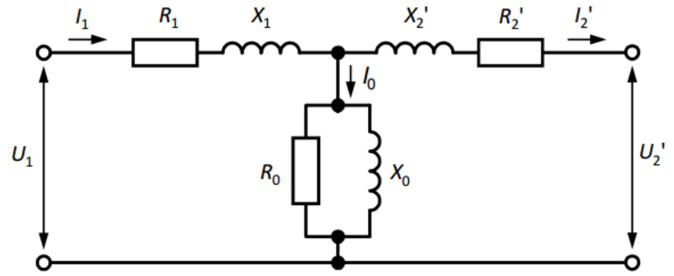
# Modeliranje električnih strojev

# 1. TRANSFORMATOR

$R_1$ – upornost primarnega navitja,
$R_2'$ – upornost sekundarnega navitja (reducirana na primarno število ovojev),
$X_1$ – stresano reaktanco primarnega navitja,
$X_2'$ – stresano reaktanco sekundarnega navitja (reducirano na primarno število ovojev),
$R_0$ – moč na tem uporu predstavlja izgube v železu ($P_{Fe}$),
$X_0$ – reaktanca magnetenja (tok skoznjo predstavlja magnetilni tok).



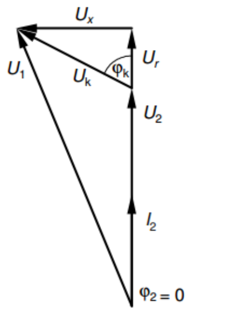

Nadomestno vezje enofaznega transformatorja.

→ Moč, ki se troši na uporu $R_0$ v nadomestnem vezju predstavlja izgube v železu TR. Največje so v prostem teku. Delavna moč PT-ja so enaka izgubam v železu.

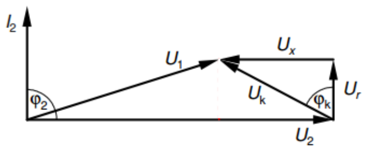
→ TR je na primarni strani vezan v zvezdo, predstavlja izmerjena upornost (med sponkami) upornost dveh faznih navitij.

→ Če je TR obremenjen z dvakratno vrednostjo nazivnega toka so tudi padci na stresanih reaktancah $U_x$ in upornostih navitij $U_r$ dvakrat večji od tistih pri nazivnem toku.

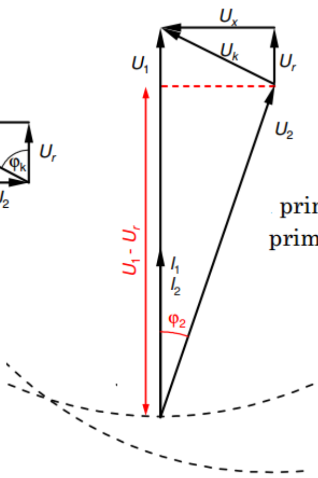
- Kappovi diagrami:




Obremenilno stanje čistega ohmskega bremena




Obremenilno stanje čistega induktivnega bremena




primarni strani $\cos\varphi_1 = 1$,
primarna napetost $U_1$ in tok $I_1$ v fazi

- TR v luči vezne teorije:
Matrični zapis:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + L_{11}p & L'_{21}p \\ L'_{12}p & R_2 + L_{22}p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

Če povežemo še vse magnetne tokokroge

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + ((L_{11} - L_{21}) + L_{21})p & L_{21}p \\ L_{12}p & R_2 + ((L_{22} - L_{12}) + L_{12})p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

→ Parametri TR za nadomestno vezje:

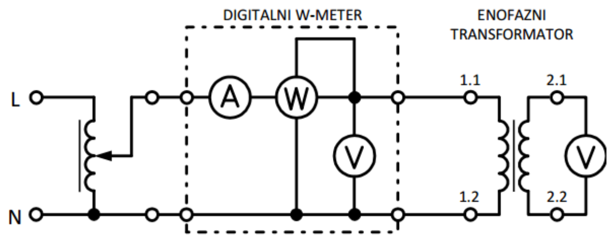
1) Določanje upornosti z U-I metodo

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Problem prihaja pri nenatančnosti meritve. $R_1 = \frac{U_1}{I_1}$

$L = \frac{N^2}{R_m}$ → dolge časovne konstante, kar pomeni da so prehodni pojavi dolgi. Ko preklopimo na drugo napetost (to se zgodi takoj), tok pa za njim sledi kasneje → fazni zamik (tok fazno zaostaja za napetostjo)

2) Preizkus prostega teka




Vezalni načrt za preizkus prostega teka

W meri delovno moč, ki gre v TR

A - V Merijo efektivne vrednosti toka in napetosti

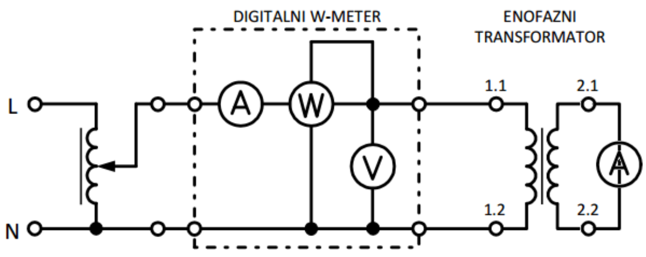
Lastna induktivnost: $j\omega L_m = jX_m = \frac{U_1}{I_{magnetilni}}$

Medsebojna induktivnost: $X_{12} = \frac{U_2}{I_1}$

Lastna impedanca: $Z_{11} = \frac{U_1}{I_1} = \sqrt{{R_0}^2 + {X_{11}}^2}$

Induktivnosti se spreminjajo, saj ima železo nelinearno, histerezno karakteristiko, ki se spreminjata z nasičenjem.

3) Preizkus kratkega stika




Vezalni načrt za preizkus kratkega stika.

Moč krije izgube v bakru (navitja)

Kratkostična impedanca:

$$Z_k = \frac{U_1}{I_1} = (R_1 + R_2') + j(X_1 + X_2')$$

$$R_b{}' = p_{(prestava)}{}^2 \cdot R_b$$

$$(R_1 + R_2') = R_k = \frac{P_k}{{I_k}^2}$$

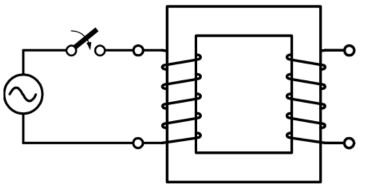
$$(X_1 + X_2') = X_k = \frac{\sqrt{{S_k}^2 - {P_k}^2}}{{I_k}^2}$$

Poenostavimo:

$(R_1 = R_2') = \frac{R_k}{2}$ in $(X_1 = X_2') = \frac{X_k}{2}$ , ne vemo namreč kako se stresano polje TR porazdeli.

→ Vklop TR v prostem teku

Do prehodnih pojavov pride pri vsaki spremembi obratovalnega stanja transformatorja: pri priključitvi transformatorja na mrežo, pri spremembi obremenitve, v primeru kratkega stika na primarni ali sekundarni strani, itd. Ker so električne in magnetne razmere pri tem drugačne od tistih v ustaljenem (stacionarnem) stanju, je potrebno učinke prehodnih pojavov preučiti in jih upoštevati pri načrtovanju transformatorjev.



Vklop transformatorja v prostem teku na omrežno napetost.

Predpostavimo: magnetenje je linearno, torej so vse induktivnosti konstantne, izgub v železu ni.

Časovni prostor:

$$\begin{bmatrix} \sqrt{2}U_1 \sin(\omega t + \alpha_0) \\ u_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + L_{11}p & L_{21}p \\ L_{12}p & R_2' + L_{22}'p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Zapišemo enačbe:

$\sqrt{2}U_1 \sin(\omega t + \alpha_0) = (R_1 + L_{11}p)\, i_1$

$u_2' = L_{12} i_1 p$ // diferencialna enačba → Laplace

Rešitev: (rdeča krivulja na osciloskopu)

$$i_1 = \frac{\sqrt{2}U_1}{\sqrt{{R_1}^2 + (\omega L_{11})^2}} \cdot sin\left(\omega t + \alpha_0 + arctg\frac{\omega L_{11}}{R_1}\right) - \frac{\sqrt{2}U_1}{\sqrt{{R_1}^2 + (\omega L_{11})^2}} sin\left(arctg\frac{\omega L_{11}}{R_1}\right) e^{-\frac{R_1}{L_{11}}t}$$

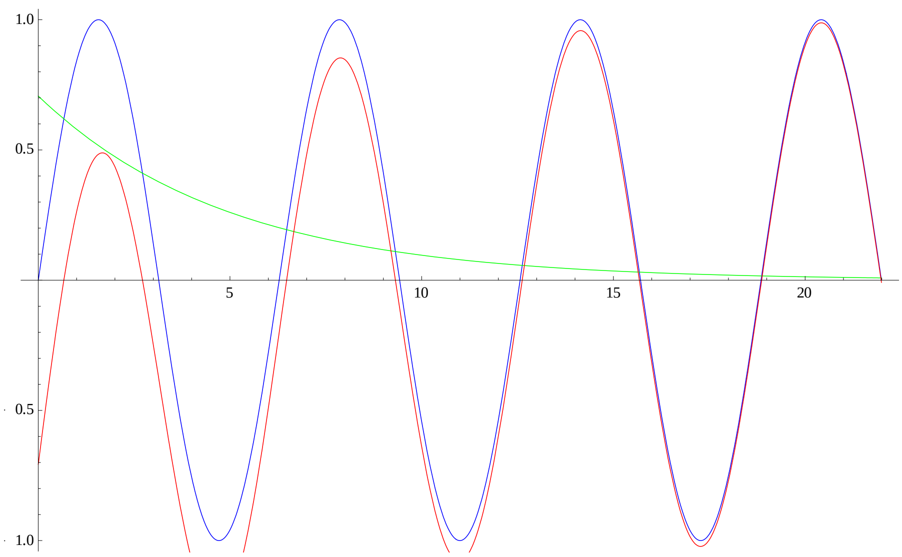
Prvi del:

$\frac{\sqrt{2}U_1}{\sqrt{{R_1}^2+(\omega L_{11})^2}} \cdot sin\left(\omega t + \alpha_0 + arctg\frac{\omega L_{11}}{R_1}\right)$… govori o trajnem toku, izmenični komponenti (modri del)

Drugi del:

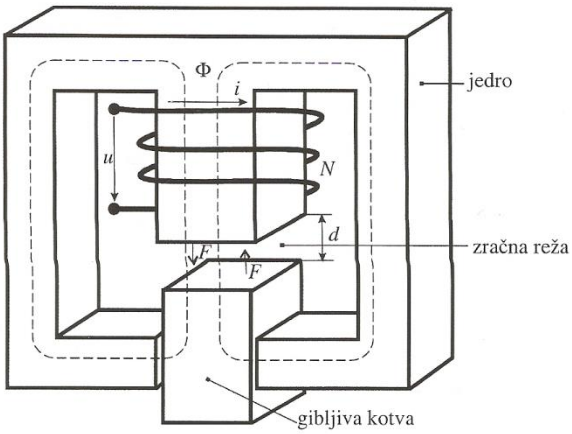
$\frac{\sqrt{2}U_1}{\sqrt{{R_1}^2+(\omega L_{11})^2}} sin\left(arctg\frac{\omega L_{11}}{R_1}\right) e^{-\frac{R_1}{L_{11}}t}$ …. Enosmerna komponenta toka, ki usiha s časovno konstanto (zeleni del)

Na osciloskopu:



# 2. PRETVARJANJE ENERGIJE

## SISTEM Z ENOJNIM NAPAJANJEM

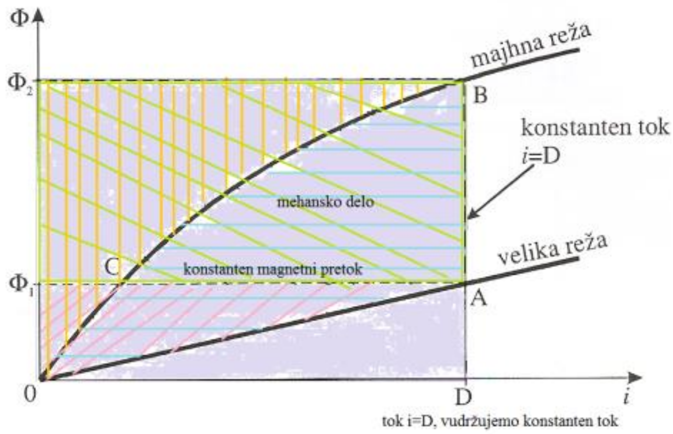



*Slika 2.6: Model preprostega elektromagneta.*

1.) sistem miruje: sila ne opravlja nobenega dela. V magnetnem polju je nakopičena energija

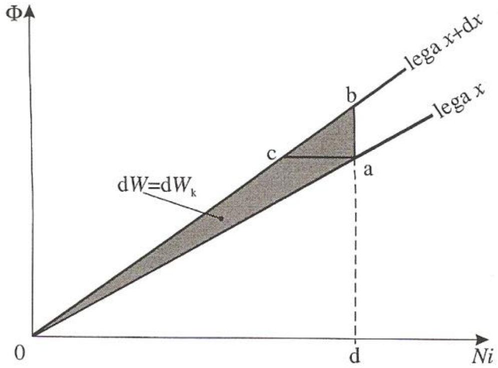
2.) Premik: sila F opravi mehansko delo A. S tem se spreminjajo:

→ Zračna reža
→ magnetni krog
→ magnetna energija
→ magnetno polje
→ tok in napetost
→ Električna energija magnetnega polja, mehanska energija se spreminjajo ena v drugo.



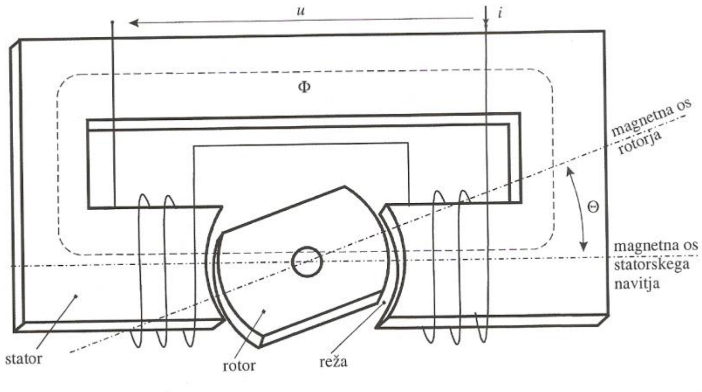

$A\Phi_1 0$ → akumulirana magnetna energija
$AB\Phi_1\Phi_2$ → energija iz akumulatorja
$0B\Phi_2$ → akumulirana magnetna energija po premiku
$0AB$ → energija, ki se je pretvorila v mehansko delo $F\delta$
$0DB\Phi_2$ → celotna energija, ki je prišla iz vira

Zelo majhen premik (držim konstanten tok)




Kooenergija:
V naravni ne obstaja, vendar jo znamo izračunati in pri tem ne naredimo velike napake.
Energija magnetnega polja z induktivnostjo:
$W = \frac{1}{2}Li^2$ (linearni sistemi)
Moč s katero se polni energija magnetnega polja: $p = \frac{dW}{dt} = Li\frac{di}{dt} = i \cdot u$

# SISTEM Z VRTEČIM SE DELOM IN ....
## A) ENOJNIM NAPAJANJEM



*Sistem z vrtečim se gibljivim delom in enojnim napajanjem.*

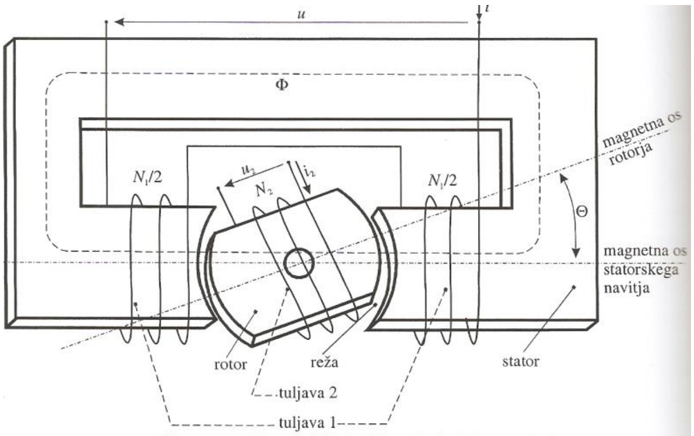
$$\Delta W = Li\,di + \frac{1}{2}i^2 dL$$

Sprememba mehanskega dela je pri vrtenju navor krat kotni zasuk

$$M = \left.\frac{dW}{d\theta}\right|_{i=kons.} = \frac{1}{2}i^2\frac{dL}{d\theta}$$

Problem: tok in L nista čisto konstantna

## B) DVOJNIM NAPAJANJEM



*Sistem z vrtečim se gibljivim delom in dvojnim napajanjem.*

Energija magnetnega sistema:

$$\Delta W = \int_{t_1}^{t_2} ui\mathrm{d}t = \int_{t_1}^{t_2} L_{11}\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}i_1\mathrm{d}t + \int_{t_1}^{t_2} L_{22}\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}i_2\mathrm{d}t + \int_{t_1}^{t_2} L_{12}\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}i_1\mathrm{d}t.$$

Energija:

$$W = \tfrac{1}{2}L_{11}I_1^2 + \tfrac{1}{2}L_{22}I_2^2 + L_{12}I_1I_2.$$

Elektromagnetni navor:

$$M = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}\Theta} = \frac{1}{2}I_1^2\frac{\mathrm{d}L_{11}}{\mathrm{d}\Theta} + \frac{1}{2}I_2^2\frac{\mathrm{d}L_{22}}{\mathrm{d}\Theta} + I_1I_2\frac{\mathrm{d}L_{12}}{\mathrm{d}\Theta}$$

ROTOR IN STATOR CILINDRIČNA (dvojno napajanje)

Navor

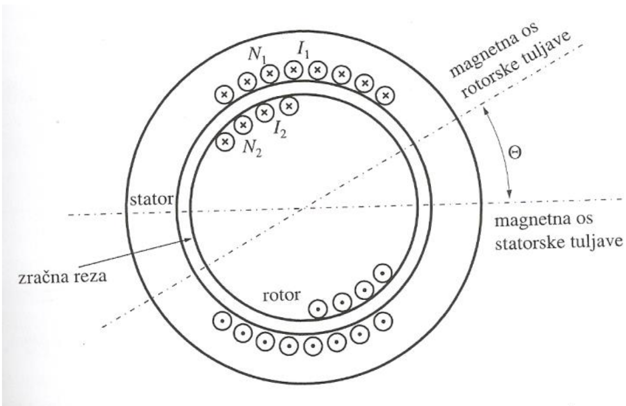
$$M = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}\Theta} = \frac{1}{2}I_1^2\frac{\mathrm{d}L_{11}}{\mathrm{d}\Theta} + \frac{1}{2}I_2^2\frac{\mathrm{d}L_{22}}{\mathrm{d}\Theta} + I_1I_2\frac{\mathrm{d}L_{12}}{\mathrm{d}\Theta}$$

Zračna reža je konstantna →

$$\frac{dL_{11}}{d\theta} = 0, \frac{dL_{22}}{d\theta} = 0$$

Navor:

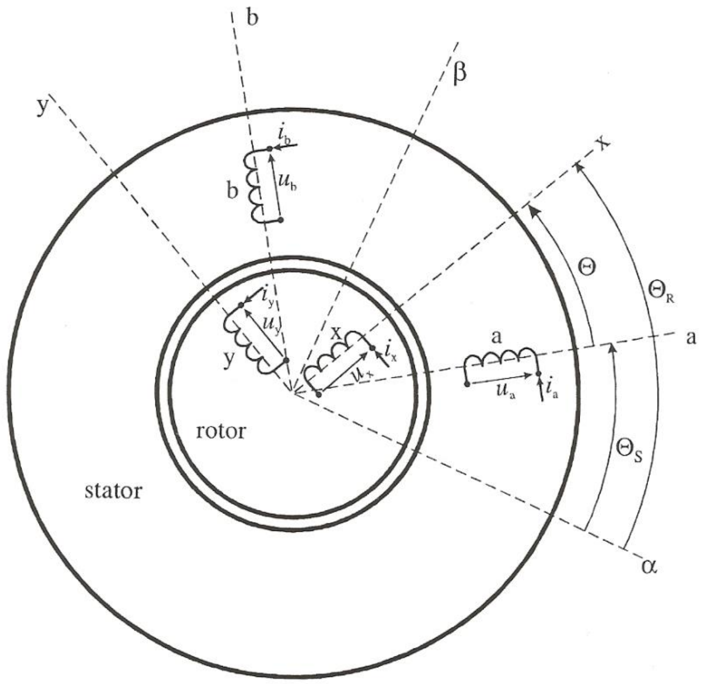
$$M = I_1I_2\frac{dL_{12}}{d\theta} = \left.\frac{dW}{d\theta}\right|_{i=kons.}$$



*Dvojno napajan sistem z valjastim rotorjem in statorjem.*

# OSNUTEK VEZNEGA MODELA ROTACIJSKIH ELEKTRIČNIH STROJEV

a) Dobro opiše stroj
b) Sestavljen iz lastne in medsebojne induktivnosti ($L_{11}, L_{12}, L_{22}$)
c) Magnetno polje ima iste lastnosti kot v realnosti
d) Izgube v železu zanemarimo (če je potrebno jih vključimo)
e) Linearnost magnetika, vendar le okoli posamezne delovne točke
f) Da bodo navitja razporejena okrog dveh prostorskih osi, ki sta med seboj pravokotni, stator posebej
g) Med statorjem in rotorjem obstaja medsebojna induktivnost, ki se spreminja z lego
h) Za dosego pravokotnih odnosov je potrebno opraviti TRANSFORMACIJO
i) Obravnavamo le osnovni harmonski val
j) Vse induktivnosti naj se spreminjajo po sinusu
k) Vsi modeli naj bodo dvopolni
l) Operator $p = \frac{d}{dt}$, $p\theta = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} = \omega$
m) Mehanska moč p je pozitivna za smer po gredi iz stroja (motor)
n) Navor $M > 0$ za motor, $M < 0$ za generator
o) Smer moči $p_{el} > 0$, ko priteka iz vira v navitje




Napetosti

$$u_a = i_a R_a + \frac{d\Psi_a}{dt}$$

$$u_b = i_b R_b + \frac{d\Psi_b}{dt}$$

$$u_x = i_x R_x + \frac{d\Psi_x}{dt}$$

$$u_y = i_y R_y + \frac{d\Psi_y}{dt}$$

Matrična enačba:

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_x \\ u_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + pL_{aa} & 0 & pL_{ax} & pL_{ay} \\ 0 & R_b + pL_{bb} & L_{bx} & L_{by} \\ pL_{xa} & pL_{xb} & R_x + pL_{xx} & 0 \\ pL_{ya} & pL_{yb} & 0 & R_y + pL_{yy} \end{bmatrix}$$

## NAVOR IN MEHANSKO RAVNOTEŽJE V ENOSTAVNEM STROJU

Splošna enačba za navor:

a) za dvopolen stroj p=1

$$M = \frac{1}{2}[i]_T\left\{\frac{d}{d\theta}[L]\right\}[i]$$

b) za večpolen stroj $p = p_p$

$$M = \frac{p_p}{2}[i]_T\left\{\frac{d}{d\theta}[L]\right\}[i]$$

Stroj z več polovimi pari bo razvil večji navor. Vendar →več $p_p$ pomeni zmanjšano hitrost. Moč ostane enaka

V matriki $[Z]$ moramo poznati odvisnost vseh induktivnosti od kota $\theta$ (vendar niso vse odvisne od nje)

Za različna OBRATOVALNA STANJA potrebujem vse tokove (iz matrične enačbe, ki sodelujejo pri navoru)

POTREBUJEM:

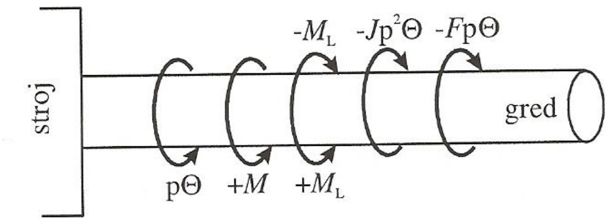
- napetostno ravnovesno enačbo
- elektromagnetno navorno enačbo
- mehansko enačbo

skupaj tvorita navorno ravnovesje

## NAVORNA RAVNOTEŽNA ENAČBA

Opisuje ravnotežje navorov, ki delujejo na gredi motorja in vplivajo na vrtenje rotorja. Vsi navori morajo biti v ravnotežju.

$p\theta = \frac{d\theta}{dt}$... trenutna kotna hitrost vrtenja rotorske osi




*Ravnotežje navorov na gredi stroja.*

$+M$...pogonski elektromagnetni navor stroja

$+M_L$...zunanji bremenski navor (poganja)

$-M_L$...zunanji bremenski navor (zavira)

$-J\frac{d\omega}{dt} = Jp^2\theta$...navor zaradi vztrajnostnih mas in skuša vsako spremembo hitrosti vrtenja preprečiti

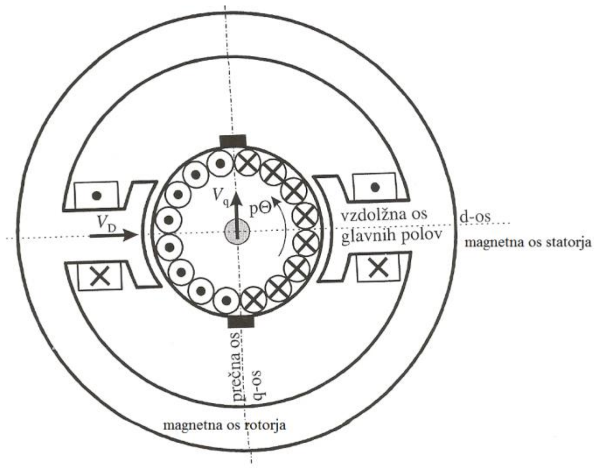
$-Fp\theta = -F\omega$...navor viskoznega trenja

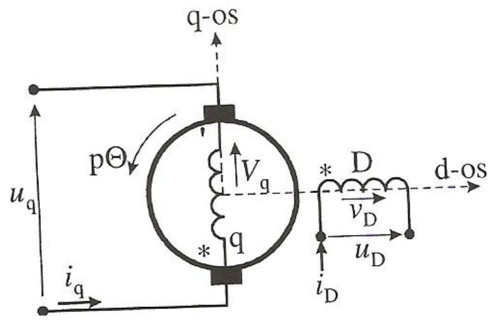
Ravnotežje:

$$0 = M - Jp^2\Theta - Fp\Theta \mp M_L = \frac{1}{2}[i]_t\left\{\frac{d}{d\Theta}[L]\right\}[i] - Jp^2\Theta - Fp\Theta \mp M_L$$

## 3. KOMUTATORSKI STROJI

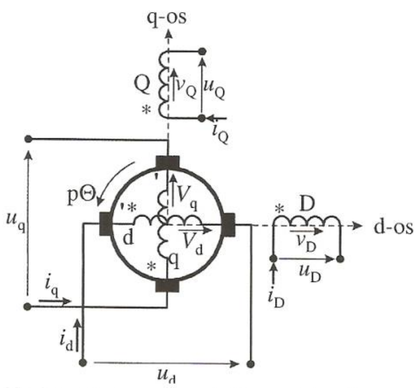
- Naravni koordinati sta dani s konstrukcijo (d in q os)
- Pri vrtenju se palice gibljejo v magnetnem polju, zaradi komutatorja pa so rotorska navitja v q osi nepremična (rotorsko navitje navidezno miruje), električna slika se ne spreminja
- R, L, M so konstante, ki so neodvisne od zasuka → ni potrebna nobena nadaljnja transformacija napetosti, tokov in impedanc!




Stator vzbudimo do kolena magnetilnice
d-os je magnetilna os
q-os je navorna os
$i_q$ – navori tok

## MODEL KOMUTATORSKEGA STROJA S ŠTIRIMI NAVITJI




*Nadomestni vezni model komutatorskega stroja s štirimi navitji.*

(*)pomeni: transformatorska napetost, polariteta odvisna od smeri navijanja
(')pomeni: oznaka za polariteto gibalne inducirane napetosti

$V_D$ povzroči induciranje v q tuljavi

Gibalna inducirana napetost v navitju d nastane zaradi magnetnega vzbujanja $V_Q$ v navitju Q in vrtenja s kotno hitrostjo $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$
S ' je označen tisti konec, ki se navidezno ponavlja v smer q.

Napetostno enačbo napišemo z upoštevanjem dejstev za posamezna navitja:

a) Izvorna napetost je na priključkih
b) Inducirana napetost zaradi spreminjanja toka v istem navitju se vzame kot padec napetosti na lastni induktivnosti ($L_{xx}$). Isto velja glede medsebojnih induktivnosti
c) GIBALNA inducirana napetost je samo v ROTORSKEM NAVITJU zaradi vrtenja rotorja v magnetnih poljih vseh tistih navitij, katerih magnetne

osi NISO VZPOREDNE z magnetno osjo opazovanega rotorskega navitja. To velja ne glede ali so na statorju ali rotorju

d) Tudi te napetosti se vzamejo kot padci na rotorju na konstantnih tako imenovanih koeficientih rotorske napetosti $G_{xy}$
e) Koeficient G ni konstantna količina, saj se spreminja tako zaradi nelinearne magnetilne krivulje železnega jedra, kakor tudi zaradi reakcije indukta, ko bremenski tok Iq s svojim magnetnim poljem vpliva na magnetenje stroja.

$$\begin{bmatrix} u_D \\ u_Q \\ u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D + L_{DD}p & 0 & L_{Dd}p & 0 \\ 0 & R_Q + L_{QQ}p & 0 & L_{Qq}p \\ L_{dD}p & G_{dQ}\Theta^\bullet & R_d + L_{dd}p & G_{dq}\Theta^\bullet \\ -G_{qD}\Theta^\bullet & L_{qQ}p & -G_{qd}\Theta^\bullet & R_q + L_{qq}p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_D \\ i_Q \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix}$$

Členi $G_{dQ}, G_{dq}, G_{qD}, G_{qd}$ imajo dimenzijo (enoto) induktivnosti.
To ni induktivnost, ker ni spremenljivega magnetnega pretoka.
Ker porazdelitev polja v reži ni sinusna, zato pri členu za gibalno inducirano napetost ni induktivnosti, ampak koeficient gibalne inducirane napetosti G.
Normalen komutatorski stroj ima izražene pole in enakomerno porazdelitev polja.

Moč v sistemu:

$$[i]_T[u] = [i]_T[R][i] + [i]_T[L]p[i] + [i]_T[G]\dot{\theta}[i]$$

1) V mirovanju: $\dot{\theta} = 0$

$$[i]_T[u] = [i]_T[R][i] + [i]_T[L]p[i]$$

$[i]_T[u]$… moč, ki jo dovajamo sistemu
$[i]_T[R][i]$… izgubna moč na uporu
$[i]_T[L]p[i]$… moč s katero se energetsko polnijo in praznijo tuljave, povezane z lastnimi in medsebojnostmi induktivnostmi

2) V gibanju: $\dot{\theta} \neq 0$

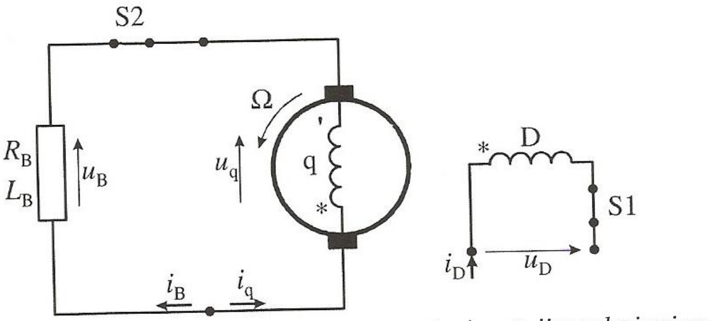
$$P_{meh} = [i]_T[G]\dot{\theta}[i] = M\dot{\theta}$$

½ ni, ker je faktor gibalne inducirane napetosti upošteval le na rotorski strani

NAVORNA ENAČBA V RAZŠIRJENI OBLIKI

$$M = \begin{bmatrix} i_D & i_Q & i_d & i_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{dQ} & 0 & G_{dq} \\ -G_{qD} & 0 & -G_{qd} & 0 \end{bmatrix}$$

# TUJE VZBUJAN ENOSMERNI GENERATOR



*Vezni model enosmernega generatorja s tujim vzbujanjem.*

Napetostno ravnotežna enačba

$$\begin{bmatrix} u_D \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D + L_D p & 0 \\ -G_{qD}\Omega & R_q + L_q p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_D \\ i_q \end{bmatrix}$$

$\Omega$…stacionarno stanje
$\dot{\theta}$…dinamično stanje

1.) Stikalo $S_2$ odprto, $S_1$ zaprto
- Na rotorju imam inducirano napetost
$i_q = 0,\ u_q = -G_{qD}\Omega i_D = -E_q$ ←stacionarno stanje

$$i_D = \frac{u_D}{L_D p + R_D}.$$

DE: $i_D = \frac{U_D}{R_D}(1 - e^{-t/T_D})$

$$u_q = -G_{qD}\Omega i_D = -G_{qD}\frac{U_D}{R_D}\left(1 - e^{-t/T_D}\right) = -E_q$$

Vzbujalni tok narekuje velikost inducirane napetosti preko magnetnega pretoka, in omejuje nasičenje. Če imamo še trajne magnete, to dodamo v enačbe. Slabost – ne moremo izklopiti. Če vrtimo hitro se povečuje $u_q$ in pride do preboja.

Stacionarno stanje:

$$\begin{bmatrix} u_D \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D & 0 \\ -G_{qD}\Omega & R_q + L_q p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_D \\ i_q \end{bmatrix}$$

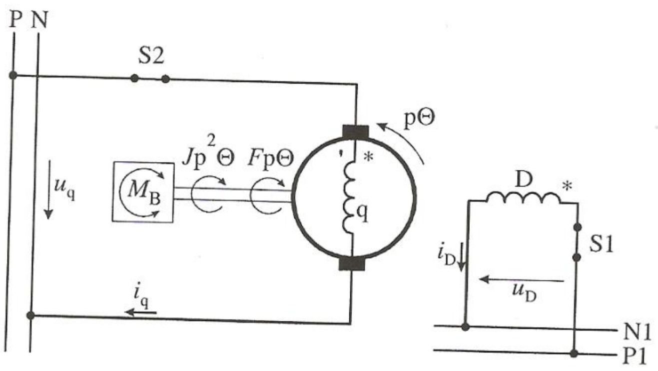
2.) Vklopimo še stikalo $S_2$
- Stanje na bremenu: $u_B = (R_B + L_B p) i_B$

$$\begin{bmatrix} u_D \\ u_q \\ u_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D & 0 & 0 \\ -G_{qD}\Omega & R_q + L_q p & 0 \\ 0 & 0 & (R_B + L_B p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_D \\ i_q \\ i_B \end{bmatrix}$$

3.) Vklop $S_1$. $S_2$ še vedno vklopljeno

$$\begin{bmatrix} u_D \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D + L_D p & 0 \\ -G_{qD}\Omega & (R_q + R_b) + (L_q + L_B)p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_D \\ i_B \end{bmatrix}$$

# TUJE VZBUJAN ENOSMERNI MOTOR




*Vezni model tuje vzbujanega enosmernega motorja.*

Napetostno ravnotežna enačba

$$\begin{bmatrix} u_D \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D + L_D p & 0 \\ G_{qD}\Theta^{\bullet} & R_q + L_q p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_D \\ i_q \end{bmatrix},$$

Navorna enačba

$$\pm M_B = G_{qD} i_q i_D - J\Theta^{\bullet\bullet} - F\Theta^{\bullet}$$

G ima pozitiven predznak →dosežemo ravnotežje med vsiljeno in inducirano napetostjo, ki ji pri motorju vedno nasprotujeta, njuna razlika pa je padec napetosti na rotorskih impedancah.
Ustaljeno stanje: S1 in S2 vklopljeni, ko mine prehodni pojav.
$u_D = U_D$, $u_q = U_q$, $i_D = I_D$, $i_q = I_q$, vsi členi z odvodi so nič, hitrost $\Omega = konst$
$I_D = \frac{U_D}{R_D}$, $U_q = G_{qD}\Omega I_D + R_q I_q$
Iz navorne enačbe izrazimo hitrost vrtenja

$$\Omega = \frac{G_{qD}\frac{U_D}{R_D}\frac{U_q}{R_q} \pm M_B}{F + G_{qD}{}^2 \frac{U_D}{R_D R_q} I_D}$$

<u>MERJENEJE $G_{qD}$</u>

$E = G_{qD}\Omega I_D = G_{qD}\frac{2\pi n}{60} I_D$. Vrtimo generator, $\Omega$ dobimo prek $n$, pomerimo vzbujalno tok $I_D$ in izmerimo E.

Značilni stanji

a) Zagon $\Omega = 0$, vzbujanje je že aktivno, in konec prehodnih pojavov $I_g = \frac{U_q}{R_q}$, zagonski navor: $M_{zag} = G_{qD} I_D I_g$

b) Prosti tek: $M_B = 0$

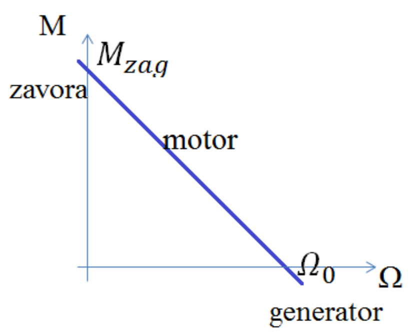
$I_q = \frac{U_q - G_{qD}\Omega_0 I_D}{R_q}$, $\Omega_0 = \frac{G_{qD}\frac{U_D U_q}{R_D R_q}}{F + G_{qD}{}^2 \frac{U_D}{R_D R_q} I_D}$, in če

zanemarimo F: $\Omega_0 = \frac{U_q}{G_{qD} I_D}$

c) Sprememba bremena (F=0)

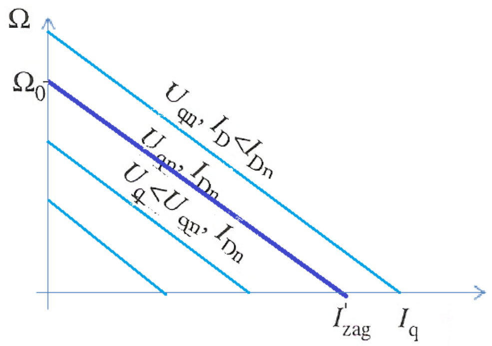
$$\Omega = \frac{G_{qD}\frac{U_D}{R_D}\frac{U_q}{R_q} \pm M_B}{G_{qD}{}^2 \frac{U_D}{R_D R_q} I_D} = \frac{U_q}{G_{qD} I_D}\left(1 \pm \frac{M_B}{G_{qD}\frac{U_D}{R_D}\frac{U_q}{R_q}}\right)$$

$$= \Omega_0 \left(1 \pm \frac{M_B}{M_{zag}}\right)$$




slika: Navor-hitrost vrtenja

$$U_q = G_{qD}\Omega I_D + R_q I_q \rightarrow \Omega = \frac{U_q - R_q I_q}{G_{qD} I_D}$$



slika: hitrost vrtenja-bremenski tok

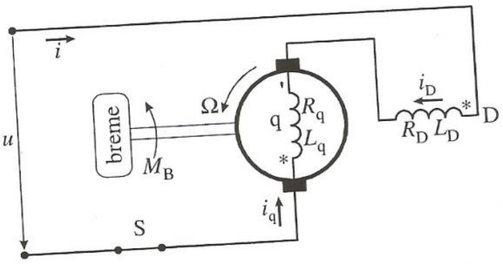
Vzbujalni tok fiksiramo (v koleno histereze). Če:

- zmanjšujemo vzbujanje→naraste hitrost (slabljenje polja)

- povečevanje $\Omega$ →nasičenje (napetosti $U_q$)

- spreminjanje $R_q$→dodajanje dodatnih R v tokokrog →povečamo izgube

## ENOSMERNI MOTOR Z ZAPOREDNIM SERIJSKIM VZBUJANJEM



*Modelno vezje enosmernega motorja z zaporednim vzbujanjem.*

Sistemske ravnotežne enačbe za enosmerni stroj so že znane:

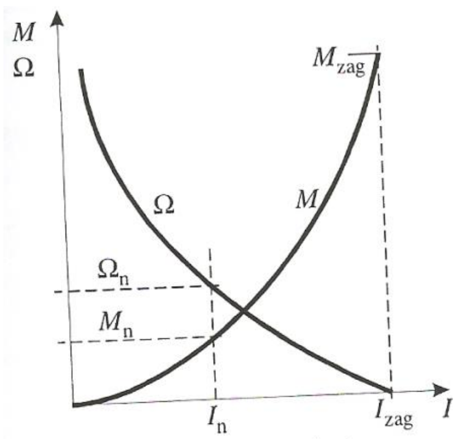
$$\begin{bmatrix} u_D \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D + pL_D & 0 \\ -G_{qD}\Omega & R_q + pL_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_D \\ i_q \end{bmatrix},$$

$$-G_{qD} i_D i_q - Jp\Theta^{\bullet} - F\Theta^{\bullet} - M_B = 0 .$$

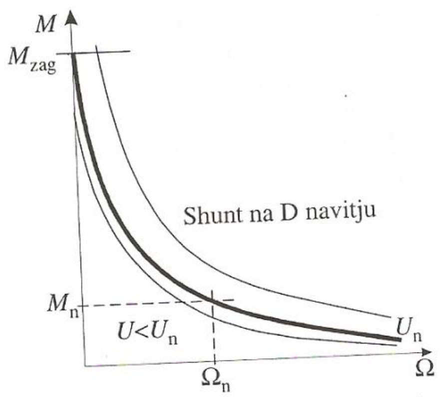
Če bi ta stroj dali na izmenično napetost →bo stroj še vedno deloval! Pozitivna srednja vrednost!

Ustaljeno stanje:
$u = U, i = I,\ \dot{\theta} = \Omega,\ p = 0, F = 0$ (zanemarimo trenja zaradi dobrih ležajev, ali pa upoštevamo pri bremenskem navoru)
$U = (G_{qD}\Omega + R)I,\ M = G_{qD}I^2$

$$\Omega = \frac{U - RI}{G_{qD} I}$$



*Navor odvisen od toka.*



*Navor odvisen od hitrost vrtenja.*

←Karakteristika motorja (odvisnost motorskega navora od vrtenja)

$$I = \frac{U}{G_{qD}\Omega + R},\ M = G_{qD}\frac{U^2}{(G_{qD}\Omega + R)^2} \rightarrow \Omega = \frac{1}{G_{qD}}\left(U\sqrt{\frac{G_{qD}}{M}} - R\right)$$

Če želimo dvigniti karakteristiko (isti Ω, večji M), dodamo dodaten upor v vzbujalno navitje (slabljenje polja) →upor v navitju SHUNT

# PARAMETRI ENOSMERNIH STROJEV Z VEZNO TEORIJO

Parametre določujemo s tremi preizkusi: pri stoječem rotorju, pri vrtečem se rotorju s konstantno hitrostjo in z izmenično ali impulzno napetostjo

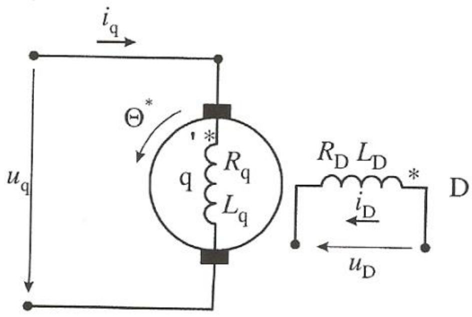
- STOJEČ ROTOR ($\Omega = 0$) → tuje vzbujan enosmerni generator vendar brez bremenskega tokokroga (S2 odprto)
  - → Ostane: navitje komutacijskih polov in morebitno kompenzacijsko navitje
  - → Zmerimo $I_q$ in $U_q$ , da dobimo upornost rotorskega tokokroga $R_q = \frac{U_q}{I_q}$
  - → $R_q$: upornost rotorskega navitja + upornost navitja komutacijskih polov + upornost kompenzacijskega navitja + prehodna upornost med komutatorjem in ščetkami
  - → Upornost rotorskega navitja se nekoliko spreminja z lego rotorja proti ščetkam (več meritev, srednja vrednost)
  - → Upornost vzbujalnega navitja D se določi pri mirujočem rotorju z merjenjem $I_D$ in $U_D$ , da dobimo $R_D = \frac{U_D}{I_D}$

- VRTEČI SE ROTOR S KONSTANTNO HITROSTJO ($I_q = 0, \Omega = konst$)
  - → Inducirana napetost na sponkah $E = G_{qD}\Omega I_D$ (sočasno merimo hitrost in tok)
  - → Koeficient rotacijske napetosti $G_{qD} = \frac{E}{\Omega I_D}$
  - → G se spreminja zaradi:
    a) Prvi pojav: Magnetno nasičenje železnega jedra → zmanjševanje G.
    b) Drugi pojav: Zmanjševanje magnetnega polja zaradi bremenskega toka $I_q$v rotorskem navitju → reakcija indukta
  - → Ustaljeno stanje: $G_{qD} = \frac{U_q \pm R_q I_q}{\Omega I_D}$ (minus motor, plus generator)
  - → Pri kompenzacijskih strojih je reakcija indukta praktično zanemarljiv pojav.

- IZMENIČNA ALI IMPULZNA NAPETOST
  - → Stojeć stroj na vsakem navitju posebej se izvede preizkus
  - → Rezultat: lastna induktivnost vzbujalnega navitja $L_D$ in rotorskega navitja $L_q$.
  - → Merjenje z izmenično napetostjo daje dobre rezultate samo pri strojih, ki imajo statorsko železno jedro iz pločevin.
  - → Pri masivnem jedru je potrebno izpeljati preizkus z majhnimi enosmernimi impulznimi napetostmi

# ENOFAZNI KOMUTATORSKI STROJI

- Vedno delujejo kot motorji (zaradi načina vezave)
- Enosmerni stroj, priključimo na enosmerno napetost
- Vedno povprečna pozitivna vrednost



Splošni model komutatorskega motorja.

Sistemski električni ravnotežni enačbi

$$\begin{bmatrix} u_D \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D + L_D p & 0 \\ G_{qD}\Theta^{\bullet} & R_q + L_q p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_D \\ i_q \end{bmatrix}$$

Navor:

$$M = \begin{bmatrix} i_d & i_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ G_{qD} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}$$

Ustaljeno stanje

a) $U\&i$ sta iste frekvence
b) $p$ se preoblikuje v jω
c) Napetosti in toki postanejo kompleksna števila
d) Induktivnost podajamo kot reaktanco

Stacionarno stanje

$$\begin{bmatrix} u_D \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D + jX_D & 0 \\ G_{qD}\dot{\theta} & R_q + jX_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_D \\ I_q \end{bmatrix}$$

Toka sta kompleksna.
Med njima pa je nek fazni kot

Magnetni navor:

$$M = Re\left[G_{qD} I_D {I_q}^*\right] = G_{qD}|I_D||I_q|cos\varphi_{qD}$$

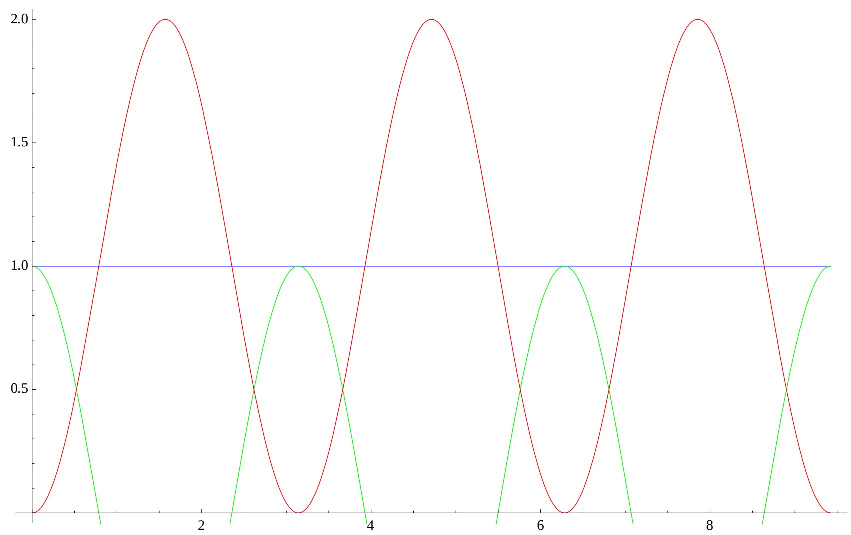
Največji navor, sto sta toka v fazi cos0=1

Toka:

$i_D = \sqrt{2} I_D \sin(\omega t + \varphi_d)$

$i_q = \sqrt{2} I_q \sin(\omega t + \varphi_q)$

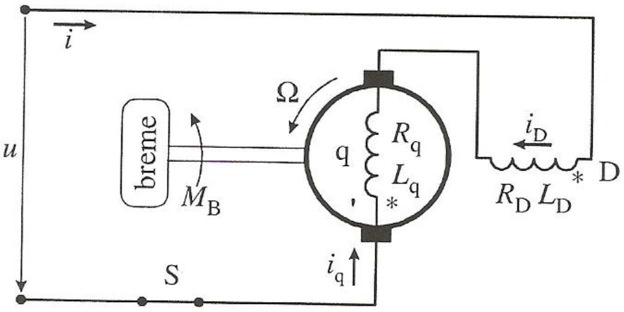
Navor: $M_{rdeča} = G_{qD} I_D I_q \cos\left(\varphi_d - \varphi_q\right)_{modra} - G_{qD} I_D I_q \cos(2\omega t + \varphi_d + \varphi_q)_{zelena}$




Kako vezati da bosta toka v fazi?
Takrat bo maksimalen navor, d in q moramo zato vezati zaporedno in pri tem dobimo univerzalni motor

# UNIVERZALNI STROJ

- Dela le kot motor




*Osnovno vezje univerzalnega motorja.*

Trenutne vrednosti napetosti

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_d + L_d p & 0 \\ -G_{qD}\dot{\theta} & R_q + L_q p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_D \\ i_q \end{bmatrix}$$

$$u = \left(G_{qD}\Theta^{\bullet} + R + Lp\right)i\,,$$

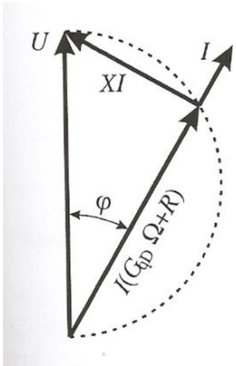
$$G_{qD}i^2 - M_B - Jp\Theta^{\bullet} - F\Theta^{\bullet} = 0\,,$$

Ustaljeno stanje:

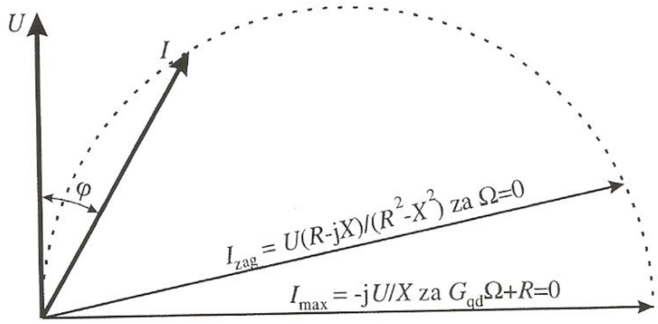
$$U = \left(G_{qD}\Omega + R\right)I + jXI \rightarrow I = \frac{U}{G_{qD}\Omega + R + jX} = U\frac{\left(R + G_{qD}\Omega\right) - jX}{\left(G_{qD}\Omega + R\right)^2 + X^2}\,.$$

Pri hitrosti $\Omega = -\frac{R}{G_{qD}}$ teče maksimalen tok $I_{max} = -j\frac{U}{X}$

Zagonski tok: $I_{zag} = \frac{U(R-jX)}{R^2+X^2}$ , $|I_{zag}| < |I_{max}|$



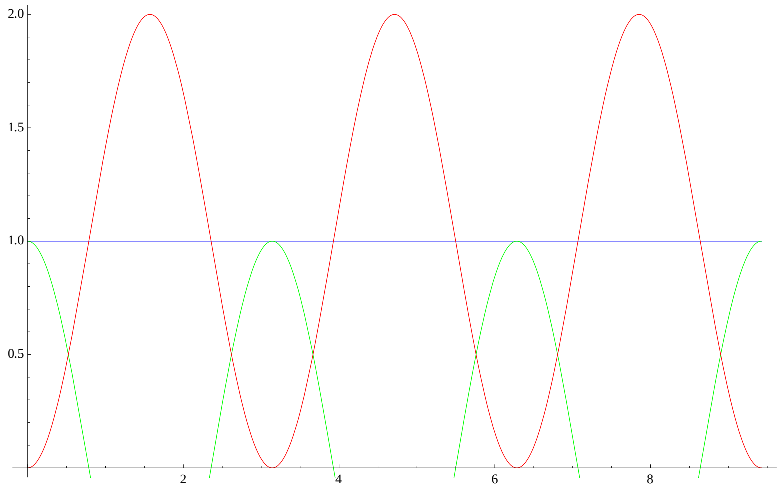

*Napetostni kazalčni diagram.*




*Tokovni kazalčni diagram.*

Na podlagi modela izmeničnega napajanega komutatorskega stroja zapišemo enačbo za navor univerzalnega stroja:

$$M_{rdeča} = G_{qD}I_D I_{q_{modra}} - G_{qD}I_D I_q \cos(2\omega t)_{zelena} = G_{qD}I^2(1 - \cos(2\omega t))$$



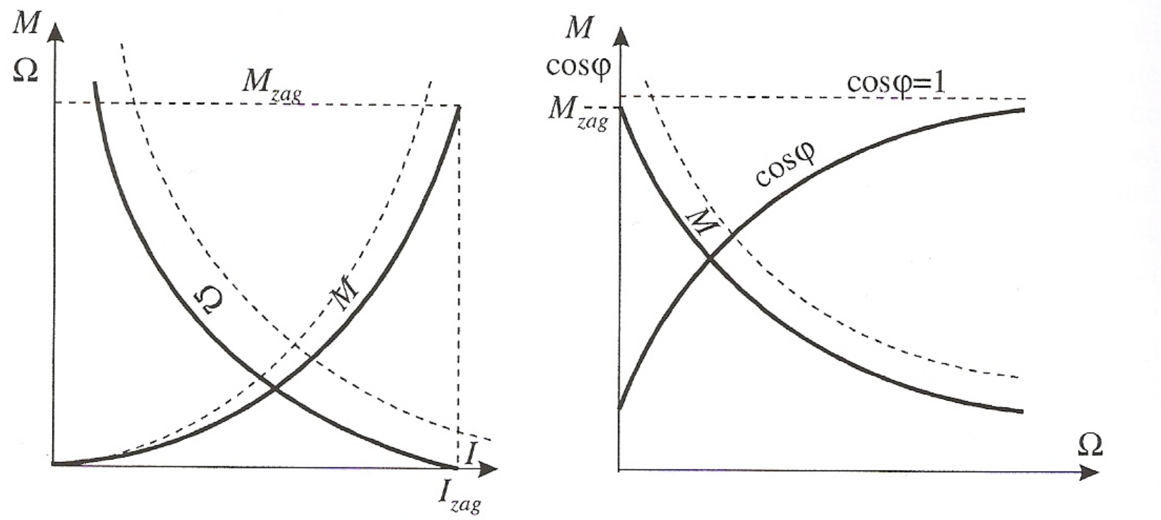

Slabost: navor pulzira. Ima enosmeren in izmenični del. Pulzira z dvojno frekvenco. Na gredi zaradi vztrajnostne mase rotorja se zgladi

Tok, ki teče:

efektivna vrednost toka

$$I = \frac{U}{\sqrt{(G_{qD}\Omega + R)^2 + X^2}} . \qquad cos\varphi = \frac{U_R}{U} = \frac{G_{qD}\Omega + R}{\sqrt{(G_{qD}\Omega + R)^2 + X^2}}$$

Navor v odvisnosti od toka




*Navor odvisen od toka.* *Navor odvisen od hitrost vrtenja.*

Izmenično napajanje da nižje zagonske toke, navor ima sunke. Zagonski moment pri enosmernem je večji kot pri izmeničnem. Zagonski tok pri enosmernem je večji kot pri izmeničnem.

Prednost univerzalnih strojev:
a) Lažji zagoni
b) Moč iz omrežja se dobro izkoristi
c) Lahko dosega velike vrtilne hitrosti.
d) Majhen navor (reduktor)
e) Relativno majhen

## 4. TRANSFORMACIJE OSNOVENGA MODELA (IZMENIČNI → ENOSMERNI)

* Cilj 3f (ali več fazne) stroje preoblikujemo v nezne modele podobnim enosmernim strojem

Kako to naredimo? Transformacije (!)

2. splošni enačbi

$$\boxed{\begin{array}{ll} \text{napetostna} & [u] = [z][i] \\ \text{navorna} & \sum M_{zunanji} = \frac{1}{2}[i]_T [z][i] \end{array}}$$

tok je neznanka [U] & [z] znani

$[i] = [z]^{-1}[u]$

problematična, matrika 6×6 — problem izračunat inverz

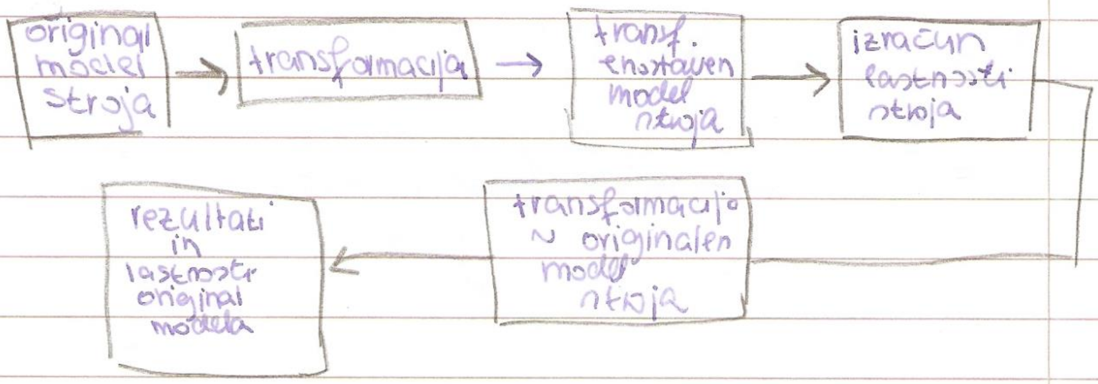
$L[t,\theta]$ induktivnosti v $Z$ so lahko odvisne od kota in časa,

$\frac{dL}{d\theta}$ ali $\frac{dL}{dt}$ = sistem dif. enačb

↳ numerične metode

poskušamo preoblikovat (moč se mora ohranjati)

določanje parametrov $Z$ (problem)



ZAHTEVA: pri transformaciji se mora ohranjati moč

$$p = [i]_T^* [u] = [i']_T^* [u'] = p'$$

transformirane količine

splošno:

$$[i'] = [C_i]^{-1} [i]$$

"poljubna" matrika

$$([A][B])^T = [A]^T [B]^T$$

$$[i] = [C_i][i']$$

$$[i']_T^* [u'] = [i]_T^* [u] = \left[[C_i][i']\right]_T^* [u] =$$

$$= [i']_T^* \underbrace{[C_i]_T^* [u]}_{[u']}$$

$$[u'] = [z'][i'] \qquad [u] = [z][i]$$

$$[C_i]_T^* [u] = [C_i]_T^* [z][i] = \underbrace{[C_i]_T^* [z][C_i]}_{[z']}[i'] = [z'][i']$$

$$[z'] = [C_i]_T^* \cdot [z][C_i]$$

TRANSFORMACIJA NAVORNE ENAČBE

$$M = \frac{1}{2} [i]_T \left\{ \frac{d}{d\Theta} [L] \right\} [i]$$

$$M = \frac{1}{2} [i']_T [C_i]_T \left\{ \frac{d}{d\Theta} \underbrace{\left( [C_i][L'][C_i]_T^* \right)}_{[L]} \right\} \cdot [C_i][i']$$

odvisen od $\Theta$

odvisal po $C$ in $\Theta$

$$= \underbrace{\frac{1}{2}[i']_T [C_i]_T \cdot \frac{d[C_i]}{d\Theta} [L'][i']}_{C_i \text{ more biti neodvisna od kota } \Theta} + \underbrace{\frac{1}{2}[i']_T \frac{d[L']}{d\Theta}[i]}_{\text{Navor transf. stroja}}$$

$C_i$ more biti neodvisna od kota $\Theta$

↳ odvod $C_i' = 0$

Navor transf. stroja

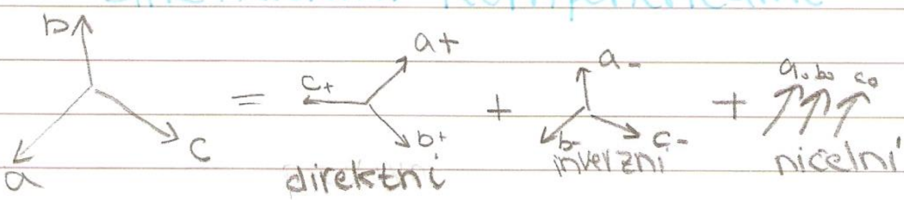
$$M' = M = \frac{1}{2}[i']_T \frac{d[L']}{d\Theta}[i']$$

Govorimo o zaporedju transformacij.

Trifazne nesimetrične → simetrične

Dvofazne → dvo osne

## TRANSFORMACIJA 3-faznega sistema s simetričnimi komponentami




$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_+ \\ i_- \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_+ \\ i_- \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

$$\underline{a} = e^{j120}$$

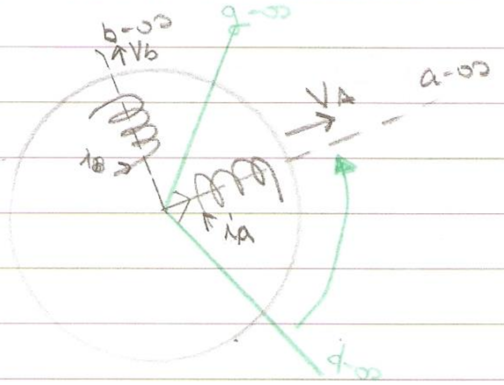
$$\underline{a}^2 = e^{j240} = e^{-j120°}$$

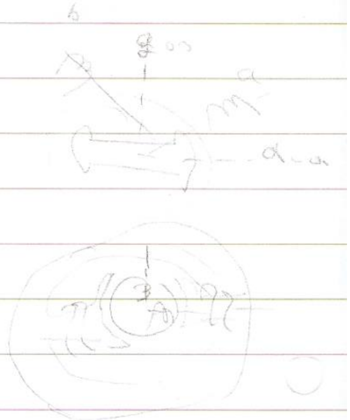
V primeru ko je stroj ne simetrično grajen / napajan uporabimo najprej to transformacijo.

Potem pa izvedemo še vse ostale transformacije

Aleta

TRANSF. PROSTORSKIH KOORDINAT 2-faznega SISTEMA V DVOOSNI



$i_A N_A = V_A$ → učinek v d & g osi
$i_B N_B = V_B$

$V_d = V_a \cos\theta - V_B \sin\theta$
$V_g = V_a \sin\theta + V_B \cos\theta$

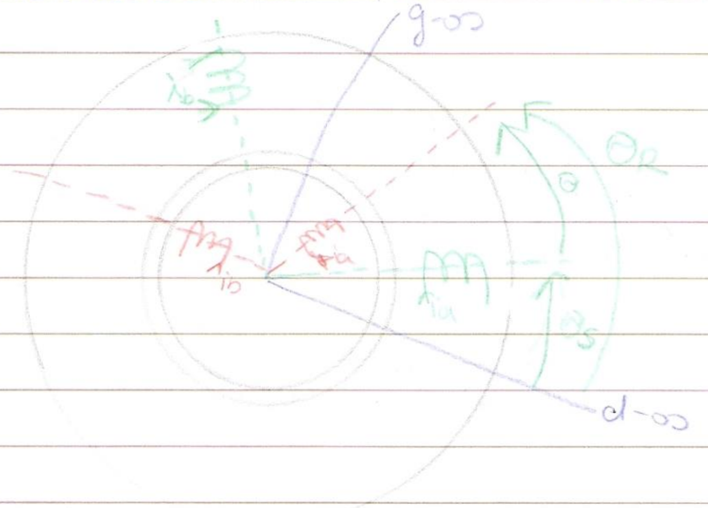
$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \end{bmatrix} \qquad [V_{dg}] = [P]_T [V_{ab}]$$

$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d \\ V_g \end{bmatrix} \qquad [V_{ab}] = [P] [V_{dg}]$$

Če velja
$N_A = N_B = N_d = N_g = N$
↓
velja tudi za toke in napetosti

Vprašanje "no" kaj transformirati?

PRIMER Z NAVITJEM NA STATORJU IN ROTORJU




Možnosti okupnega ~~ke~~ koordinatnega sistema d in q
1.) dq enak kot statorski ab

$\Theta_S = 0$, $\Theta_R = \Theta$

hitrost vrtenja $\dot{\Theta}_R = \dot{\Theta}$, statorskih količin ni treba

KOMUTATORSKI
- rotor more biti simetričen
- stator je lahko nesimetričen in z izraženimi poli

2.) DQ ~~k~~ enak kot rotorski AB
Rotorskih količin ni treba transformirati
$\Theta_R = 0$

SIHRONSKI STROJI
- stator simetričen grajen
- lahko ima izražene pole na rotorju
Na rotorju ima lahko vzbujanje in dušilno kletko

3.) kos dq naj se vrti s sihronsko hitrostjo ω transformirati moramo rotorske in statorske

$\Theta_S = \pm \omega t + \Theta_{S0}$ ← statorski začetni kot, ko smo začeli opazovati zadevo

$\Theta_R = \pm \omega t + \Theta + \Theta_{R0}$

PRI ASIHRONSKIH STROJIH
- simetrično grajena rotor in stator
- dq se vrti z vrtilnim mag. poljem

Akta

$u_a = \sqrt{2}\, U \cos\omega t$

$u_b = \sqrt{2}\, U \sin\omega t$

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos\Theta & -\sin\Theta \\ \sin\Theta & \cos\Theta \end{bmatrix}}_{\text{nezani na projekcijo}} \sqrt{2}\, U \begin{bmatrix} \cos\omega t \\ \sin\omega t \end{bmatrix} = \sqrt{2}\, U \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \Theta) \\ \sin(\omega t + \Theta) \end{bmatrix}$$

izmenični, periodični f = ni enaka

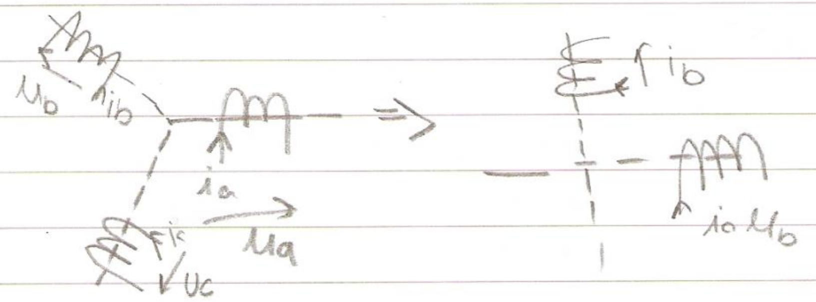
nov dq sistem se vrti proti sistemu ab s kotno hitrostjo $\dot{\Theta} \rightarrow \Theta = \dot{\Theta} t + \Theta_0$

Zaključek

$u_d = \sqrt{2}\, U \cos(\omega t + \dot{\Theta} t + \Theta_0) = \sqrt{2}\, U \cos((\omega t + \dot{\Theta}) t + \Theta_0)$

Frekvenca novih transf. sistema je sestavljena iz [illegible] napetostih PREPIŠI DO KONCA!!

TRIFAZNA, DVOFAZNA TRANSF. IN dalje DVOOSNE TR.



Trifazni sistem → simetričen komponente

$$[i_{abc}] = [S_3][i_{0+-}]$$

simetrične komponente → ~~dvoosn~~ dvofazni sistem

$$[i_{0+-}] = [S_{02}]^*_T [i_{0ab}]$$

v primeru ~~sisme~~ simetrije 3-f. sistema in stroja:

$$[i_{abc}] = [S_{02}]^*_T [i_{0ab}]$$

dvofazni sistem → zavrten dvofazni sistem

$$[i_{0ab}] = [P][i_{0dq}]$$

$$[i_{abc}] = \underbrace{[S_3][S_{02}]^*_T [P]}_{[F_\Theta]}[i_{0dq}]$$

$$[F_\Theta] = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & j \\ 0 & 1 & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Theta & \sin\Theta \\ 0 & -\sin\Theta & \cos\Theta \end{bmatrix}$$

$$[F_\Theta] = \sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos\Theta & \sin\Theta \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\Theta + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\Theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\Theta + \frac{4\pi}{3}) & \sin(\Theta + \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

$i_{abc}$ ... $i_{0dq}$

ni zavrten in miruje v prostoru

npr: $\Theta = 0$ (dvofazni sistem ni zavrten in miruje v prostoru in pruti trifaznemu)

$$[C]^{-1} = [C]^{*}_{T}$$

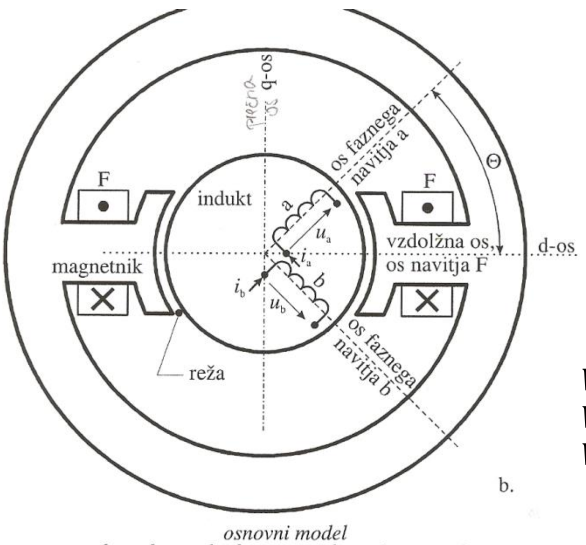
$$[i_{abc}] = [F_{\Theta}][i_{odq}] \qquad [F_{\Theta}]_T = [F_{\Theta}]^{-1}$$

$$[i_{odq}] = [F_{\Theta}]_T [i_{abc}]$$

~~kak~~ ~~toke~~ • dobimo tokove, ki se po času spreminjajo
• če pa želimo, da so enosmerni se more koordinatni sistem vrteti in sicer $\Theta t = \omega t$ dobimo enosmerne komponente

## 5. SINHRONSKI STROJ

Splošna dejstva:
- Rotor se vrti s sinhronsko hitrostjo
- $\Omega_{mehanska\ hitrost} = \frac{2\pi n}{60} = 2\pi \frac{f}{p_p} = \frac{\omega_{električna}}{p_p}$
- INDUKT je stator (že uporabljena transformacija iz 3f-2f → 2f navitje)
- MAGNETIK je rotor
  → Enosmerni magnet ali trajni magnet
  → Izraženi poli → reluktančni navor




osnovni model
dvopolnega dvofaznega sinhronskega stroja.

Enačba napetostnega ravnotežja

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + pL_a & pL_{ab} & pL_{aF} \\ pL_{ba} & R_b + pL_b & pL_{bF} \\ pL_{Fa} & pL_{Fb} & R_F + pL_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_F \end{bmatrix}.$$

VPLIV IZRAŽENOSTI NA L Sinh.Stroja:
Vzbujanje navitja a:

$V_a = N_a i_a$
$V_{ad} = N_a i_a cos\Theta = V_a cos\Theta$
$V_{aq} = N_a i_a sin\Theta = V_a sin\Theta$

Tuljava a ima dve dobri značilnosti magnetni poti: v smereh d in q:
Glavna magnetna pot ima največjo magnetno prevodnost $\Lambda_d$, ko je navitje a v d-osi pri $\Theta = 0^0$, njena najmanjša prevodnost $\Lambda_q$ pa je v prečni osi. Upoštevati moramo še razsuto magnetno polje, ki je neodvisno od kota $\Theta$

Magnetni pretok:
$\Phi = \Lambda \cdot V$, Λ je magnetna prevodnost
Magnetni pretok v

a) d-osi $\Phi_{ad} = (\Lambda_d + \Lambda_{a\sigma})V_{ad} = (\Lambda_d + \Lambda_{a\sigma})N_a i_a cos\Theta$
b) q-osi $\Phi_{aq} = (\Lambda_q + \Lambda_{a\sigma})V_{ad} = (\Lambda_q + \Lambda_{a\sigma})N_a i_a sin\Theta$

Magnetilni sklep:
$\Psi = {N_a}^2 i_a\{(\Lambda_d + \Lambda_{a\sigma})cos^2\Theta + (\Lambda_q + \Lambda_{a\sigma})sin^2\Theta\}$
Induktivnost $L = \frac{\Psi}{i}$ in s tem je celotna lastna induktivnost tuljave a s celotnim magnetilnim sklepom.
$L_a = {N_a}^2\{(\Lambda_d + \Lambda_{a\sigma})cos^2\Theta + (\Lambda_q + \Lambda_{a\sigma})sin^2\Theta\} = L_d cos^2\Theta + L_q sin^2\Theta$
Drugače zapisano:

$$L_a = \frac{L_d + L_q}{2} + \frac{L_d - L_q}{2}\cos(2\Theta) = L_{a0} + L_{a\Theta}\cos(2\Theta)$$

Podobno velja za navitje b, le da upoštevamo namesto $\Theta$, $(\frac{\pi}{2} - \Theta)$.

$$L_b = L_d sin^2\Theta + L_q cos^2\Theta = \frac{L_d + L_q}{2} - \frac{L_d - L_q}{2}cos(2\Theta) = L_{b0} + L_{b\Theta}cos(2\Theta)$$

Pri simetričnem dvofaznem navitju: $L_{a0} = L_{b0}$ in $L_{a\Theta} = L_{b\Theta}$

<u>Medsebojna induktivnost med a in b</u>
Medsebojna induktivnost $L_{ab}$ne zgine, čeprav sta si navitji med seboj pravokotni. Da ne izgine je posledica izraženosti magnetika, ki popači prehod magnetilnega polja. (medsebojna induktivnost izgine le pri cilindričnem mangnetiku).
$L_{ab} = L_{a\Theta}sin(2\Theta)$

<u>Medsebojna induktivnost med a in F</u>
Medsebojno induktivnost $L_{aF}$med magnetnikovim vzbujalnem navijem F in induktivnim faznim navitjem »a« tvori samo tista komponenta magnetnega pretoka, ki v vzdolžni d-osi prestopa zračno režo in zato ne vsebuje razsutega polja. To je $\Phi_{ad}$, ki jo vzbuja tok $i_a$ v navitju a.
$L_{aF} = N_F N_a \Lambda_d cos\Theta = L_{dF} cos\Theta$

## TRANSFORMACIJA DVOFAZNEGA V DVOOSNI MODEL

Transformacija na d-q koordinatni sistem gre po postopku:

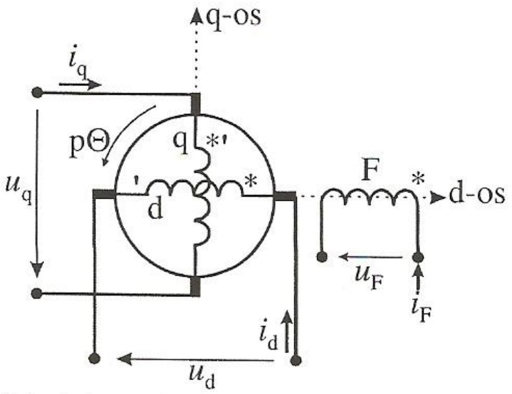
$$[i_{dqF}] = [P_r]_T[i_{abF}]$$
$$[u_{dqF}] = [P_r]_T[u_{abF}]$$
$$[Z_{dqF}] = [P_r]_T[Z_{abF}][P_r]$$
$$[u_{dqF}] = [Z_{abF}][i_{dqF}]$$

Vrtenje indukta v nasprotni smeri urinega kazalca (pozitivna smer)
Transformacijska matrika

$$[P_r] = [P_r]_T = \begin{bmatrix} cos\Theta & sin\Theta & 0 \\ sin\Theta & -cos\Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Imamo pa problem z odvodom (operator p). Operator p deluje na produkt kotnih funkcij kota $\Theta$ iz impedančne matrike in toka stolpčne matrike po vzorcu: $p(Lcos\Theta \cdot i) = L \cdot \frac{dcos\Theta}{dt} \cdot i + Lcos\Theta \cdot \frac{di}{dt}$
Po upoštevanju korakov:
1) množenje impedančne matrike z desno transformacijsko matriko,
2) množenje rezultata iz 1) z levo transformacijsko matriko
3) iz-vrednotenje učinka operatorja p
Dobimo:

$$[Z_{dqF}] = \begin{bmatrix} R_a + L_d p & L_q \dot{\Theta} & L_{dF} p \\ -L_d \dot{\Theta} & R_a + L_q p & -L_{dF} \dot{\Theta} \\ L_{dF} p & 0 & R_F + L_F p \end{bmatrix}$$



*Model sinhronskega stroja v d-q koordinatnem sistemu.*

Narišemo model:
To je stroj z izraženimi poli, počasi vrteč.

## NAVOR V USTALJENEM STANJU (sinhronski stroj)

- simetričen dvofazni sistem (že transformirano)
- Dve napetosti:
  $u_a = \sqrt{2}Usin(\omega t)$,
  $u_b = \sqrt{2}Ucos(\omega t)$
- Dvofazni model sinhronskega stroja s transformacijami
  $\Theta = \omega t + \delta$. Če obremenimo, se poveča kolesni kot $\delta$ (zaostajanje)

DVOOSNI MODEL NAPETOSTI (za stacionarno stanje)

$$\begin{bmatrix} U_d \\ U_q \\ U_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\Theta & sin\Theta & 0 \\ sin\Theta & -cos\Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{2}Usin(\omega t) \\ \sqrt{2}Ucos(\omega t) \\ U_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sqrt{2}Usin(\delta) \\ \sqrt{2}Ucos(\delta) \\ U_F \end{bmatrix}$$

NAPETOSTNO RAVNOTEŽNA ENAČBA

$$\begin{bmatrix} -\sqrt{2}Usin(\delta) \\ \sqrt{2}Ucos(\delta) \\ U_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + L_d p & L_q \dot{\Theta} & L_{dF} p \\ -L_d \dot{\Theta} & R_a + L_q p & -L_{dF} \dot{\Theta} \\ L_{dF} p & 0 & R_F + L_F p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_d \\ \hat{I}_q \\ I_F \end{bmatrix}$$

Stacionarno stanje (p=0)

$$\begin{bmatrix} U_d \\ U_q \\ U_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a & L_q \Theta^{\cdot} & 0 \\ -L_d \dot{\Theta} & R_a + L_q & -L_{dF} \dot{\Theta} \\ 0 & 0 & R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_d \\ \hat{I}_q \\ I_F \end{bmatrix}$$

Dobimo: $I_F = \frac{U_F}{R_F}$

Upoštevamo, da je $R_a$(upornost faznega navitja) zanemarljiva v primerjavi z L.

$$\hat{I}_d = \frac{-\sqrt{2}Ucos(\delta) - L_{dF}\dot{\Theta} I_F}{L_d \dot{\Theta}}$$

$$\hat{I}_q = -\frac{\sqrt{2}Usin(\delta)}{L_q \dot{\Theta}}$$

Kolesni kot δ=0 pomeni prosti tek. $\hat{I}_q = 0$ in imamo samo $\hat{I}_d$.
Če ni vzbujanja → $I_F = 0$. Teče samo magnetilni tok.
Če imamo stroj s trajnimi magneti, je to skrito nekje v drugem členu $\hat{I}_d$.

MATRIČNI PODUKT ZA IZAČUN NAVORA ENOSMERNEGFA STROJA

$M = [i]_T[G][i]$ (komutatoski model SS)

za sinhronski stroj:

$$M = \begin{bmatrix} \hat{I}_d & \hat{I}_q & I_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & L_q & 0 \\ -L_d & 0 & -L_{dF} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_d \\ \hat{I}_q \\ I_F \end{bmatrix}$$

Dobimo:

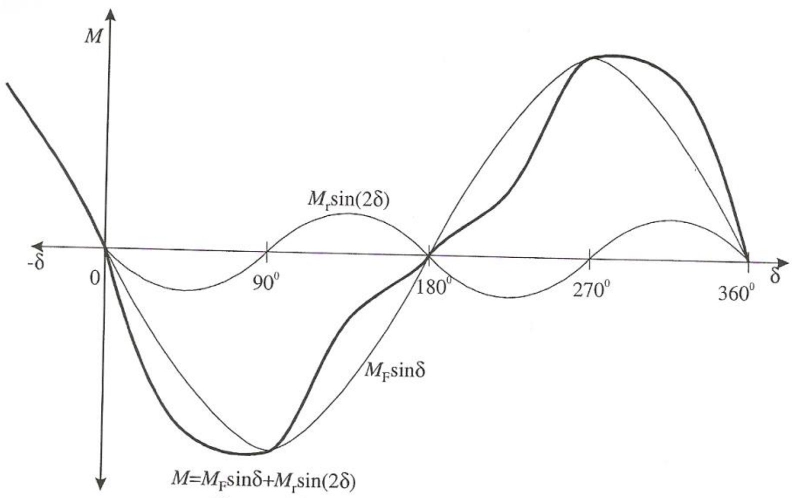
$$M = L_q \hat{I}_d \hat{I}_q - \hat{I}_d \hat{I}_q L_d - L_{dF} \hat{I}_q I_F = (L_q - L_d) \hat{I}_d \hat{I}_q - L_{dF} \hat{I}_q I_F$$

Prvi del: $(L_q - L_d)\hat{I}_d \hat{I}_q$… predstavlja reluktančni navor
Drugi del: $L_{dF} \hat{I}_q I_F$ …. Predstavlja vzbujalni navor pri cilindričnih motorjih

V zgornjo enačbo vstavimo enačbe za toke in po preureditvi dobimo:

$$M = \frac{\sqrt{2}UL_{dF}\Theta I_F sin(\delta)}{L_d \dot{\Theta}^2} - \frac{(\sqrt{2}U)^2 sin(2\delta)}{2\dot{\Theta}^2}\left(\frac{1}{L_q} - \frac{1}{L_d}\right)$$

Navorna karakteristika



*Navor sinhronskega stroja z izraženim rotorjem.*

# 6. ASINHRONSKI STROJ

Splošna dejstva:

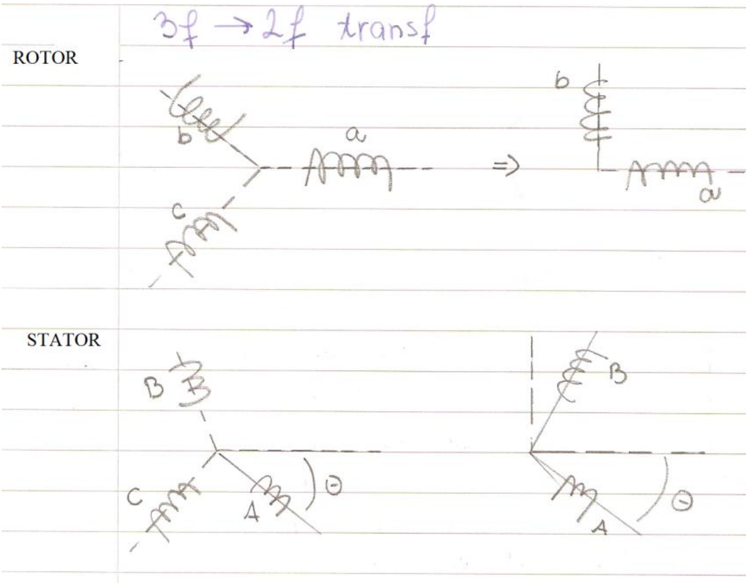
- Rotor in stator nosita navitje
- Stator je simetrično grajen
- Simetrično 3 in 2-fazno navitje (lahko tudi nesimetrično)
- 2-fazno (dobimo jih prek dveh faz)
- 1-fazno (polja ne moremo zavrteti, enosmerni)

Rotor

- Simetrična kratkostična kletka
- Simetrično 3-fazno navitje (zaganjalnik, 3 upori)
- Drsni upori → priključimo frekvenčni pretvornik (značilno za vetrnice)

## MODEL ASINHRONSKEGA STROJA

- Rotorske količine so že reducirane na stator
- 3fazni sistem (3 faze na statorju → 3 faze na rotorju)
- Uporabimo transformacijo iz 3f na 2f
- 2f- model enostavnejša obravnava




- Privzeli smo da sta stator in rotor stoječa → stroj se transformira na naravne koordinate statorja
- Medsebojne induktivnosti so odvisne od kota Θ
- Uporabimo transformacijsko matriko, ko jo dobimo s pogojem, da 2fazni sistem ni zavrten in da miruje v prostoru proti 3faznemu sistemu

$$[F] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

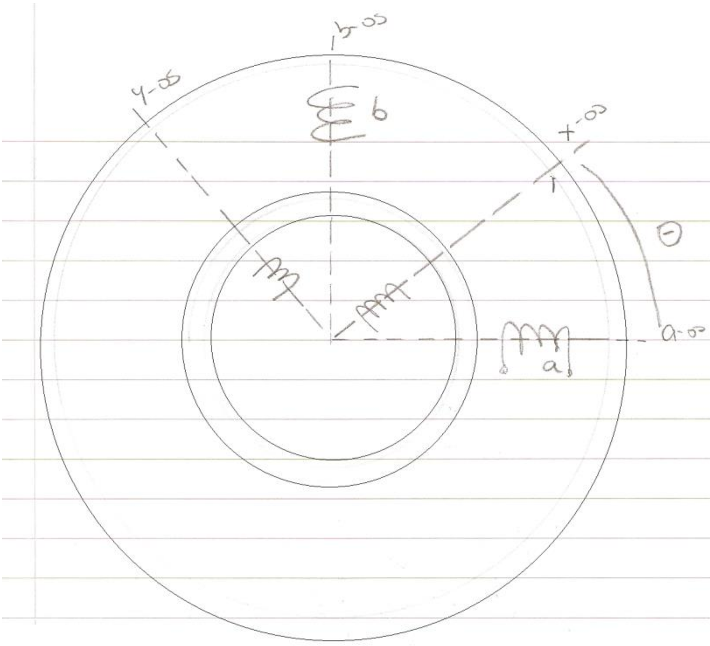
$[Z_{2f}] = [F]_T [Z_{3f}] [F]$

razmerje med statorskima navitjema (pravokotna ⊥)

lahko zapišemo tudi $pL_{ax}$

$$[Z_{2f}] = \begin{bmatrix} R_s + p(L_s + L_{ss}) & 0 & \frac{3}{2} pL_{SR}\cos\Theta & \frac{3}{2} pL_{SR}\sin\Theta \\ 0 & R_s + p(L_s + L_{ss}) & -\frac{3}{2} pL_{SR}\sin\Theta & \frac{3}{2} pL_{SR}\sin\Theta \\ \frac{3}{2} pL_{RS}\cos\Theta & -\frac{3}{2} pL_{RS}\sin\Theta & R_R + p(L_R + L_R) & 0 \\ \frac{3}{2} pL_{RS}\sin\Theta & \frac{3}{2} L_{RS}\cos\Theta & 0 & R_R + p(L_R + L_{RR}) \end{bmatrix}$$

kažejo na neizraženost




S pravilnim indeksiranjem lahko pišemo tudi dalje:
Na podlagi dane impedančne matrike danega sistema lahko zapišemo ustrezno napetostno ravnotežno enačbo pri čemer upoštevamo:
- + enakomerna zračna reža brez izraženosti
- + magnetno polje v zračni reži vzdolž oboda je sestavljeno iz osnovnega harmonika
- + zaradi vrtenja se s kotom spreminja tudi medsebojna induktivnost (spreminja se lega x,y)
- + lastne induktivnosti so konstantne, saj ni izraženosti

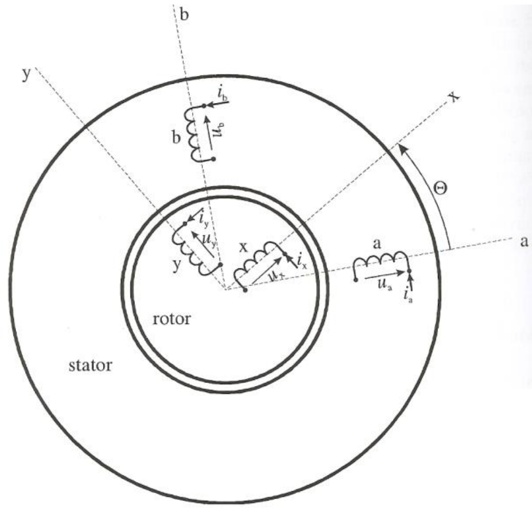
+ zaradi fazno simetrične gradnje rotorskega navitja, so vse ohmske upornosti, lastne in medsebojne induktivnosti s statorjem enake
+ ta model pa je glede na zapletenost še vedno treba dodatno poenostaviti.

## S STATORJEM POVEZAN d-q MODEL

- Najprej opravimo prostorsko transformacijo na obstoječ statorski sistem

Potrebno je transformirati x in y v D in Q
Navitje »a« bi lahko označili z »d«
Navitje »b« bi lahko označili z »q«

$$[u_{abxy}] = [Z_{abxy}][i_{abxy}]$$
$$[u_{abDQ}] = [P_r]_T[Z_{abxy}][P_r][i_{abDQ}]$$
$$[i_{abDQ}] = [P_r]^{-1}[i_{abxy}]$$
$$[u_{abDQ}] = [P_r]^{-1}[u_{abxy}]$$
$$[P_r]^{-1} = [P_r]_T$$




*Dvofazni model asinhronskega stroja z navitji a,b in x,y.*

Transformacijska matrika

$$[P] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & cos\Theta & sin\Theta \\ 0 & 0 & -sin\Theta & cos\Theta \end{bmatrix} \quad \Theta = \Omega t$$

Transformirana napetostna ravnotežna enačba v matrični obliki

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_D \\ u_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + L_{aa}p & 0 & L_{aR}p & 0 \\ 0 & R_b + L_{bb}p & 0 & -L_{bR}p \\ L_{Ra}p & L_{Rb}(p\Theta) & R_R + L_{RR}p & L_{RR}(p\Theta) \\ -L_{Ra}(p\Theta) & L_{Rb}p & -L_{RR}(p\Theta) & R_R + L_{RR}p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

Elektromagnetni navor:

$$M_e = L_{Rb} i_b i_D - L_{Ra} i_a i_Q + (L_{RR} - L_{RR}) i_D i_Q$$

Člen v oklepaju ponavadi odpade, zaradi enakih rotorskih navitij in enakomerne zračne reže. Mehanska ravnotežna enačba je sedaj

$$M_B = \left(L_{Rb} i_b i_D - L_{Ra} i_a i_Q\right) - J(p^2\Theta) - F(p\Theta)$$

- Zadnji dve enačbi popisujeta vsa stanja asinhronskega stroja, ustaljena in prehodna stanja.
- Za motor se dajo enačbe rešiti direktno pri konstantnih vrtljajih in simetrično faznih statorskih navitij.
- Pri faznih nesimetričnih statorskih navitjih in napetostih je treba uporabiti transformacijo s simetričnimi komponentami za analizo
- Pri generatorjih je vrtenje konstantno. Enačbe asinhronskega stroja kot generatorja so linearne in dovoljujejo analitične rešitve.

## d-q MODEL ZA USTALJENO OBRATOVANJE S SIMETRIČNIMI KOMPONENTAMI

- Običajno je v ustaljenem obratovanju asinhronski stroj priključen na izmenične sinuse toke iste frekvence $i = \sqrt{2} I sin(\omega t)$.
- Nazadnje zapisano matrično transformirano napetostno enačbo moramo najprej prirediti tako da bodo primerne za računaje z kompleksnimi števili, s katero se obravnavajo izmenični tokokrogi. $p \to j\omega$

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_D \\ u_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + j\omega L_{aa} & 0 & j\omega L_{aR} & 0 \\ 0 & R_b + j\omega L_{bb} & 0 & -j\omega L_{bR} \\ j\omega L_{Ra} & L_{Rb}(p\Theta) & R_R + j\omega L_{RR} & L_{RR}(p\Theta) \\ -L_{Ra}(p\Theta) & j\omega\, L_{Rb} & -L_{RR}(p\Theta) & R_R + j\omega L_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

Nesimetrije na statorski strani se obvladajo s transformacijo na simetrične komponente. Transformirati je treba tako stator kot rotor .

Transformacijska matrika za simetrične komponente je:

$$[S_2]=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1 & 0 & 0\\ -j & j & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & -j & j\end{bmatrix} \text{ in inverzna } [S_2]^{-1}=[S_2]_T^{*}=\sqrt{2}\begin{bmatrix}1 & j & 0 & 0\\ 1 & -j & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & j\\ 0 & 0 & 1 & -j\end{bmatrix}$$

Transformacija se opravi po predpisu: $[U_{S+-,}U_{R+-}]=[S_2]_T^{*}[Z_{abDQ}][I_{S+-,}I_{R+-}]$

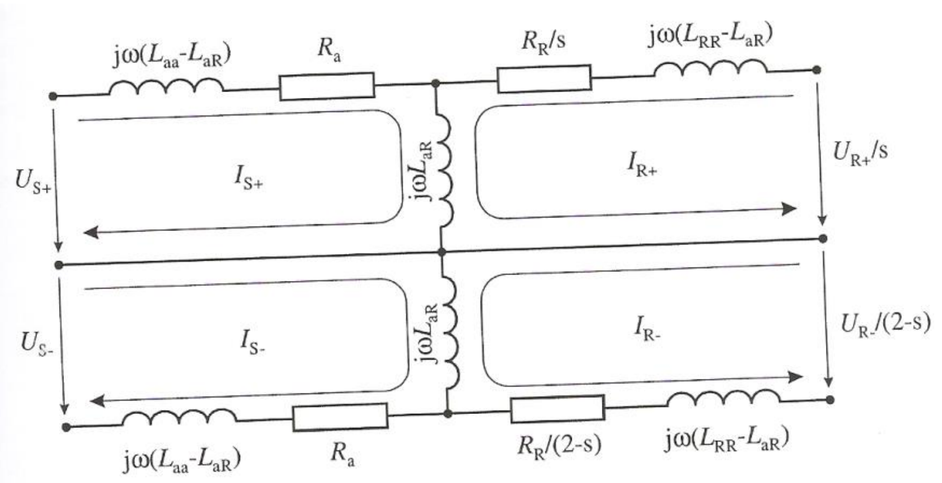
- Pri matričnem produktu upoštevamo, da je $L_{aR}=L_{bR}$ (enakomerna zračna reža med rotorjem in statorjem)
- Upoštevati moramo še slip $s=\frac{\Omega-\Omega_R}{\Omega}$
- Rotorske frekvence so odvisne od slipa
- $\Omega_R=p\Theta, \omega=\Omega$, za obravnavan dvopolni stroj
- Rotorska frekvenca izražena z slipom:
  - → pozitivna frekvenca zaporedja: $\omega-(p\Theta)=s\omega$
  - → negativna frekvenca zaporedja: $\omega+(p\Theta)=(2-s)\omega$

## MODEL ASINHROSNEGA STROJA Z SIMETRIČNIMI KOPONENTAMI

Napetostno ravnotežno enačbo se sedaj izpopolni. Poleg tega pa se zamenja še vrstni red vrstic, tako da se združi v zgornjih dveh vrsticah pozitivni simetrični sistem in v spodnjih dveh vrsticah negativni simetrični sistem.

$$\begin{bmatrix}U_{S+}\\ \frac{U_{R+}}{s}\\ U_{S-}\\ \frac{U_{R-}}{2-s}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}\left((R_a+R_b)+j\omega(L_{aa}+L_{bb})\right) & j\omega L_{aR} & \frac{1}{2}\left((R_a-R_b)+j\omega(L_{aa}-L_{bb})\right) & 0\\ j\omega L_{aR} & \frac{R_R}{s}+j\omega L_{RR} & 0 & 0\\ \frac{1}{2}\left((R_a-R_b)+j\omega(L_{aa}-L_{bb})\right) & 0 & \frac{1}{2}\left((R_a+R_b)+j\omega(L_{aa}+L_{bb})\right) & j\omega L_{RR}\\ 0 & 0 & j\omega L_{RR} & \frac{R_R}{2-s}+j\omega L_{RR}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_{S+}\\ I_{R+}\\ I_{S-}\\ I_{R-}\end{bmatrix}$$

## NADOMESTNO VEZJE



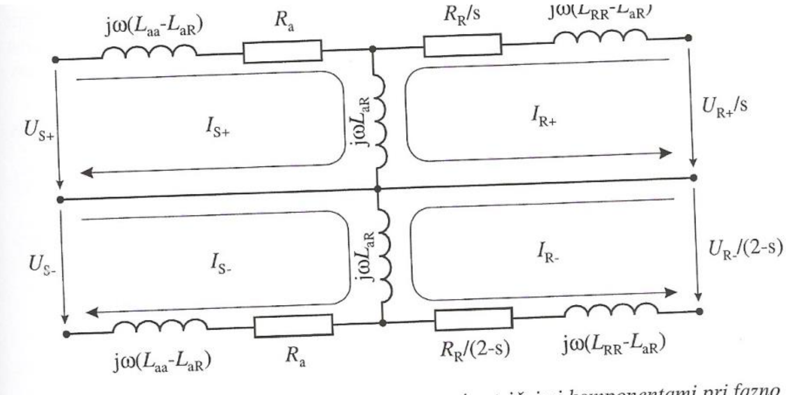

*Ekvivalentno vezje za obravnavo s simetričnimi komponentami pri fazno nesimetričnem napajanju statorja in rotorja in pri simetričnih statorskih navitjih.*

Napajamo lahko na statorju kot na rotorju

nesimetrija

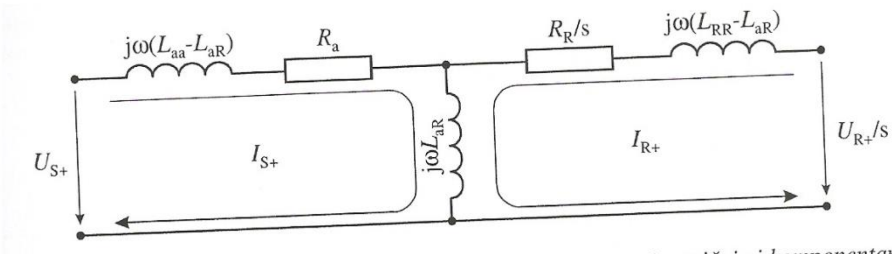
Pogoji ali omejitve modela:
- Rotorsko navitje je simetrično grajeno
- Statorska navitja: lahko grajeno fazno nesimetrično (tuljave imajo različno število ovojev, napetosti niso čisto razmaknjene za $120^0$, vse upornosti merjene med priključki niso enake, različne induktivnosti
- Lahko napajamo napetostno fazno nesimetrično na rotorju in statorju
- Povezovalna veja (nesimetrija) obstaja vedno pri enofaznih strojih (lahko tudi z ali brez posameznega faznega navitja, v to vejo lahko vključim dodatni R (zamaknem vrtilno polje) ali C (zagon) ali L element.
- $\frac{R_R}{s} = R_R + R_R\frac{1-s}{s}$ (pomnožimo z $I_{R+}^2$ in moč na upornosti) stacionarno
- $\frac{R_R}{2-s} = R_R + R_R\frac{1-s}{2-s}$ (negativna moč, motorsko zaviralna moč) stanje

PRILAGOJENO EKVIVALENTNO VEZJE
- Simetrično grajen AS (rotor in stator) → naviti a in b sta enaki → $R_a = R_b = R_S$ →$L_{aa} = L_{bb} = L_{SS}$ → novo vezje




*Ekvivalentno vezje za obravnavo s simetričnimi komponentami pri fazno nesimetričnem napajanju statorja in rotorja in pri simetričnih statorskih navitjih.*

- Če je stoj še simetrično napajan: (ni negativnega sistema, odpade spodnja veja)

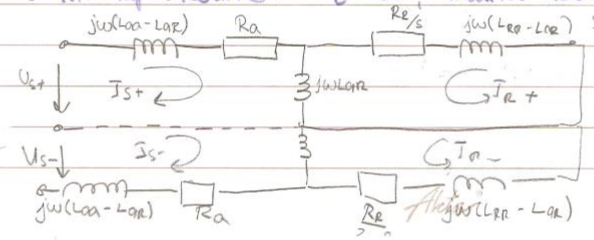



*Slika 9.5: Ekvivalentno vezje za obravnavo s simetričnimi komponentami pri fazno simetričnem napajanju statorja in rotorja in pri simetričnih statorskih navitjih.*

asihronske mašine

## NADOMESTNO VEZJE ENOFAZNEGA AM

- na statorju samo enofazno navitje → imamo ~~[illegible]~~ vezje za stacionarno stanje, ko potem izklopimo kondenzator
- S tem upoštevamo: $R_b = \infty$, induktivnost $L_{bb} = \infty$



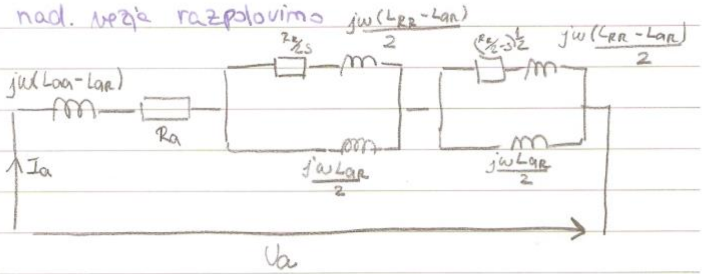

sklop modela

pozabimo, če upoštevamo simetrijo in

$$U_{s+} = \frac{1}{\sqrt{2}}(U_a + jU_b) = \frac{U_a}{\sqrt{2}}$$
$$U_{s-} = \frac{1}{\sqrt{2}}(U_a - jU_b) = \frac{U_a}{\sqrt{2}}$$
$$I_{s+} = \frac{1}{\sqrt{2}}(I_a + jI_b) = \frac{I_a}{\sqrt{2}}$$
$$I_{s-} = \frac{1}{\sqrt{2}}(I_a - jI_b) = \frac{I_a}{\sqrt{2}}$$

Nastane novo nad. vezje. → obravnavamo impedanco

nad. vezje razpolovimo




Prehodno stanje v semestru

## MOČI IN NAVORI V USTALJENEM STANJU

- Moč vrtilnega polja za pozitivni in negativni sistem simetričnih komponent:
  $P_{vp+} = I_{R+}^2 \frac{R_R}{s}$, $P_{vp-} = I_{R-}^2 \frac{R_R}{2-s}$
- Celotna moč:
  $P_{vp} = P_{vp+} + P_{vp-} = R_R(\frac{I_{R+}^2}{s} + \frac{I_{R-}^2}{2-s})$
- Celotna moč izgub v rotorskem navitju je vsota pri pozitivnemu sistemu in negativnemu:
  $P_{izg} = P_{izg+} + P_{izg-} = R_R(I_{R+}^2 + I_{R-}^2)$
- V rotorju asinhronca ni druge moči, kot izgub in mehanska moč
- Ti dve moči sestavljata moč vrtilnega stroja, ki prehaja preko zračne reže med statorjem in rotorjem s posredovanjem vrtilnega magnetnega polja
- Mehanska moč stroja bo tako razlika med močjo vrtilnega polja in močjo izgub v rotorju:

$$P_{meh} = P_{vp} - P_{izg} = R_R I_{R+}^2 \frac{1-s}{s} - R_R I_{R-}^2 \frac{1-s}{2-s}$$

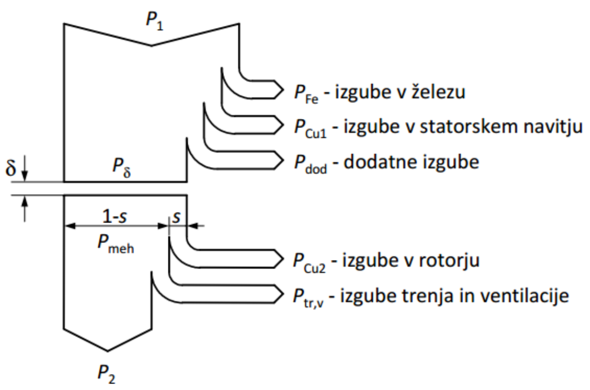
- Mehanska moč je sestavljena iz dveh delov: motorskega, ki poganja rotor in zavornega, ki zavira rotor
- Motorski del je mehanska moč pozitivnega sistema, ki jo povzroča rotorski tok pozitivnega sistema, ko jo povzroča rotorski tok sistema
  $P_{motor} = R_R I_{R+}^2 \frac{1-s}{s}$.
- Zavorni del je moč negativnega sistema $P_{zavora} = R_R I_{R-}^2 \frac{1-s}{2-s}$.
- Navor na rotorju je podan z mehansko močjo:
  $M = \frac{P_{meh}}{\Omega_R} = \frac{P_{meh}}{\Omega(1-s)} = \frac{P_{vp}}{\Omega}$
  Navor je torej:
  $M = \frac{R_R}{\Omega}\left(\frac{I_{R+}^2}{s} - \frac{I_{R-}^2}{2-s}\right)$
- Potrebujemo še enačbo za mehansko ravnotežno enačbo:

$$M = J\frac{d\omega}{dt} + F\omega_R + M_b$$

Ustaljeno stanje:

$$M = F\omega_R + M_b$$

## Indirektna metoda določanja oddane moči in izkoristka




**Slika 3:** Delitev moči pri asinhronskem motorju.

Izkoristek motorja izračunamo po indirektni metodi, saj nimamo podatka o navoru na gredi:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_1 - P_2}{P_1} = 1 - \frac{P_{izg}}{P_1}$$

Pri danem obratovalnem stanju moramo torej določiti velikost vseh izgub v stroju. Te so: izgube v bakru (stator, rotor), izgube v železu ter izgube trenja in ventilacije:

$$P_{izg} = P_{Cu-s} + P_{Fe} + P_{dod} + P_{Cu-r} + P_{tr-v}$$

Ker je upornost izmerjena med priključnimi sponkami, uporabimo temu ustrezno enačbo za izračun izgub v bakru v statorskem navitju:

$$P_{Cu-s} = 1{,}5 {I_1}^2 R_{sp}$$

Preizkus prostega teka. $I_0$ $(tok\ prosega\ teka)$Velja:

$$P_0 = P_{Cu0} + P_{Fe} + P_{dod} + P_{tr-v}$$
$$P_{dod} = 0{,}005 P_{1n} \left(\frac{I_0}{I_{1n}}\right)^2$$

Moč, ki prehaja na rotor znaša: (P1 je pritekajoča moč v stroj)

$$P_\delta = P_1 - P_{Cu-s} - P_{Fe} - P_{dod}$$

Del te moči se pretvori v mehansko moč, del pa so izgube v navitju rotorja:

$$P_{Cu-r} = sP_\delta$$

s…slip