1 Uvod

- Definicija signala: Fizikalna tvorba, s katero je moč prenašati sporočila vzdolž določenega okolja.
- Lastnosti fizikalno realnih signalov
  - Omejena energija
  - Omejena amplituda
  - Amplituda je zvezna funkcija časa
  - Frekvenčni spekter je omejen
- Delitve signalov
  - Določljivostni signali: Odvisnost amplitude od časa je matematično natanko in enolično določena
  - Naključni signali: Obnašanje v odvisnosti od časa je nepredvidljivo. Poznamo le preteklost, amplitude signala v prihodnosti ne moremo natanko določiti
  - Periodični: Signal $f(t)$ je periodičen natanko tedaj, ko je za vsako vrednost časa t izpolnjena enačba $f(t+T) = f(t)$, kjer je T različen od 0 ($T \neq 0$)
  - Neperiodični signali: Signal je neperiodičen, če ni periodičen
  - Stacionarni naključni signali: Verjetnostna porazdelitev možnih vrednosti amplitud signala je neodvisna od časa.
- Energijski in močnostni signali
  - Trenutna moč: $p_f(t)$ poljubnega signala $f(t)$: $p_f(t) = |f(t)|^2$
  - Energija:

$$E_f(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} |f(t)|^2 dt$$

  - Povprečna moč:

$$P_f(t_1, t_2) = \frac{E_f(t_1, t_2)}{t_2 - t_1} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |f(t)|^2 dt$$

- Moč in energija periodičnih signalov:

$$P_f = \frac{1}{T_i} \int_{t_1}^{t_1+T_i} |f(t)|^2 dt$$

- Potreben pogoj za to, da je signal energijski:

$$E_f = \lim_{T \to \infty} \int_{-T}^{T} |f(t)|^2 dt$$

  Signal $f(t)$ je energijski, če obstaja končna limita $E_f < \infty$.
- Primeri periodičnih in naključnih signalov z neomejeno močjo
- Definicije diskretnih, kvantificiranih in numeričnih (digitalnih signalov)
  - Diskretni ali kvantificirani signali: nezvezni po amplitudi
  - Vzorčeni signali: nezvezni po času
  - Digitalni signali: vzorčeni in kvantificirani

2 Ponazarjanje signalov s temeljnimi funkcijami

- Razlogi za ponazarjanje
  - Numerična zahtevnost določanja amplitud originalnega signala
  - Originalni signal ne poseduje zahtevanih analitičnih lastnosti (npr zveznost, odvedljivost)
  - Z uvedbo približka želimo poudariti oziroma modelirati nekatere specifične fizikalne lastnosti signala, ki so za analizo lastnosti signala oziroma za nadaljni postopek obdelave pomembne
- Način tvorjenja približka: Linearna kombinacija temeljnih funkcij

$$\widetilde{x}(t) = C_1\phi_1 + C_2\phi_2 + C_3\phi_3 + ... + C_n\phi_n = \sum_{i=1}^{n} C_i\phi_i$$

- Kriteriji za ocenjevanje kvalitete ponazoritve

- Signal napake $\varepsilon(t) = x(t) - \widetilde{x}(t)$
- Srednja kvadratna napaka:

$$\overline{\varepsilon^2(t)} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |\varepsilon(t)|^2 dt$$

- Definicija skalarnega produkta v vektorskem prostoru energijskih signalov, definiranih na končnem časovnem intervalu:

$$\langle x(t), y(t) \rangle = \int_{t_1}^{t_2} x(t) y(t) dt$$

- Pogoji, ki jih izpolnjuje optimalno izbran približek pri upoštevanju kriterija srednje kvadratne napake: $\overline{\varepsilon_n^2(t)}$ je navzdol omejeno, padajoče zaporedje.

- Pogoj za eksistenco rešitve in postopek določanja parametrov rešitve

$$K_i = \int_{t_1}^{t_2} \phi_i^2 dt$$

$$C_i = \frac{\int_{t_1}^{t_2} x(t)\overline{\phi(t)} dt}{K_i}$$

- Definicija ortogonalnosti in ortonormalnosti temeljnih funkcij:
  Zaporedje $\{\phi_i(t)\}$ je ortogonalno, če velja

$$\langle \phi_i(t), \phi_j(t) \rangle = \begin{cases} 0, i \neq j \\ K_i, i = j \end{cases}$$

  Če je zaporedje ortogonalno in za vsak i velja $K_i = 1$, je tudi ortonormalno.

- Pomen izbire ortogonalnih temeljnih funkcij

- Polnost zaporedja temeljnih funkcij:
  Za polno zaporedje temeljnih funkcij velja, da lahko s približkom, ki je določen s končnim številom temeljnih funkcij n_0 presežemo vsako končno vnaprej predpisano vrednost srednje kvadratne napake $\varepsilon > 0$. Pogoj polnosti:

$$\lim_{n \to \infty} \overline{\varepsilon_n^2(t)} = 0$$

$$n > n_0 \implies 0 \leq \overline{\varepsilon_n^2(t)} \leq \varepsilon$$

- Primeri temeljnih funkcij

  - $\{sin((2n-1)t)\}$ - ortogonalno, polno
  - Walshevi polinomi - ortogonalno, ortonormalno, polno
  - Haarove temeljne funkcije - ortogonalno, polno

3 Harmonična analiza periodičnih signalov

- Izražava signalov s temeljnimi funkcijami v primeru periodičnih signalov

$$\widetilde{f}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} F(n) e^{jn\omega_0 t}$$

$$F(n) = \frac{1}{T_0} \int_{t_1}^{t_1+T_0} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

- Kompleksna Fourierjeva vrsta

- Dirichletovi pogoji

  1. Signal $f(t)$ mora biti na intervalu ene periode absolutno integrabilen:

$$\int_{t_1}^{t_1+T_0} |f(t)| dt = A < \infty$$

  2. Signal $f(t)$ sme imeti na intervalu ene periode kvečjemu končno število nezveznosti.
  3. Signal $f(t)$ sme imeti na intrervalu ene periode kvečjemu končno število lokalnih minimumov in maksimumov.

Za signal, ki izpolnjuje te pogoje velja, da njegove Fourierjeva vrsta za vsak t konvergira k povprečni vrednosti zgornje in spodnje limite signala pri tem času.

- Realna Fourierjeva vrsta

$$f(t) \in \mathbb{R};\ a_n = (F(n) + \overline{F(n)}),\ b_n = j(F(n) - \overline{F(n)})$$

$$F(-n) = \overline{F(n)}$$

$$\widetilde{f}(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n\, cos\, n\omega_0 t + b_n\, sin\, n\omega_0 t)$$

- Povezava med kompleksno in realno Fourierjevo vrsto
- Kompleksni spekter periodičnih signalov

$$F(n) = C(n) + jD(n) = |F(n)|\Theta e^{n\omega_0 t}$$

$C(n)$ sod, $D(n)$ lih, $|F(n)|$ sod, $\Theta(n)$ lih

- Realni, imaginarni, amplitudni in fazni spekter
- Lastnosti spektrov realnih periodičnih signalov
  1. $f(t) = f(-t)$: $F(n) = C(n)$, $b_n = 0$, $F(n) = F(-n)$
  2. $f(t) = -f(-t)$: $F(n) = jD(n)$, $a_n = 0$, $F(n) = -F(-n)$
- Fizikalna interpretacija izražave signala s Fourierjevo vrsto
- Pomen amplitudnega in faznega spektra

4 Korelacija periodičnih signalov

- Avtokorelacija periodičnih signalov
  - Definicija

$$\varphi_{ii}(\tau) = \frac{1}{T_0}\int_{t_1}^{t_1+T_0} \overline{f_i(t)} f_i(t+\tau) d\tau$$

  - Lastnosti
    * Neodvisna od izbire spodnje meje t_1
    * Periodičnost: $\varphi_{ii}(\tau + T_0) = \varphi_{ii}(\tau)$
    * Hermitova simetrija: $\varphi_{ii}(\tau) = \overline{\varphi_{ii}(-\tau)}$
    * Povprečna moč $f_i(t)$: $\varphi_{ii}(0) = P_{f_i}$
    * Frekvenčna predstavitev $\varphi_{ii}(\tau)$: $\varphi_{ii}(\tau) \leftrightarrow \phi_{ii}(n) = |F_i(n)|^2$

$$|\phi_{ii}(n)| = \phi_{ii}(n)$$

$$\Theta_{ii}(n) = 0$$

    * $f_j(t) = f_i(t - t_0) \implies \varphi_{jj}(\tau) = \varphi_{ii}(\tau)$
- Preslikava periodični signal: avtokorelacija
- Močnostni spekter periodičnih signalov: $\phi_{ii}(n)$ imenujemo močnostni spekter signala $f_i(t)$.
- Parcevalova enačba
  - Definicija

$$\widetilde{\varphi_{ii}}(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \phi_{ii}(n) e^{jn\omega_0\tau}$$

  - Lastnosti
    * Maksimalnost:$\varphi_{ii}(0) \geq |\varphi_{ii}(\tau)|$
- Križna korelacija periodičnih signalov
- Konvolucija periodičnih signalov

- Definicija
- Lastnosti

- Povezava med korelacijo in konvolucijo periodičnih signalov
- Periodična funkcija $\delta(t)$

5 Harmonična analiza neperiodičnih signalov

- Vpliv postopka daljšanja periode na spekter signala

$$\lim_{t\to\infty} g_T(t) = g(t)$$

  - Spektralne črte se vse bolj zgostijo in v limiti prekrijejo ceotno frekvenčno os - spekter postane zvezen
  - Velikosti spektra G(n) se manjšajo in v limiti postanejo infinitezimalno majhne

- Fourierjev integral
$f_p(t)$ je poljuben periodični signal s periodo T_0, ki ga lahko izrazimo s Fourierjevo vrsto:

$$f_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(n)e^{jn\omega_0 t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f_p(\tau)e^{-jn\omega_0 \tau} d\tau \right\} e^{jn\omega_0 t}$$

Daljšanje periode:

$$\lim_{T_0\to\infty} f_p(t) = f(t)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)e^{-j\omega\tau} d\tau \right\} e^{j\omega t} d\omega$$

- Fizikalna interpretacija izražave signala s Fourierjevim integralom
- Fourierjeva transformacija in Inverzna Fourierjeva transformacija

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{j\omega t} d\omega$$

- Dirichletovi pogoji
Zadostni pogoji, ki jih mora izpolnjevati signal $f(t)$, da ga lahko izrazimo s Fourierjevim integralom:
  - $f(t)$ je absolutno integrabilen preko celotne časovne osi: $\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|dt < \infty$
  - $f(t)$ ima v vsakem končnem intervalu le končno število nezveznosti
  - $f(t)$ ima v vsakem končnem intervalu le končno število maksimumov in minimumov

Će $f(t)$ izpolnjuje te pogoje, velja $\mathfrak{F}^-1(F(\omega)) = \frac{f^+(t)+f^-(t)}{2}$

- Posplošena Fourierjeva transformacija
- Kompleksni spekter neperiodičnih signalov

$$F(\omega) = C(\omega) + jD(\omega) = |F(\omega)|e^{j\Theta(\omega)}$$

- Realni, imaginarni, amplitudni in fazni spekter neperiodičnih signalov
- Pomen amplitudnega in faznega spektra neperiodičnih signalov
Spekter amplitudne gostote $|F(\omega)$ podaja amplitudno gostoto sinusnega nihanja $e^{j\omega t}$ pri frekvenci ω, ki je vsebovano v signalu $f(t)$, fazni spekter $\Theta(\omega)$ pa njegov fazni zamik.
- Lastnostni spektrov realnih neperiodičnih signalov
  1. $f(t) = f(-t)$: $D(\omega) = 0$, $F(\omega) = C(\omega)$, $F(\omega) = F(-\omega)$
  2. $f(t) = -f(-t)$: $C(\omega) = 0$, $F(\omega) = jD(\omega)$, $F(\omega) = -F(-\omega)$
- Lastnosti Fourierjeve transformacije: $F(-\omega) = \overline{F(\omega)}$, $C(\omega)$ sod, $D(\omega)$ lih, $|F(\omega)|$ sod, $\Theta(\omega)$ lih.
- Funkcija $\delta(t)$
Implicitna definicija $\delta(t)$: $\mathfrak{F}(\delta(t)) = \Delta(\omega) = 1$

6 Korelacija in konvolucija neperiodičnih signalov

- Avtokorelacija neperiodičnih signalob
  - Definicija
    $$\varphi_{ii}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{f_i(t)} f_i(t+\tau) dt$$
  - Lastnosti
    * Hermitova simetrija: $\varphi_{ii}(-\tau) = \overline{\varphi_{ii}(\tau)}$
    * Energija signala $f_i(t)$: $\varphi_{ii}(0) = E_{f_i}$
    * Maksimalnost: $\varphi_{ii}(0) \geq |\varphi_{ii}(\tau)|$
    * Frekvenčna predstavitev: : $\varphi_{ii}(\tau) \leftrightarrow \phi_{ii}(\omega) = |F_i(\omega)|^2$
    * Spekter energijske gostote: $\frac{1}{2\pi}\phi_{ii}(\omega)d\omega$ predstavlja del energije v signalu $f_i(t)$ pri frekvenci ω.
    * Fazni spekter: $\Theta_{ii}(\omega) = 0$
    * Zveznost: Avtokorelacija $\varphi_{ii}(\tau)$ je zvezna, če je signal $f_i(t)$ vsaj odsekoma zvezna funkcija.
- Preslikava periodični signal : avtokorelacija
- Energijski spekter neperiodičnih signalov
- Parcevalova enačba
  - Definicija
    $$\varphi_{ii}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{ii}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega$$
  - Lastnosti
- Križna korelacija neperiodičnih signalov
  - Definicija
    $$\varphi_{ij}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{f_i(t)} f_j(t+\tau) dt$$
  - Lastnosti
    * Antisimetričnost: $\varphi_{ij}(\tau) = \overline{\varphi_{ji}(-\tau)}$
    * Frekvenčna predstavitev: $\varphi_{ij}(\tau) \leftrightarrow \phi_{ij}(\omega) = \overline{F_i(\omega)} \cdot F_j(\omega)$
    * Zveznost: Križna korelacija je zvezna, če sta signala iz katerih jo določamo vsaj odsekoma zvezna.
- Križna korelacija kot mera za podobnost
  $$\varphi_{ij}(\tau) = \langle f_j(t+\tau), f_i(t) \rangle$$
  $$d^2(f_j(t+\tau), f_i(t)) = \varphi_{jj}(0) + \varphi_{ii}(0) - 2Re(\varphi_{ij}(\tau))$$
  Velika razdalja pomeni majhno korelacijo in obratno.
- Konvolucija neperiodičnih signalov
  - Definicija
    $$\varrho_{ij}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f_i(t) f_j(t+\tau) dt = f_i(\tau) * f_j(\tau)$$
  - Lastnosti
    * Simetričnost: $f_i(\tau) * f_j(\tau) = f_j(\tau) * f_i(\tau)$
    * Časovni zamik: $\varrho_{ij}(\tau - t_0) = f_i(\tau - t_0) * f_j(\tau)$
    * Frekvenčna predstavitev: $\varrho_{ij}(\tau) \leftrightarrow R_{ij}(\omega) = F_i(\omega) \cdot F_j(\omega)$
    * Frekvenčna predstavitev zmnožka $f_i(t) \cdot f_j(t)$: $f_i(t) \cdot f_j(t) \leftrightarrow \frac{1}{2\pi} F_i(\omega) * F_j(\omega)$
    * Zveznost: Konvolucija je zvezna funkcija, če sta signala iz katerih jo določamo vsaj odsekoma zvezna
- Povezava med korelacijo in konvolucijo neperiodičnih signalov:
  $$\varphi_{ij}(\tau) = \overline{f_i(-\tau)} * f_j(\tau)$$
  Posledica: če velja $f_i(t) = \overline{f_i(-t)}$, je korelacija enaka konvoluciji.
  V primeru, ko je $f_i(t)$ realen signal, se ta pogoj spremeni v pogoj sodosti: $f_i(t) = f_i(-t)$.
- Vpliv oknenja na spekter signalov

7 Naključni signali

- Definicija naključnega signala: Naključni signal je signal, katerega obnašanja v prihodnosti ne moremo natanko napovedati.
- Nekatere posplošitve pri obdelavi naključnih signalov
  - Naključni signal obravnavamo kot signal z neskončnim časom trajanja
  - Opazujemo obnašanje skupine naključnih signalov, ki jih oddajajo podobni viri
  - Množica opazovanih signalov je po svoji moči (številu elementov) neomejena
- Deterministične karakteristike naključnih signalov
  - Verjetnostna porazdelitev amplitud signala je neodvisna od časa - tak signal je stacionaren
  - Pri stacionarnih naključnih signalih so od časa neodvisne tudi karakteristike prvega reda:
    1. Srednja vrednost
    2. Varianca
    3. Standardna deviacija
    4. Verjetnostna porazdelitev amplitud signala
  - Stacionarni naključen signal ne more biti energijski
- Stacionarnost vira, ki oddaja naključni signal
- Avtokorelacija stacionarnih naključnih signalov: Naj bo $f_i(t)$ stacionaren naključni signal s končno močjo:

$$\lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \inf_{-T}^{T} |f_i(t)|^2 dt < \infty$$

  Tedaj je njegova avtokorelacija definirana kot

$$\varphi_{ii}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \inf_{-T}^{T} \overline{f_i(t)} f_i(t+\tau) dt$$

  Lastnosti avtokorelacije stacionarnega naključnega signala:

  1. Hermitova simetrija: $\varphi_{ii}(\tau) = \overline{\varphi_{ii}(-\tau)}$
  2. Moč: $\varphi_{ii}(0) = P_{f_i}$
  3. Maksimalnost: $\varphi_{ii}(0) \geq |\varphi_{ii}(\tau)|$
  4. Limitna vrednost pri $\tau = \pm\infty$: $\lim_{\tau\to\pm\infty} \varphi_{ii}(\tau) = 0$
  5. Wienerjev izrek (eksistenca Fourierjeve in inverzne Fourierjeve transofmacije avtokorelacije):

$$\phi_{ii}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{ii}(\tau) e^{-j\omega t} d\tau$$

$$\varphi_{ii}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{ii}(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

     $|\phi_{ii}(\omega)| \geq 0$, zato je $|\phi_{ii}(\omega)| = \phi_{ii}(\omega)$ in $\Theta_{ii}(\omega) = 0$.
  6. $\phi_{ii}(\omega)$: spekter močnostne gostote, $\frac{1}{2\pi}\phi_{ii}(\omega)d\omega$: del moči signala $f_i(t)$ pri frekvenci ω.
  7. Zveznost
     - Avtokorelacija je zvezna, če je naključni signal iz katerega jo določamo vsaj odsekoma zvezna funkcija
     - Avtokorelacija je zvezna, če je zvezna v izhodišču.
- Primeri stacionarnih naključnih signalov

8 Linearni stacionarni sistemi (LSS) in uporaba korelacije

- Definicija linearnega stacionarnega sistema
  $h(t)$: odziv na $\delta(t)$, $y(t)$: odziv na poljubno vzbujanje, $u(t)$: poljubno vzbujanje

$$y(t) = \int_{a}^{t} u(t)h(t-\tau)d\tau = u(t) * h(t)$$

$$y(t) = u(t) * h(t) = h(t) * u(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)u(t-\tau)d\tau$$

- Impulzni odziv LSS

- Definicija: $H(\omega) = \mathfrak{F}(h(t))$ Prevajalna (prenosna) funkcija sistema
  $y(t) \leftrightarrow Y(\omega) = H(\omega) \cdot U(\omega) \implies H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{U(\omega)}$
- Lastnosti
  * $h(t) = 0; t < 0$
  * $h(t)$ je energijski signal
  * Sorazmernost: $\frac{u(\tau)d\tau}{1} = \frac{dy(t)}{h(t-\tau)}$
  * Linearnost

- Povezava avtokorelacije izhodnega signala ter križne korelacije med vhodnim in izhodnim signalom z vzbujanjem LSS in njegovim impulznim odvivom

9 Primerjave med postopki obdelave in lastnostmi različnih skupin signalov

- Opisovanje spektralnih karakteristik signalov
- Skupne lastnosti avtokorelacije signalov
- Razlike v lastnostih avtokorelacije signalov

10 Detekcija in določanje periodične komponente iz ozadja šuma

$$f(t) = S(t) + N(t)$$

$S(t)$: Periodičen signal z osnovno periodo T_0
$N(t)$: Stacionaren naključni signal

- Postopek z avtokorelacijo:
  $\varphi(\tau) = \varphi_{SS}(\tau) + \varphi_{SN}(\tau) + \varphi_{NS}(\tau) + \varphi_{NN}(\tau)$
  $\varphi_{SN}(\tau) = \varphi_{NS}(\tau) = 0$
  $\varphi(\tau) = \varphi_{SS}(\tau) + \varphi_{NN}(\tau)$
  Za $\tau \gg \tau_0$:
  $\varphi(\tau) \approx \varphi_{SS}(\tau) \implies S(t) \neq 0$
  $\varphi(\tau) \approx 0 \implies S(t) = 0$
- Postopek s križno korelacijo
- Izbira postopka
- Določanje višine tona govornega signala

11 Vzorčenje in kvantizacija

- Definicija vzorčenja: Zajem vrednosti amplitude signala v diskretnih časovnih trenutkih
- Shannonov izrek o vzorčenju:
  Naj bo $x(t)$ zvezen, frekvenčno omejen signal s frekvenčnim obsegom $(0, F)$. Signal je popolnoma določen, če poznamo njegove vrednosti, ki si sledijo v stalnih časovnih razmakih širine t_0, kjer je

  $$t_0 = \frac{1}{2F}$$

  $x(t)$ je določen z enačbo

  $$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nt_0) \frac{sin\, 2\pi F(t - nt_0)}{2\pi F(t - nt_0)}$$

- Vzorčenje z različnimi frekvencami vzorčenja in posledice
  $\cdot\ t_0 > \frac{1}{2F} \implies$ signala ni več mogoče rekonstruirati brez napak.
  $\cdot\ t_0 < \frac{1}{2F} \implies$ signal je še vedno možno rekonstruirati, poveča se število vzorcev.
- Frekvenčna in časovna omejitev signala
- Definicija kvantizacije: Diskretizacija vrednosti amplitude signala
  Posameznim podintervalom $[x_{i-1}, x_i)$ vrednosti amplitud signala $x_{i-1} \leq x(t) \leq x_i$ predpiše natanko določeno vrednost Q_i.
- Kvantizacijska napaka: $e_Q(t) = x_Q(t) - x(t)$
- Lastnosti signala kvantizacijske napake v časovnem prostoru: $|e_Q(t)| < \frac{\Delta x}{2}$
- Ocena za srednjo moč signala kvantizacijske napake:$P_Q \approx \frac{\Delta x^2}{12}$, $q > 128$
- Spekter signala kvantizacijske napake

12 Diskretna Fourierjeva transformacija (DFT

- Definicija

$$F_D(k\omega_0) = \sum_{n=0}^{N-1} f(nt_0)e^{jk\omega_0 t_0 n}$$

$$F(\omega)|_{\omega=k\omega_0} \approx t_0 F_D(k\omega_0)$$

- Lastnosti

1. Linearnost: $\mathfrak{F}(\{f_1(nt_0)\} + \{f_1(nt_0)\}) = \{F_{1_D}(k\omega_0)\} + \{F_{2_D}(k\omega_0)\}$
2. Periodičnost: $\omega_0 = \frac{2\pi}{Nt_0}$
   $F_D(K\omega_0 + pN\omega_0) = F_D(k\omega_0)$ za vsak $k, p \in \mathbb{Z}$; perioda $N\omega_0$
3. IDFT: $\{F_D(k\omega_0)\} \rightarrow \{f(nt_0)\}$

$$f(nt_0) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F_D(k\omega_0)e^{jk\omega_0 t_0 n}$$

4. Periodičnost IDFT: Perioda Nt_0: $f(nt_0 + pNt_0) = f(nt_0)$

- Lastnosti približka FT, dobljenega s postopkom DFT

1. Frekvenčno območje aproksimacije
   $t_0 F_D(k\omega_0) \approx F(\omega)|_{\omega=k\omega_0}$ le za $-\frac{N}{2}\omega_0 < \omega < +\frac{N}{2}$

13 Obdelava govornih signalov

- Fizikalne lastnosti govornih signalov
  - Govor je sestavljen iz akustično različnih delov (glasov)
  - Opredelimo ga kot ne-stacionaren naključni signal
  - Glasove delimo na zveneče in nezveneče
  - Zveneče glasove na dovolj kratkem časovnem intervalu lahko opredelimo kot signale z vsebovano periodično komponento
    * Periodična komponenta se v govoru pojavlja le pri zvenečih delih
    * Perioda periodične komponente se s časom spreminja
    * Frekvenčni obseg govornega signala je med 25 Hz in 10 kHz
    * Intonacija se pri običajnem govoru giblje med 25 Hz in 250 Hz
- Frekvenca vzorčenja in kvantizacija govornih signalov
- Informacijska vsebina govornih signalov
- Obdelava signalov in govorne tehnologije