2 reakt. el.)

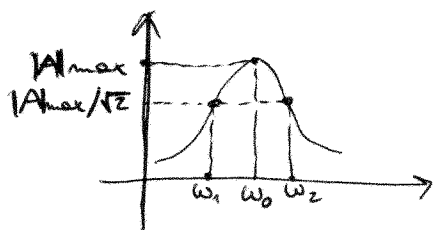
Resonanca: LC vezje

- vezje z majhnimi ^{Rohko} izgubami ^{prosto} nastane tako, da jih zanemarimo.
- vhodna reaktanca LC vezij je vedno naraščajoča fja frekvence:

$$\frac{dX(\omega)}{d\omega} > 0$$

~~rezonanca~~

Kvaliteta



A --- opazovan odziv

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1}$$

Visoke vrednosti za kvaliteto odražajo ozke, selektivne resonančne kriv, oz. izrazito resonanco.

- pribl. formule za izračun $Q(\omega_0)$

• energijske: $\sum W_L(\omega_0) \stackrel{?}{=} \sum W_C(\omega_0) \rightarrow$ vsota maks. energij L/C

$$Q(\omega_0) = \omega_0 \frac{\sum W_L(\omega_0)}{\sum P_R(\omega_0)} \stackrel{?}{=} \frac{\sum W_C(\omega_0)}{\sum P_R(\omega_0)} \rightarrow \text{vsota del moči na R}$$

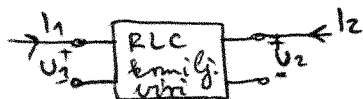
• imitancne:

- impedančne: $Q(\omega_0) = \frac{X_L(\omega_0)}{R(\omega_0)} = - \frac{X_C(\omega_0)}{R(\omega_0)}$

- admitančne: $Q(\omega_0) = \frac{B_C(\omega_0)}{G(\omega_0)} = - \frac{B_L(\omega_0)}{G(\omega_0)}$

5.5. Dvovhodna vezja - četverpoli

Uvod



- na en vhod priključimo vzbujačo in opazujemo odziv na drugem vhodu

Teorem o recipročnosti



$$\frac{I_2}{U_1} = \frac{I_1}{U_2}$$

$\Rightarrow$ razmerje ostane enako tudi če zamenjamo ~~moči~~ vzbujačo in ~~rezonantni~~ odziv



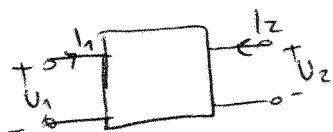
$$\frac{I_1}{U_2} = \frac{I_2}{U_1}$$

- RLC četverpoli so recipročni.

☐ Simetričnost

- četr. je sim., če se ob menjavi vhodov ohranijo vse natančne tje
- če je četr. sim. je tudi recipročen, obratno ne velja

☐ Parametri dvovhodnih vezij



- karakteristika četrupola je predstavljena z dvema linearnima enačbama s 4 konst. koef. (parametri) in 4 spem. (2 odvisni in 2 neodvisni)
- imitancijski zapis, verižni, hibridni zapis

☐ Parametri dvovh. vezij: Impedancijski zapis

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$U_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2$$

$$U_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2$$

$I_1 = 0: Z_{12}, Z_{22}$ } vsako od spem. 1x postavimo na 0
 $I_2 = 0: Z_{11}, Z_{21}$

- recipr.: $Z_{12} = Z_{21}$

- simet.: $-||-$ & $Z_{11} = Z_{22}$

☐ P.d.v. Admitancijski parametri

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

- recip.: $Y_{12} = Y_{21}$

- sim.: $-||-$ & $Y_{11} = Y_{22}$

☐ P.d.v.: verižni & in b param.

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

www.stromar.si

recip.
 $\Delta a = 1$

sim.

recip &
 $a_{11} = a_{22}$

$$\begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix}$$

$\Delta b = 1$

recip &
 $b_{11} = b_{22}$

$\Delta \equiv \det$

■ P.d.v.: hibridni h in g

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

recip

$$h_{12} = -h_{21}$$

shem.

recip &
 $\Delta h = 1$

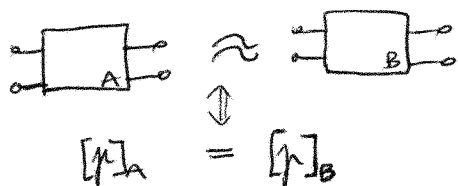
$$\begin{bmatrix} U_2 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_2 \\ U_1 \end{bmatrix}$$

$$g_{12} = -g_{21}$$

recip &
 $\Delta g = 1$

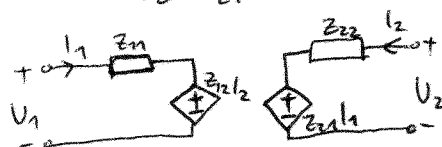
■ Ekvivalentna dvoohodna vezja

- ekvivalentna dvooh. v. so vsi četverpoli, ki imajo enake parametre, vendar dricejno mislimo na po zgradbi najpreprostejši četverpol iz te množice

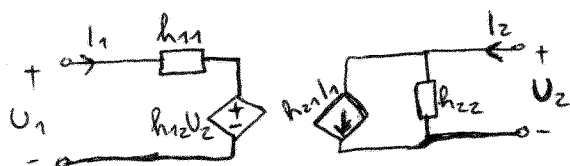


$$U_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2$$

$$U_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2$$



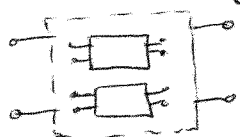
- min. četverpol za npt. h parametre



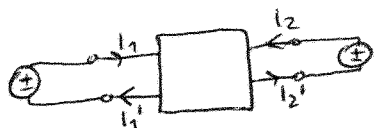
$$U_1 = h_{11}I_1 + h_{12}U_2$$

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}U_2$$

■ Združevanje dvoohodnih vezij



- tokovo ravnovesje:



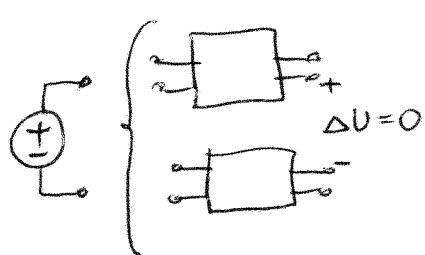
$I_1 = I_1' \neq I_2 = I_2'$, da velja tokovo ravnovesje

Četverpolni parametri veljajo le v tokovem ravnovesju (tudi če združujemo četv.)

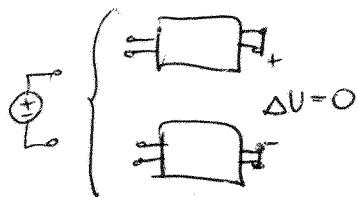
- preden povežemo četv. se moramo prepričati, da povezovalne ne prizadane tokovega ravn. - to naredimo

z Bunejevim testom

- Brunejev test za:



zaporedno povezavo
četverop. vhodov

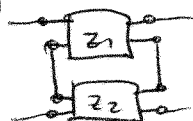


vzporedno povezavo

Test uspe če je nap. med spinkama $\Delta U = 0$

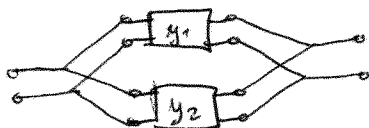
- rezeve:

• zaporedna



$Z = Z_1 + Z_2$, če je
Brune uspel

• vzporedna



$Y = Y_1 + Y_2$, če...

• serijska

• kilična ali g

▣ Vhodna impedanca in transformacija impedance
bremen



$$Z_0 = \frac{U_1}{I_1}$$

$$Z_0 = Z_0(Z_0)$$

- izrazimo $Z_0 = Z_0(Z_0)$ z imp. parametri:

$$U_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2$$

$$U_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2$$

$$U_2 = -Z_0 I_2$$

$$Z_0 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2}{I_1} = Z_{11} + Z_{12} Z_{21} \frac{1}{Z_{22} + Z_0}$$

- $Z_0 = Z_0(Z_0)$ je kompozitum:

1.) Translacija

2.) Invertiranje

3.) Rotacije in skaliranje

4.) Translacija

▣ **Vhodna impedanca:** karakteristična imped. za simetrične četverpole

- karob. imped. je imped. bremena z last., da se preslika vase na vhod



$$Z_0 = Z_0(Z_L)$$

$$Z_L = Z_0 \Big|_{Z_L=Z_L} \Rightarrow Z_L = Z_0(Z_L)$$

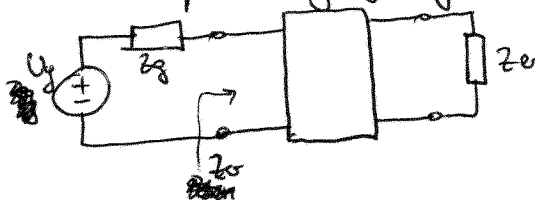
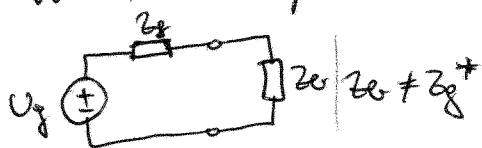
za sim. četverpol

$$Z_K = \pm \sqrt{\Delta Z} = \sqrt{Z_{010} \cdot Z_{0Kk}}$$

- izračun:

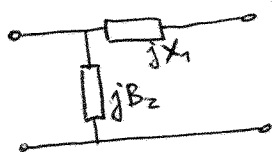
$$Z_K = Z_{11} - \frac{Z_{12}Z_{21}}{Z_{22} + Z_0} \Big|_{\substack{Z_{12}=Z_{21} \\ Z_{11}=Z_{22}}} \Big|_{Z_L=Z_K}$$

▣ **Vhodna imped.:** impedančno prilagajanje



- od prilagoditvenega četverpola pričakujemo:
- prilagodi breme: $Z_L = Z_g^*$
- nič ne porabi zasl: $\mathbb{R}LC$
- kar se da preprosto: 2 elementa

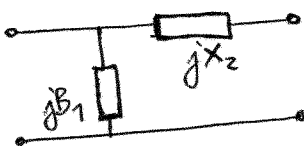
a) $G_0 \cdot R_g \leq 1$



$$B_2 = \pm \sqrt{\frac{G_0}{R_g} (1 - G_0 R_g)} - B_g$$

$$X_1 = \pm \sqrt{\frac{R_g}{G_0} (1 - R_g G_0)} - X_g$$

b) $R_0 G_g \leq 1$

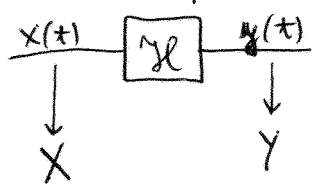


$$B_1 = \pm \sqrt{\frac{G_g}{R_0} (1 - G_g R_0)} - B_g$$

$$X_2 = \pm \sqrt{\frac{R_0}{G_g} (1 - R_0 G_g)} - X_g$$

- prilagajanje je frekvenčno odvisno

Prevojalne lastnosti: prevojalna fja
= določa prevojanje signala preko sistema



$$H(j\omega) = \frac{Y}{X} \quad \text{— prev. fja}$$

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| e^{j\theta(\omega)} \quad ; \quad \theta = \varphi_y - \varphi_x$$

amplitudni odziv

fazni odziv

— ojačanje:

$$A_{\text{np}}(\omega) = \ln |H(j\omega)|$$

NEPER

$$A_{\text{dB}}(\omega) = 20 \log_{10} |H(j\omega)|$$

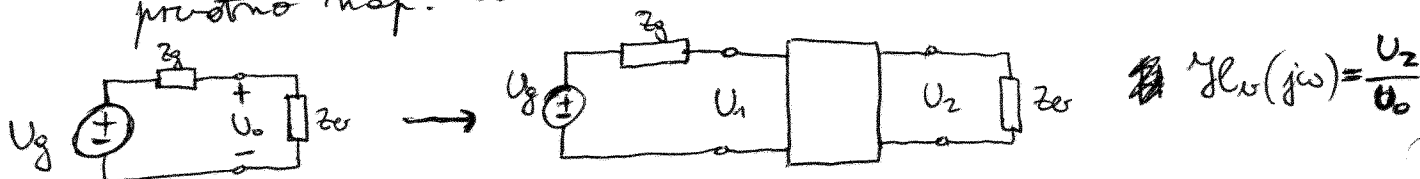
— ~~relativno~~ slabljenje:

$$\alpha_{\text{np}}(\omega) = \ln \frac{1}{|H(j\omega)|} = -A_{\text{np}}(\omega) \quad \alpha_{\text{dB}} = 20 \log_{10} \frac{1}{|H(j\omega)|} = -A_{\text{dB}}(\omega)$$

$$1 \text{ Np} = 20 \log_{10} e \text{ dB} = 8,686 \text{ dB}$$

Neper je enota logaritmičnega razmerja dveh signalov.

Prevojalne last.: Vstavitvena prevojalna fja
= razmerje med spremenjeno nap. na breme U_2 in
prostno nap. U_0



— vstavitveno ojačanje

$$A_{\text{vnp}} = \ln |H_v(j\omega)| \quad A_{\text{vdB}} = 20 \log_{10} |H_v(j\omega)|$$

— vstavitveno ojačanje je podano z razmerjem moči

$$\frac{P_2}{P_0} = |H_v(j\omega)|^2 \Rightarrow A_{\text{vnp}} = \ln |H_v(j\omega)| = \frac{1}{2} \ln \frac{P_2}{P_0} ; A_{\text{vdB}} = 10 \log_{10} \frac{P_2}{P_0}$$

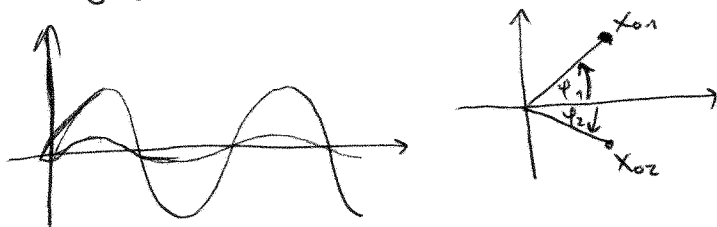
— vstavitvena fja je dana s četv. parametri:

$$\left. \begin{aligned} U_0 &= U_g \frac{Z_L}{Z_g + Z_L} \\ U_1 &= Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \\ U_2 &= Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 \\ U_g &= Z_g I_1 + U_1 \\ U_2 &= -Z_L I_2 \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{U_2}{U_0} = H_v(j\omega)$$

6. Analiza s spektri

6.1 Fourierjeve trigonometrična vrsta

Kaj je spekter

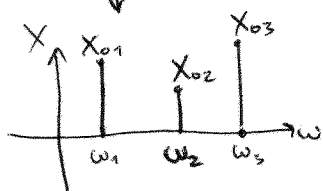


$$x_1(t) + x_2(t) = X_{01} \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + X_{02} \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$$

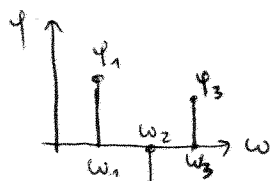
- če je $\omega_1 = \omega_2$ je sign. harm.
- če je $\omega_1 \neq \omega_2$ ni harm. sign.



s pomočjo fourierjeve vrste dobimo spekter



amplitudni spekter



fazni spekter

→ **spekter** cos. fje $f(t)$ je sestavljen iz harmonskih in enosmernih komponent signala

- spekter periodičnega signala je vrsta neskončne množice

→ Razmeničnih signalov s frekvencami $\omega_1, 2\omega_1, 3\omega_1, \dots$
harmoničnih ↓ osnovne frekv. ↑ višje harmonske frekv.

Opis, izračun koef. signala

- razloži period. signale

- določimo najmanjšo periodo T

- enosmerne komponente: $a_0 = \frac{1}{T} \int_T f(t) dt$

- $\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$

- ~~splošna~~ harmon. ^{amplitude} ~~komponente~~ $n \geq 1$:

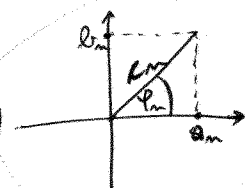
$$a_n = \frac{2}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} f(t) \cos(n\omega_1 t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} f(t) \sin(n\omega_1 t) dt$$

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega_1 t) + b_n \sin(n\omega_1 t))$$

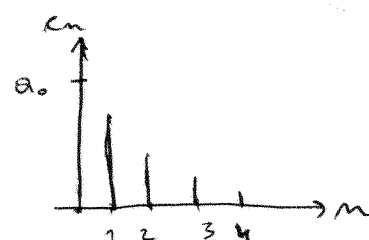
Amplitudni in fazi spekter

$$a_n \cos(n\omega_1 t) + b_n \sin(n\omega_1 t) = c_n \cos(n\omega_1 t + \varphi_n)$$



- amplitudni spekter $\{c_n; n \geq 0\}$

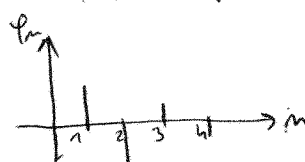
$$c_0 = a_0; \quad c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$



- fazi spekter $\{\varphi_n; n > 0\}$

$$\varphi_n = \arg(a_n - j b_n) = -\arctg \frac{b_n}{a_n}$$

$$\varphi_n \in [-\pi, \pi]$$



Odziv vezja na spekter vzbujanja

- Zapis vzbujanja: $x(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(n\omega_1 t + \varphi_n)$

- Določí prevojnico fga $H(j\omega)$

- Odziv bo tudi neskončna vrsta harmoničnih t.j. in enormne komponente:

$$y(t) = y_0 + \sum_{n=1}^{\infty} y_n \cos(n\omega_1 t + \varphi_n)$$

- za amplitudo n -te harmonske komponente odziva y_n in fazo φ_n velja:

$$\left. \begin{aligned} y_n &= |y_n| \cdot c_n; \quad n > 0 \\ \varphi_n &= \varphi_n + \theta_n; \quad n > 0 \end{aligned} \right\} \text{spekter odziva}$$

- odziv je tak: $y(t) = c_0 H(0) + \sum_{n=1}^{\infty} c_n |y_n| \cos(n\omega_1 t + \varphi_n + \theta_n)$

- pri spektru vhodnega sign. vidimo širino in lego frekvenčnega pasu, ki ga sign. zaseda, v spektru izhodnega signala pa je razviden učinek vezja na posamezne spektralne komponente.

6.2. Furierjeva eksponentna vrsta

Opis, izračun koef. signala

- komponente signala izrazimo z ekspon. členi

$$c_m \cos(\omega_m t + \varphi_m) = \underbrace{\frac{c_m}{2} e^{-j\varphi_m}}_{A_{-m}} e^{-j\omega_m t} + \underbrace{\frac{c_m}{2} e^{j\varphi_m}}_{A_{+m}} e^{j\omega_m t}$$

kompleksne harmonske amplitude

$$f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} A_m e^{j\omega_m t}$$

$$\text{člen z indeksom 0 v vrsti: } A_0 = a_0 = \frac{1}{T} \int_T f(t) dt$$

$$m \neq 0: A_m = \frac{1}{T} \int_T f(t) e^{-j\omega_m t} dt$$

$$\text{Eulerjeva inverzna fja: } \cos \alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2}$$

$$\text{zveza med koef. eksp in trigon. fja vrste: } A_0 = a_0 = c_0$$

$$m > 0: A_m = \frac{a_m - jb_m}{2} = A_m^*$$

Kompleksni, amplitudni in fazni spekter

- kompleksni spekter: $A_m; m \in \mathbb{Z}$

- amplitudni spekter: $|A_m|; m \in \mathbb{Z}$

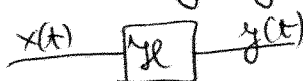
- fazni spekter: $\arg(A_m) = \phi_m$

- simetrije: $\bullet |A_{-m}| = |A_m|$; soda fja

$\bullet \phi_{-m} = -\phi_m$; liha fja

Odziv vezja na spekter vzbujanja

- vzbujevalni oblike:



$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_m e^{j\omega_m t}$$

- prevojnica fja v izmenični analizi;

- odziv delke:

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} Y_n e^{j n \omega_1 t}$$

- spekter odziva:

$$Y_n = X_n H_n ; n \in \mathbb{Z} \text{ - kompleksni}$$

$$|Y_n| = |X_n| |H_n| ; n \in \mathbb{Z} \text{ - amplitudni}$$

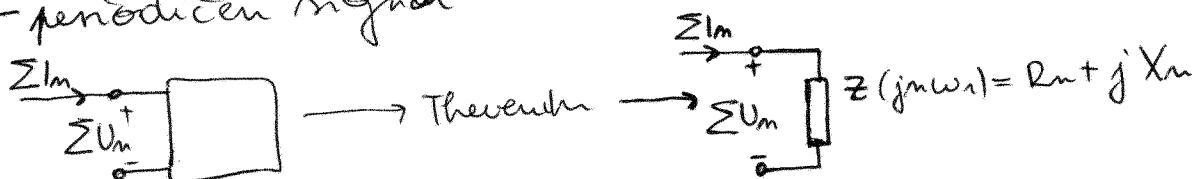
$$\varphi_n = \phi_n + \theta_n ; n \in \mathbb{Z} \text{ fazi odziva}$$

- odziv je tako:

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n Y_n e^{j(n\omega_1 t + \theta_n)}$$

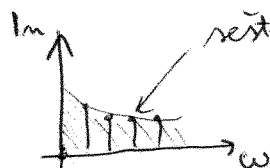
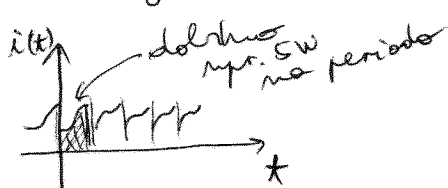
Možna ef. vrednost, Parsevalov teorem

- periodičen signal



- Parseval:

$$\frac{1}{T} \int_0^T u(t) i(t) dt = |I_0|^2 R_0 + \sum_{n=1}^{\infty} |I_n|^2 R_n = I_0^2 R_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_n^2}{2} R_n$$



- delava moč je odvisna samo od amplitudnega spektra, ne od faze

- ef. vrednost period. signal:

$$I_{ef} = \sqrt{\sum_{n=-\infty}^{\infty} |I_n|^2} = \sqrt{I_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_n^2}{2}}$$

6.3. Fourierjeva transform

Uvod

- S Fourierjevo transformacijo predstavimo aperiodičen signal.

- za "vse" signale

- periodo T pošljemo proti ∞

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T} \rightarrow 0$$

- razmak med spektralnimi elementi gre proti 0, prav tako vredn. koef $A_m = \frac{1}{T} \int_0^{T+mT} \dots$, zato zapad

spektre ni več primeren, ~~spektralni elementi~~

$$F(j\omega) = T \cdot A_m = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$T \cdot A_m \rightarrow F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt = \boxed{F(f(t))} \rightarrow \text{Fourierjeva transformacija } f(t)$$

Opis, izračun in fazni prostor

$$- f(t) \leftrightarrow F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt = F(f(t))$$

$$- \text{inverz: } F^{-1}(F(j\omega)) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega = f(t)$$

- fazni prostor

$$- \text{enote: } f[V] \rightarrow F[Vs]$$

$$f[A] \rightarrow F[As]$$

- konvergenca: $\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt < \infty$

Spekter amplitudne gostote in fazni spekter

$$A_m = |A_m| e^{j\phi_m}$$

$$- F(j\omega) = |F(j\omega)| e^{j\phi(\omega)}$$

- lastnosti: $|F(j\omega)|$ je sode fja frekvence ω

$\phi(\omega)$ je liha fja - 1 -

▣ Lastnosti Fourierjevega transforme in tablice

- Fourierjev par: $f(t) \longleftrightarrow F(j\omega) = \mathcal{F}(f(t))$ transformacija je injektivna

- ~~skladnost~~ Last:

• linearnost: $\mathcal{F}(a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)) = a_1 \mathcal{F}(f_1(t)) + a_2 \mathcal{F}(f_2(t))$

• časovna zasukitev: $\mathcal{F}(f(t-\tau)) = F(j\omega) e^{-j\omega\tau}$

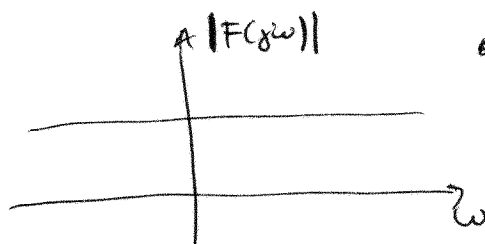
• časovna skalarjanje: $\mathcal{F}(f(at)) = \frac{1}{|a|} F\left(\frac{j\omega}{a}\right)$

• odvod: $\mathcal{F}(D^n f(t)) = (j\omega)^n F(j\omega)$; $D \mapsto j\omega$

- tablice

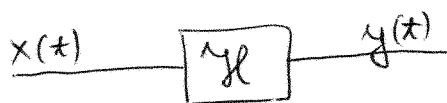
$f(t)$	$F(j\omega)$
$\delta(t)$	1
$1(t)$	$\frac{1}{j\omega} + \pi \delta(\omega)$
$e^{-at} 1(t)$	$\frac{1}{a + j\omega}$
$\vdots$	$\vdots$

- opomba: $\mathcal{F}(\delta(t)) = 1$



ve frekvence
so enako
zastopane

▣ Analiza vezij s Fourierjevo transformacijo



1. Transformiraj vzbujanje
 $x(t) \longleftrightarrow X(j\omega)$

2. Izračunaj prenosno fko (v izmenični analizi) $H(j\omega)$

3. $Y(j\omega) = H(j\omega) \cdot X(j\omega)$

4. Izračun izhoda $Y(j\omega) \longleftrightarrow y(t)$

▣ Težave Fourierjeve transformacije

$$\mathcal{F}(f(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt = F(j\omega)$$

- slabo konvergenca - ne obstaja transform konst. signala

- ne moremo začeti energije

Parsevalov teorem, spekter energijske gostote

- energije signala (v čas. prostoru):

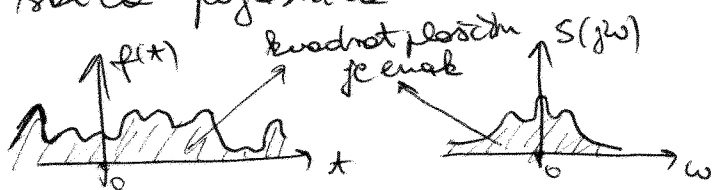
$$W = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)^2 dt \quad ; \quad f(t) \longleftrightarrow F(j\omega) = |F(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$$

- Parseval:

$$W = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(j\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega) d\omega$$

- spekter energijske gostote: $S(j\omega) = \frac{|F(j\omega)|^2}{2\pi}$

- skica pojasnile



7. Laplaceova transformacija

7.1. Laplaceov transform

Uvod

- L.T. odpravi pomanjkljivosti F.T. - uposteva odziv na začetno stanje, dobro konv.
- z "navadnimi" enačbami dobljene boljše rezultate

Opisni izračun transformacije

- upeljeva:
$$F(f(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$\cdot 1(t) e^{-\zeta t}; \zeta > 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-(\zeta + j\omega)t} \cdot 1(t) dt = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt = \mathcal{L}(f(t))$$

$$f(t) \longleftrightarrow F(s) - \text{Laplaceov par}$$

- domena s:

= množica vseh s-ov

$$s = \zeta + j\omega; \zeta > 0$$

■ Lastnosti, tablica

- linearnost: $\mathcal{L}(a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)) = a_1 F_1(s) + a_2 F_2(s)$
- časovna zamik: $\mathcal{L}(f(t-\tau)1(t-\tau)) = F(s)e^{-s\tau}$
- frekvenčno sklenje: $\mathcal{L}(f(\frac{t}{a})) = \frac{1}{a} F(\frac{s}{a})$
- odvod: $\mathcal{L}(Df(t)) = sF(s) - \underbrace{f(0)}_{\text{zapis začetne energije}}$

- tablica:

$f(t)$	$F(s)$
$\delta(t)$	1
$1(t)$	$\frac{1}{s}$
$e^{st} 1(t)$	$\frac{1}{s-s}$
$te^{st} 1(t)$	$\frac{1}{(s-s)^2}$
$1(t) \cdot \cos(\omega_0 t)$	$\frac{s}{s^2 + \omega_0^2}$
$\sin(\omega_0 t) \cdot 1(t)$	$\frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2}$

$\mathcal{L}(\dots)$ ignorira čase $t < 0$

$$\mathcal{L}^{-1}(F(s)) = 0, \text{ za vse } t < 0$$

■ Računanje obratnega transformata (inverza)

- vedno dajemo $F(s) = \frac{Q(s)}{P(s)}$, $\text{st}(Q) \leq \text{st}(P)$, če ne, delimo
- razcep P
 $P(s) = 0 \Rightarrow s_1, \dots, s_n$; $h \equiv \text{st}(P)$, $P \equiv \text{red nilem oz. st. rekt. el.}$

Glede na stopnjo nilel:

i) vse nilele stopnje 1, $\text{st}(s_i) = 1$:

$$f(t) = (K_1 e^{s_1 t} + \dots + K_n e^{s_n t}) 1(t)$$

$$K_i = F(s)(s - s_i) \Big|_{s=s_i}$$

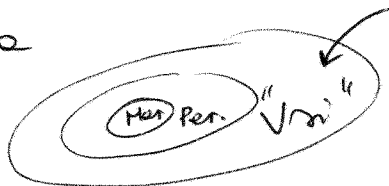
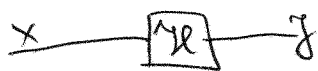
ii) če vsaka nilela s_0 , $\text{st}(s_0) = m > 1$:

$$(K_1 + K_2 t + \dots + K_m t^{m-1}) e^{s_0 t} 1(t)$$

$$K_i = \left(\frac{1}{(m-i)!} \frac{d^{m-i}}{ds^{m-i}} (F(s)(s-s_0)^m) \right) \Big|_{s=s_0}$$

7.2. Analiza vezij z Laplaceovo transformacijo

▣ Sistemске fje



$$Y(s) = \underbrace{H(s)}_{Y_U(s)} X(s) + Y_Z(s)$$

→ nst. fje

$$Y(s) = Y_U(s) + Y_Z(s)$$

↓

Laplaceov transform celotnega odziva

↕

$y(t)$

↓

Laplaceov transform odziva na vzružbo

↕

$y_U(t)$

↓

Laplaceov transform odziva na zae. vt.

↕

$y_Z(t)$

$$y(t) = y_U(t) + y_Z(t)$$

$$H(s) = \frac{Q(s)}{P(s)} = H(j\omega) \mid j\omega = s$$

$$H(s) = \frac{Y_U(s)}{X(s)}$$

Kirchh. z. veljajo tudi v domeni s (Lapl. domeni).

▣ Model veze v Laplaceovem prostoru

- topološki opis (graf) je enost
- modeli elementov:

• neodv. vtr:

$$x(t) \leftrightarrow X(s)$$

• kumulirani vtr:

$$x_2(t) = k x_1(t)$$

↕

$$X_2(s) = k X_1(s)$$

• upor:

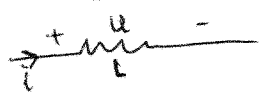
$$u(t) = R i(t)$$

$$Z_R(s) = R \dots \text{imped.}$$

$$U(s) = R I(s)$$

$$Y_R(s) = \frac{1}{R} = G \dots \text{admit.}$$

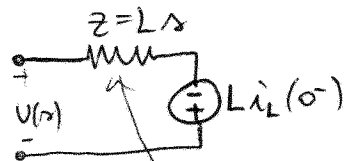
• tuljava



$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

$$U(s) = L(sI(s) - i_L(0^-)) = LsI(s) - Li_L(0^-)$$

$$I(s) = \frac{1}{Ls} U(s) + \frac{i_L(0^-)}{s}$$

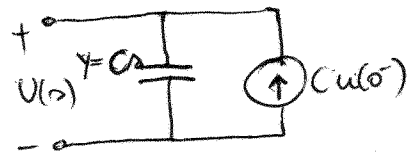


model prazne tuljave
= nezdrzljiva tuljava ne
vsebuje shranjene energ.
 $i_L(0^-) = 0$

• kondenzator $i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$

$$I(s) = C(sU(s) - u(0^-)) = CsU(s) - Cu(0^-)$$

$$U(s) = \frac{1}{Cs} I(s) + \frac{u(0^-)}{s}$$



■ Analiza vezja v Laplaceovem prostoru

- Postopek:

1. Model vezja v Lapl. prostoru

- transformatorje

- " " - lkn. el.

2. Opis vezja (tri metode)

3. Izračun $Y(s)$

4. Obratni transform: $y(t) \leftrightarrow Y(s)$