

Meritve

Uvod v Meritve



*"Štejte, kar se da šteti,
merite, kar se da meriti, in
česar se ne da meriti,
naredite merljivo"*



Galileo Galilei (1564 - 1642)

Merjenje



proces empiričnega prirejanja simbolov lastnostim nekega objekta ali dogodka realnega sveta na tak način in s takim namenom, da se le-tega opiše oziroma ovrednoti.

prof. Ludwik Finkelstein

Številke vodijo k znanju

"Trdim, da kadar lahko merite to, o čemer govorite, in nato izrazite v številkah, potem o tem nekaj veste, toda, če tega ne morete meriti in ne izraziti v številkah, potem je vaše znanje in vedenje o tem, o čemer govorite, nezadovoljivo, čeprav je to lahko začetek razumevanja nekega problema, nikakor pa ne znanstvena metoda ali znanstveno spoznanje samo".



Lord Kelvin

"Merilni instrument je sistem, ki razširi, opredeli, izloči in nadomesti človeške sposobnosti za zaznavanje, opazovanje, komuniciranje, računanje in kontroliranje-vodenje".



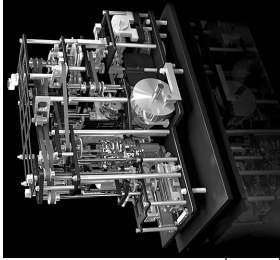
znanstvena enciklopedija McGraw-Hill

Človek vs. kompleksni merilni sistem



- Človeka kot merilni sistem opredeljujejo naslednji parametri:
- izjemno veliko število elementov za zaznavanje-senzorjev
 - veliko število prenosnih oziroma komunikacijskih poti
 - sposobnost paralelnega procesiranja
 - spremenljiva struktura
 - sposobnost prilagajanja in učenja
 - visoka stopnja občutljivosti na vhodne dražljaje (razločljivost v merilnem smislu)
 - relativno velika subjektivnost zaznavanja (spremenljiva absolutna točnost v merilnem smislu)
 - občutljivost na okoljske vplive (v merilnem smislu občutljivost na motnje)

- Merilne instrumente in merilne sisteme opredeljujejo predvsem naslednji parametri:
- relativno omejeno število senzorjev
 - končno število komunikacijskih kanalov
 - v principu serijsko procesiranje
 - definirana struktura
 - dobra razločljivost
 - objektivnost zaznavanja-konstantna absolutna točnost
 - obvladljiva imunita proti motnjam.



"V fiziki obstaja le to, kar je merljivo"

Max Planck



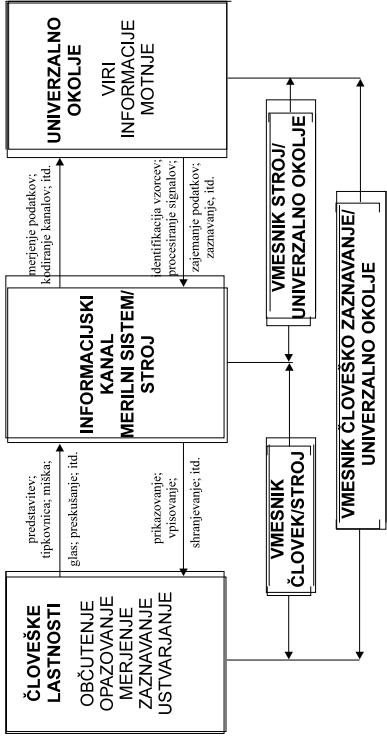
"Ni teorije brez merjenja in merjenja brez teorije"

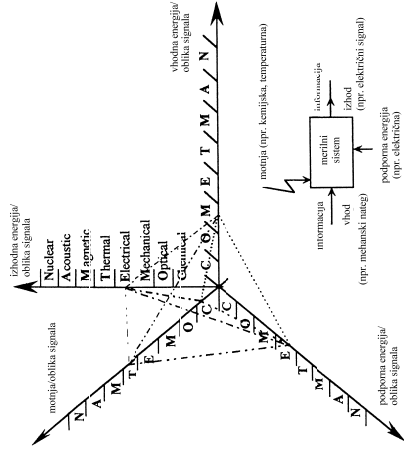
prof. Peter Stein

"Merilne metode in ustrezna instrumentacija, s katero so merjenja izvedena, so osnova naravoslovnih in nekaterih drugih znanosti, toda ključna za tehnologijo modernih proizvodnih sistemov, za zagotavljanje kakovosti, trgovino, transport, zaščito okolja, medicinsko diagnostiko, itd."

prof. Ludwik Finkelstein

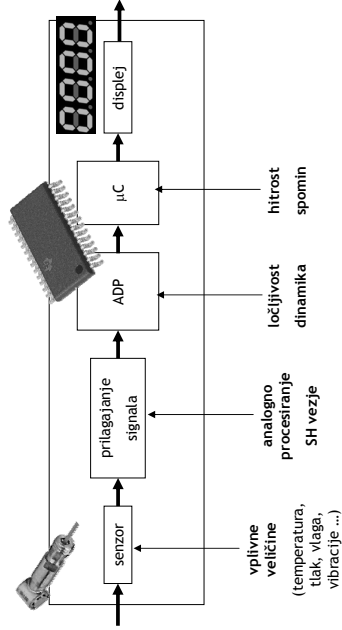
Vzajemno delovanje med človekom in merilnim sistemom



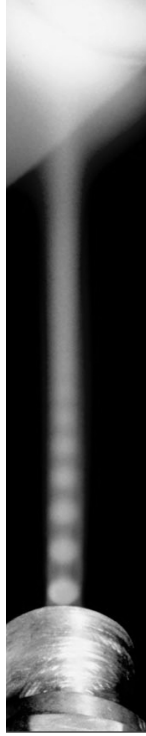
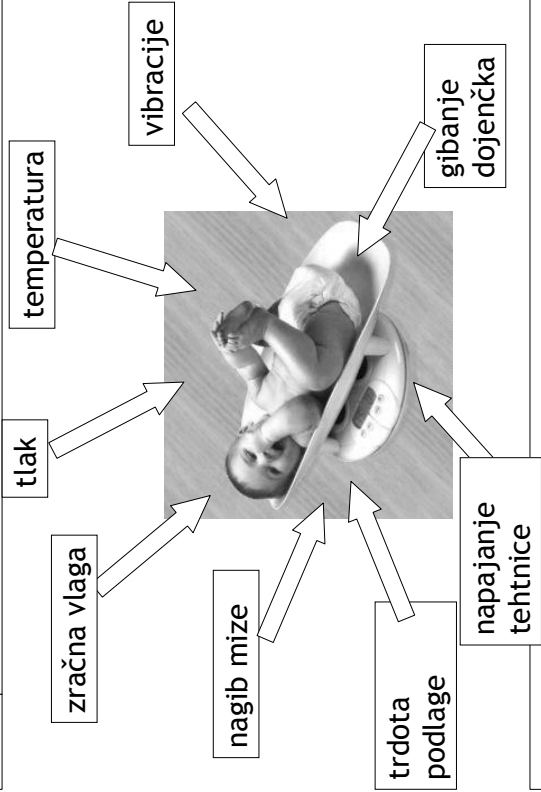


Energijski tetraeder

Blokovni diagram modernega merilnega instrumenta



Vplivne veličine pri meritvi



Znanost o merjenju

Generični, organizirani principi
merilnih procesov in merilnih
instrumentov



Osnovni koncepti in principi meroslovja

- merjenja - informacijski proces
- instrumenti - informacijski stroji
- instrumenti - sistemi
- signali - nosilci informacije
- modeli
- dinamika
- osrednost dizajna



Odzivi znanosti merjenja

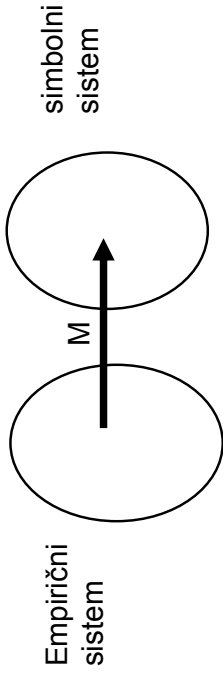
- Integracija z drugimi znanostmi (znanost o sistemih, informacijske in računalniške znanosti)
- senzorji in pretvorniki
- strategije obdelave informacij
- napake in negotovosti
- simbolizacija



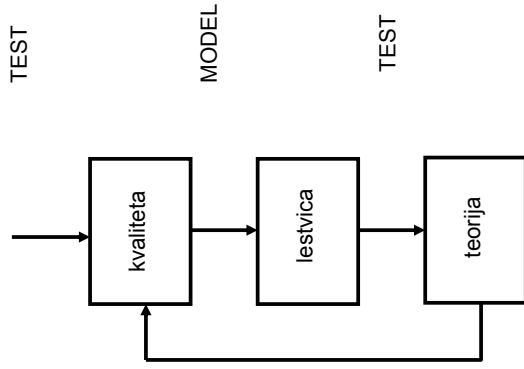
Izzivi moderne znanosti merjenja

- tehnološke spremembe (virtualni instrumenti, računalniško podprta analiza in oblikovanje, senzorji, računalniško podprto shranjevanje podatkov)
- sociološke in politične spremembe (globalizacija, komercializacija, zahteve po kakovosti)

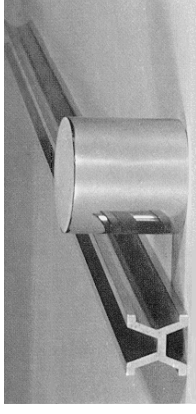
Grafična ponazoritev meritve



Vzpostavitev lestvice



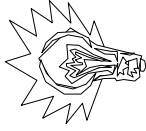
Meritve Metrologija



Metrologija (meroslovje)

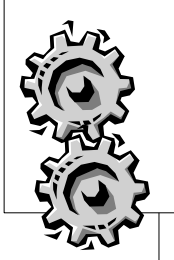
Metrologija je veda o merjenju.

Merjenje je proces empiričnega, objektivnega prirejanja števil lastnostim nekega objekta ali dogodka realnega sveta na tak način in s takim namenom, da lahko le-tega opišemo oziroma ovrednotimo.



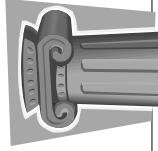
Metrologija

- kot znanost
- kot osnova tehniške kakovosti (umerjanje, preskušanje, ugotavljanje skladnosti)
- kot socio-družbena kategorija (poštenost trgovanja, prost pretok blaga, zaščita človeka in okolja)



Metrologija

- temeljna, samostojna, znanstvena disciplina (raziskovalno polje)
- interdisciplinarna veda (raziskovalno polje, strokovni meroslovni svet)
- infrastrukturna dejavnost; npr. energetika, telekomunikacije, itd (strokovni meroslovni svet)
- pedagoška disciplina (študijski programi)



Dejstva

- Nacionalna metrološka infrastruktura je strateškega pomena za razvoj vseh sektorjev in dejavnosti v državi, še posebno v primerih mednarodnega sodelovanja ter izmenjavi dobrin in storitev.
- Nacionalne metrološke institucije (NMI) postajajo vedaje bolj povezane z nacionalnimi vladnimi strukturami.
- NMI postajajo v globalnem prostoru vedaje bolj medsebojno odvisne ter se dopolnjujejo.



EU klasifikacija

Metrologija kot izrazito “demand driven science”

- Metrologija (v EU *Test&Measurement*) v industrijskih procesih.

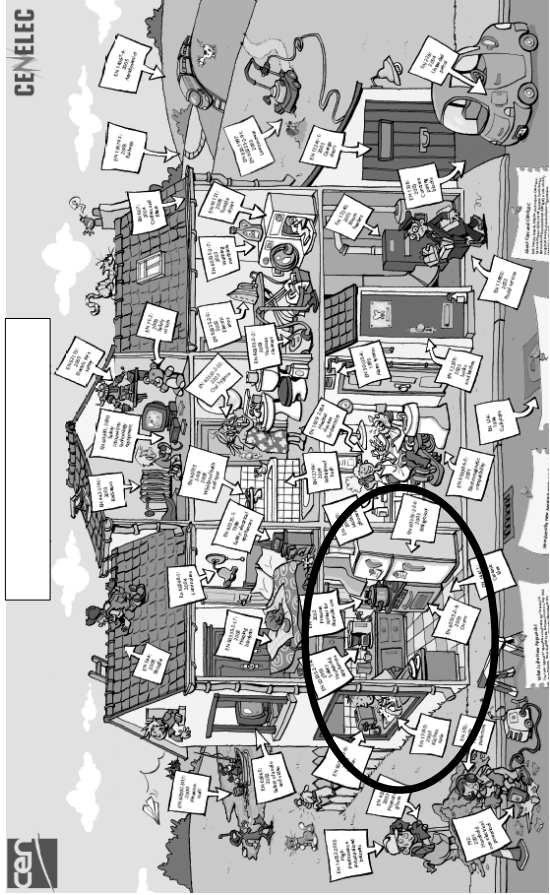
nekoč:

za merjenje, kontorolo in preskušanje

danes:

izboljšave, razvoj znanosti, inovacije
- Metrologija (v EU *Metrology*) v znanosti za potrjevanje znanstvenih hipotez ali načrtovanje novih dognanj.
- Metrologija kot temelj tehniške harmonizacije, ki je predpogoj za prost pretok blaga in storitev, zaščito človeka in okolja (nacionalna etalonska baza, preskušanje - *testing*, ugotavljanje skladnosti – *conformity assessment*, tehniška zakonodaja).

Tehniška kakovost je del vsakdanjega življenja



Laboratorij za metrologijo in kakovost	Varnost gospodinjskih aparatov

Laboratorij za metrologijo in kakovost	Tehniška kakovost je del vsakdanjega življenja

Laboratorij za metrologijo in kakovost	Varnost igrč

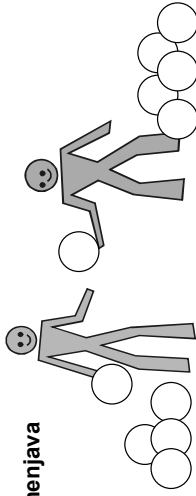
Laboratorij za metrologijo in kakovost	Tehniška kakovost je del vsakdanjega življenja

Laboratorij za metrologijo in kakovost	Varnost igrč

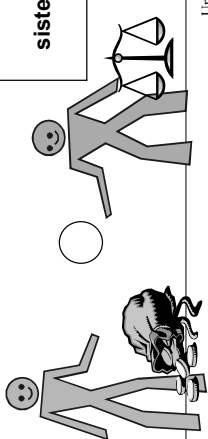
Laboratorij za metrologijo in kakovost	Tehniška kakovost je del vsakdanjega življenja

Zgodovinski razvoj sistemov uteži in mer

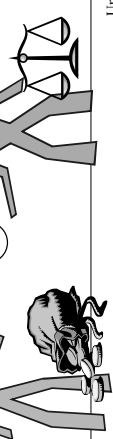
Blagovna menjava



Trgovina



sistem uteži in mer



Laboratorij
za metrologijo
in kakovost



Univerza v Ljubljani

Fakulteta za elektrotehniko

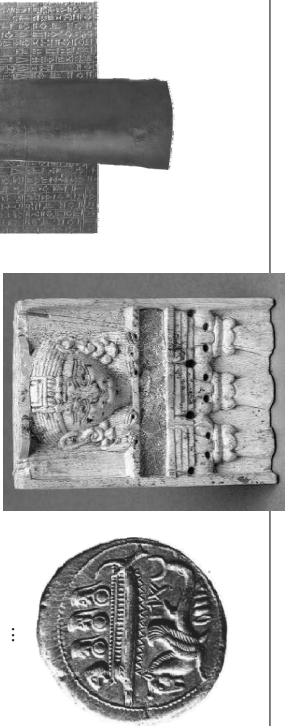
LJK, FE, UNI-LJ © 2010 Vsa ko reavtorizirano razmoževanje je prepovedano. Vebinske napake so mogoče.

Laboratorij
za metrologijo
in kakovost



Razvoj meroslovja po svetu

Mezopotamija (Sumeri, Babilonci)
Egipčani
Rimljani
Perzijci
Feničani
Kitajci
...



Laboratorij
za metrologijo
in kakovost



Univerza v Ljubljani

Fakulteta za elektrotehniko

LJK, FE, UNI-LJ © 2010 Vsa ko reavtorizirano razmoževanje je prepovedano. Vebinske napake so mogoče.

Zgodnje oblike sodobnega meroslovja – japonska bambusova palica

Laboratorij
za metrologijo
in kakovost



Univerza v Ljubljani

Fakulteta za elektrotehniko

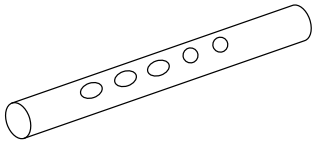
LJK, FE, UNI-LJ © 2010 Vsa ko reavtorizirano razmoževanje je prepovedano. Vebinske napake so mogoče.

Japonska je pokrila vse tedanje potrebe s področja merenj in verjetno kot prva v zgodovini človeštva uvedla še danes aktualen sistem umerjanja oziroma kalibracije.

In to ne na osnovi direktne primerjave merila z nekim artefaktom enake fizikalne narave, temveč je bila na primer enota dolžine izvedena z bambusovo palico.

Dolžina palice je bila proporcionalna akustičnemu tonu, ki se ga je dalo s piskom izvabiti iz tega "praetalona". Širom po deželi so se nato primerjali akustični signali.

Izvedena je bila torej pretvorba fizikalne veličine dolžine v frekvenco, kar je tudi danes cilj modernega meroslovja.

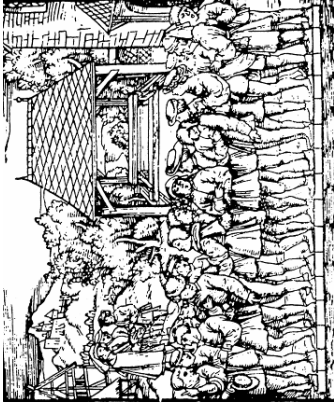


Laboratorij
za metrologijo
in kakovost



Postopek določitve nemške merske palice za dolžino v 16. stoletju.

Dolžino so določili s pomočjo 16 v vrsto postavljenih čevljev, ki so pripadali različno velikim in naključno izbranim možem. Tako je bila v Oppenheimu leta 1575 določena prva statistična metoda za merjenje dolžine.



Laboratorij
za metrologijo
in kakovost



Univerza v Ljubljani

Fakulteta za elektrotehniko

LJK, FE, UNI-LJ © 2010 Vsa ko reavtorizirano razmoževanje je prepovedano. Vebinske napake so mogoče.

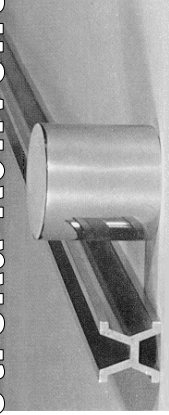
Meroslovje na slovenskih tleh

- prvi meroslovni zakonik in meroizkustvo, 1777, Marija Terezija
- novost povsod naleti na hud odpor
- obnovev čimentacijskih odločb za nofranje Avstrijo (Štajerska, Koroska, Kranjska), 1784, Franc Jožef II.
- Jožefinski kataster, v katerem je bila dvojezično zapisana (v nemščini in slovenščini) odločba o dunajski klaftri kot predpisani enotni meri za zemljiemerstvo.

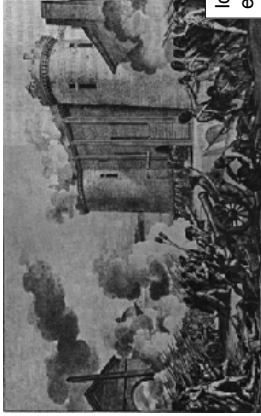
etalon prostornine v času
Marije Terezije.



metrska konvencija



V svojem patentu o cimentiranju iz leta 1777 je cesarica natančno odredila, kakšna merila se lahko uporabljajo ter kako in kje se overjajo. Tako je bil na ozemlju Slovenije že 100 let pred podpisom Meirske konvencije urejen meroslovni sistem. Poleg mer in merskih enot je bilo poskrbljeno tudi za primerno kontrolo in označevanje plemenitih kovin.



Idejo enotnega metričnega sistema enot je francoski ustavodajni skupščini marca 1790 razložil škof in državnik **Talleyrand**. Imenoval ga je decimalni metrični sistem.

Á tous les temps, á tous les peuples!
Za vse čase in za vse narode!

7. aprila 1795 je francoski zakon predpisal decimalni metrični sistem in nazive enot tega sistema: *meter* za dolžino, *ar* za površino, *liter* za prostornino in *gram* za maso.

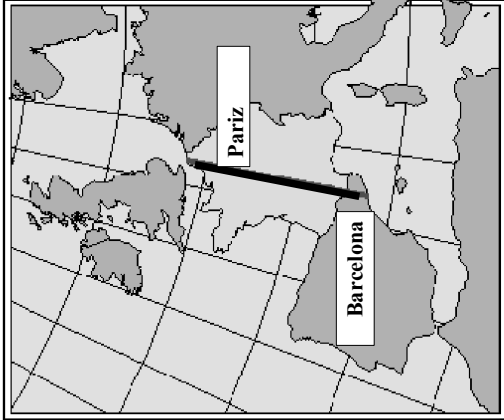
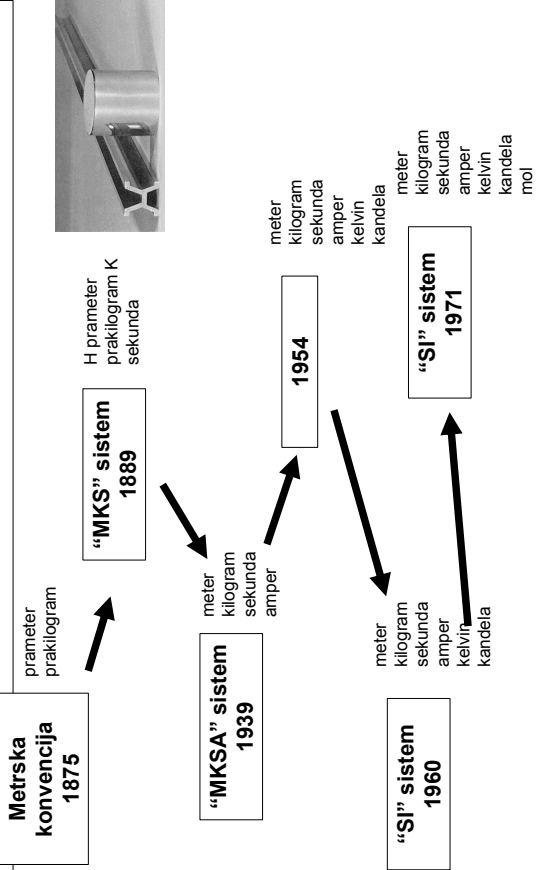
20. maja 1875 so se pooblašeni predstavniki 18 držav sestali v Parizu na diplomatski konferenci o metru in podpisali Metrsko konvencijo.

Države podpisnice so bile Francija, Avstrija, Nemčija, Belgija, Brazilija, Argentina, Danska, Španija, Združene države Amerike, Italija, Peru, Portugalska, Rusija, Švedska, Norveška, Švica, Otomansko cesarstvo in Venezuela.

- Metrska konvencija je
- definirala enoto dolžine meter in enoto mase kilogram v obliki pramer
 - ustanovila je Mednarodni urad za mere in uteži (**BIPM**) in Mednarodni komite za mere in uteži (**CIPM**)

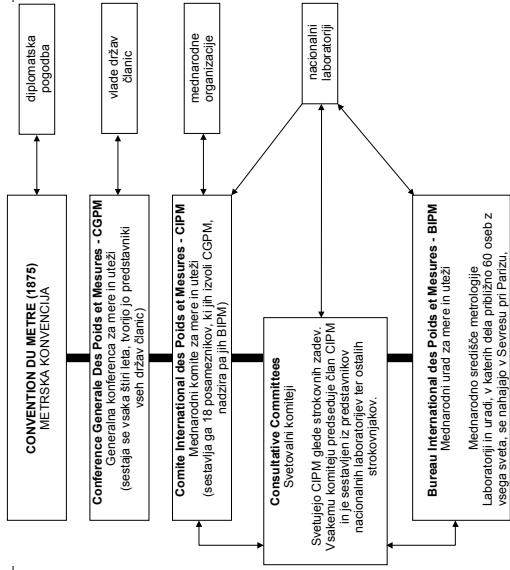
Glede dolžinske pramere so bili dani trije predlogi, in sicer:

- del dolžine zemeljskega poldnevnika,
- del dolžine ekvatorja,
- dolžina sekundnega nihala.



Merjenje dolžine pariškega poldnevnika od Dunquerqa do Barcelone (1791).

- 7 let
- 23 znanstvenikov (Francozi, Nizozemci, Švicarji, Španci)
- iz razdalje so s pomočjo astronomije izračunali dolžino četrtine pariškega poldnevnika = 5 130 740 klaftr
- definirali so en meter - je enak 10-milijontemu delu četrtine pariškega poldnevnika



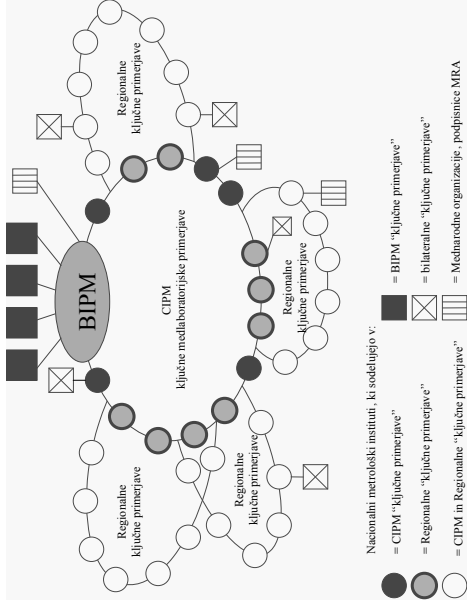
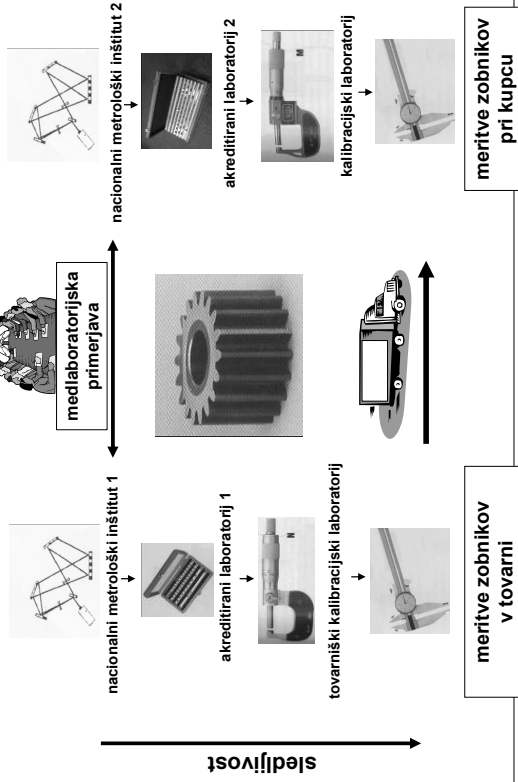
Organizacijska struktura Meirske konvencije



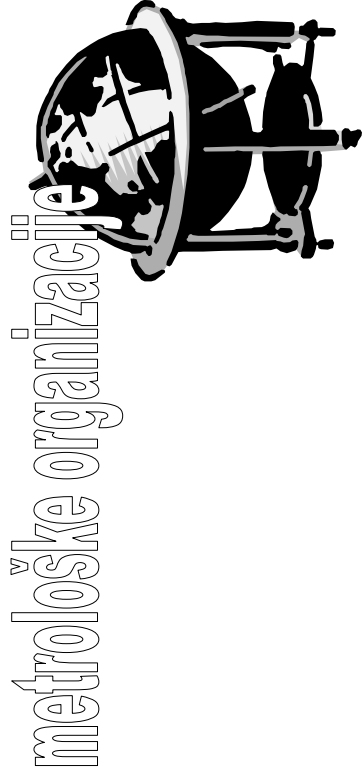
Mednarodni meroslovni sistem koordinira in vodi Mednarodni sklad za mere in uteži – BIPM (Bureau International des Poids et Mesures)

Naloge BIPM :

- zagotavljanje enovitost meritev in sledljivosti do mednarodnega SI sistema na svetovni ravni
- raziskovanje na področju merjenja
- organizacija ključnih medlaboratorijskih primerjav
- kalibracija nekaterih etalonov za države podpisnice Mevsrke konvencije.



Sheme ključnih medlaboratorijskih primerjav v organizaciji BIPM in regionalnih metroloških združenj.



Vloga države v metrologiji

- Definicija kompatibilnih enot pri meritvah.
- Vzdrževanje nacionalnih merilnih etalonov in zagotavljanje njihove enotnosti s podobnimi merilnimi etaloni v drugih državah.
- Organizacija metroloških povezav (sledljivosti) med nacionalnimi merilnimi etaloni in merilnimi procesi.
- Ustanovitev zakonskega meroslovja.
- Ustanovitev sistema akreditacije metroloških laboratorijev.
- Prispevati k razvoju metroloških raziskav, šolanja in informiranja.

Te odgovornosti in naloge običajno prevzamejo **nacionalne metrološke službe** (NMI – National Metrology Institute).



ORGANISATION INTERNATIONALE
DE METROLOGIE LEGALE

INTERNATIONAL ORGANIZATION
OF LEGAL METROLOGY

Glavni cilji OIML

- Osnovati in podpirati informacijske centre za zakonsko meroslovje.
- Določiti in preučevati osnovna načela zakonskega meroslovja v okviru mednarodnih interesov.
- Osnovati priporočila za določanje kriterijev delovanja merilnih instrumentov in pomen za njihov pregled in kontrolo.
- Med članicami OIML pospeševati vzajemno priznavanje instrumentov in merilnih rezultatov, ki se podreajo OIML zahtevam.
- Pospeševati sodelovanje med nacionalnimi službami za zakonsko meroslovje in jim pomagati pri njihovem razvoju.

OIML



ORGANISATION INTERNATIONALE
DE MÉTROLOGIE LÉGALE

INTERNATIONAL ORGANIZATION
OF LEGAL METROLOGY

Države podpisnice Meterske konvencije so se odločile, da Mednarodni urad za mere in uteži – BIPM (Bureau International des Poids et Mesures) ne bo deloval tudi na področju zakonskih vidikov meroslovja.

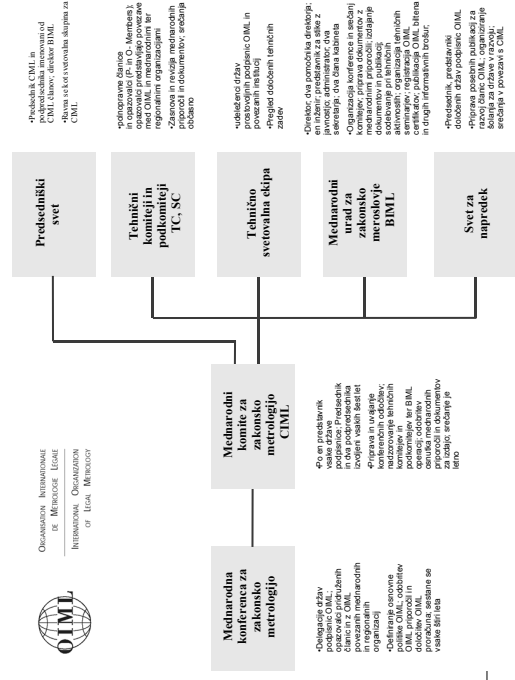
Leta 1955 so ustanovile International Organization of Legal Metrology (OIML).

Organizacijska struktura OIML



ORGANISATION INTERNATIONALE
DE METROLOGIE LEGALE

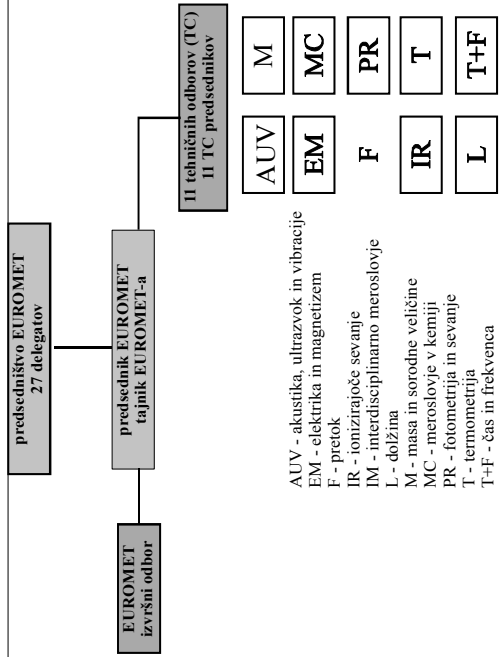
INTERNATIONAL ORGANIZATION
OF LEGAL METROLOGY



WELMEC

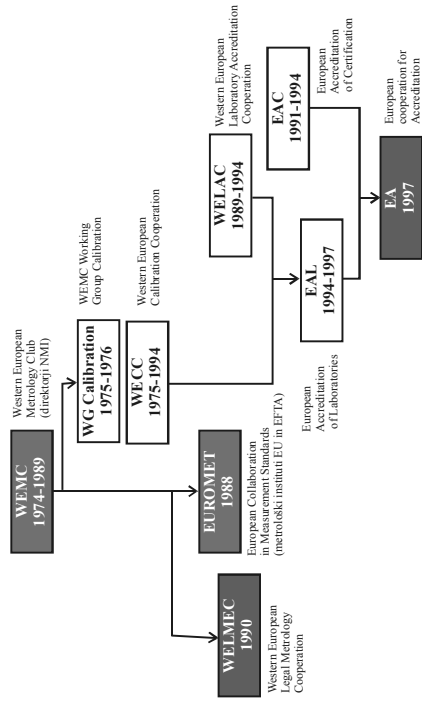
Evropsko zakonsko meroslovje urejuje organizacija WELMEC (Western European Legal Metrology Cooperation), ki jo je leta 1990 ustanovilo 18 predstavnikov držav Evropske unije in članic EFTA.

Danes so države članice tudi srednjeevropske in vzhodnoevropske države. Danes kratica WELMEC predstavlja organizacijo **Evropskega sodelovanja v zakonskem meroslovju**.



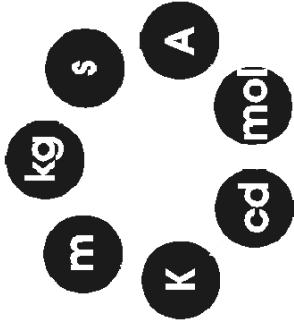
EURAMET

EURAMET je organizacija, ki povezuje nacionalne metrološke institute (NMI) Evropske unije, Evropske komisije, Efte in pristopne članic EU.



mednarodni sistem enot

SI sistem



Primer enačb za kinetično energijo telesa s podatki $m=1$ kg in $v=10$ m/s.

veličinska

SI mednarodni sistem enot

je koherenten in racionaliziran sistem enot.

enotska enačba

$$[E] = [m] [v]^2 = [m] [l / t]^2 = \text{kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^2$$

Če so enote v enotski enačbi izbrane tako, da noben številski faktor ni različen od ena, pravimo, da so enote **koherentne** glede na veličinsko enačbo. Sistem je tudi **racionaliziran**, kadar faktorja 2π in 4π nastopata le pri izrazih, kjer nastopata rotacijska oziroma sferična simetrija.

Meritve

Mednarodni sistem SI enot



oktober 2007

Primer enačb za kinetično energijo telesa s podatki $m=1$ kg in $v=10$ m/s.

veličinska enačba

$$E = \frac{1}{2} m v^2$$

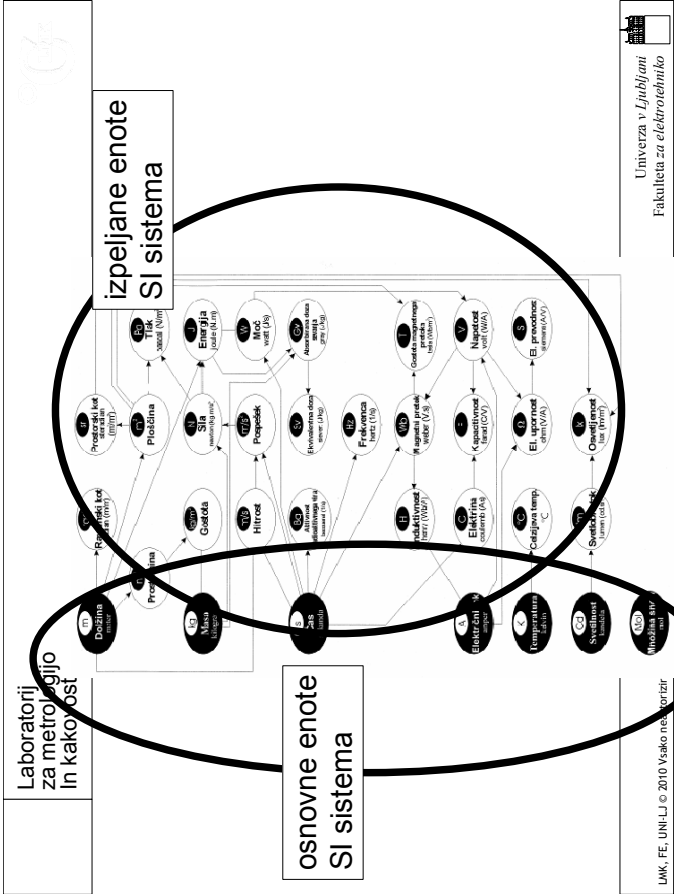
številiska enačba

$$\{E\} = \frac{1}{2} \{m\} \{v\}^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (10)^2 = 50$$

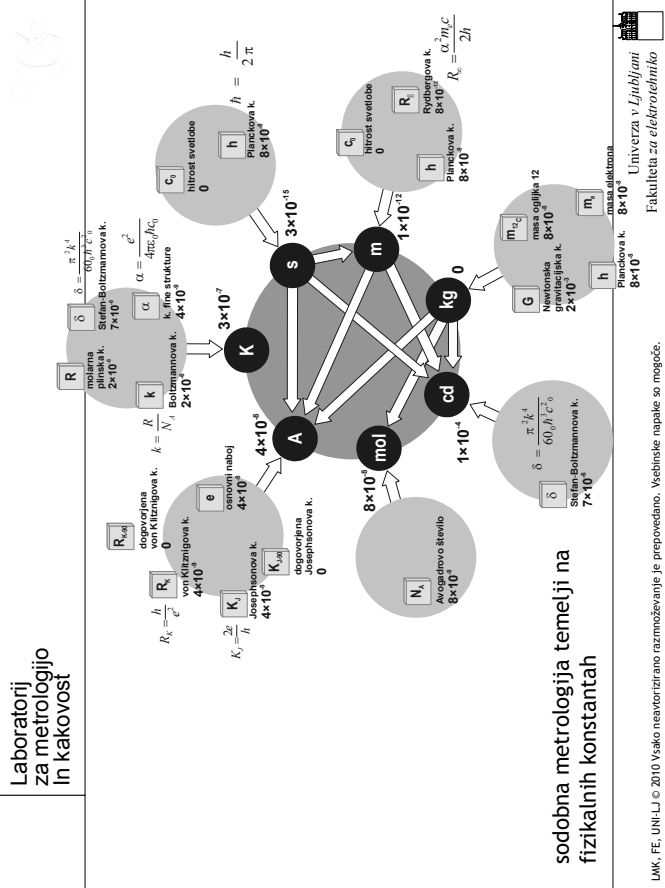
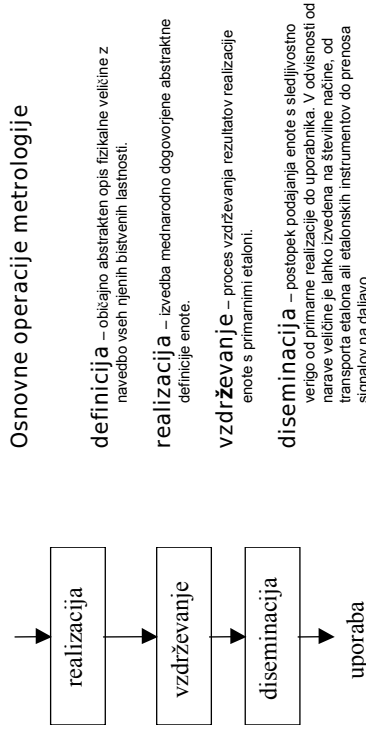
enotska enačba

$$[E] = [m] [v]^2 = [m] [l / t]^2 = \text{kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^2$$

Če so enote v enotski enačbi izbrane tako, da noben številski faktor ni različen od ena, pravimo, da so enote **koherentne** glede na veličinsko enačbo. Sistem je tudi **racionaliziran**, kadar faktorja 2π in 4π nastopata le pri izrazih, kjer nastopata rotacijska oziroma sferična simetrija.



SI definicija

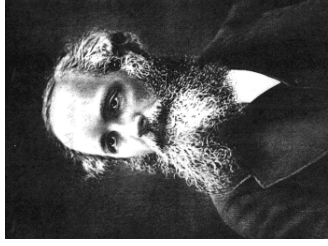


sodobna metrologija temelji na fizikalnih konstantah

"Navsezadnje, čeprav dimenzija in čas rotacije naše Zemlje v povezavi z našo trenutno zmožnostjo merenj in primerjav izgledata konstantni, nista fizikalno dejstvo. Zemlja se lahko skrči zaradi ohlajevanja, lahko se poveča zaradi plasti meteoritov, ki padajo nanjo, in trajanje njene revolucije se lahko sčasoma skrajša, pa bo še vedno prav tako planet kot pred tem.

Toda če pogledamo molekulo, recimo vodik, lahko ugotovimo, da če bi le za odtenek spremenili njeno maso in frekvenco oscilacije, to ne bi bila več molekula vodika.

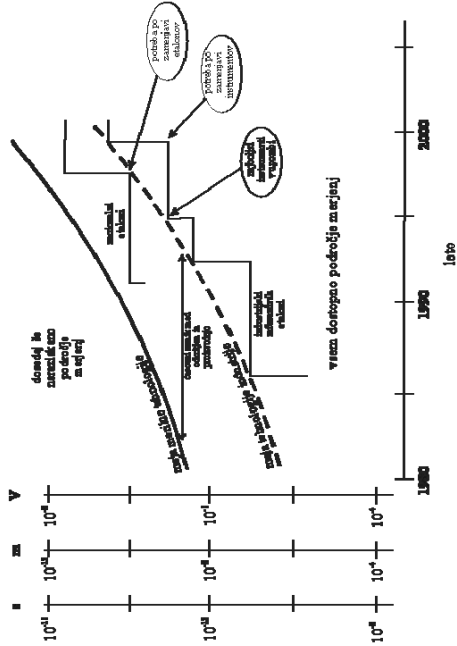
Če torej želimo dobiti etalone za dolžino, čas in maso, ki bodo stalni, jih moramo namesto v dimenziji, masi in gibanju našega planeta iskati v dimenzijah, absolutni masi in frekvenci oscilacij večnih in nespremenljivih in vedno popolnoma enakih molekulah."



James Clerk Maxwell, 1870

konstanta	ime konstante	vrednost (1998)	negotovost w(1998)	negotovost w(1965)	w(1965) w(1998)
R_∞	Rydbergova	10973731,568549 /m	$7,6 \times 10^{-12}$	$9,1 \times 10^{-8}$	12000
α	fine strukture	$7,297352533 \times 10^{-3}$	$3,7 \times 10^{-9}$	$4,4 \times 10^{-6}$	1200
h	Planckova	$6,62606876 \times 10^{-34}$ Js	$7,8 \times 10^{-8}$	$2,4 \times 10^{-5}$	310
e	osnovni naboj	$1,602176462 \times 10^{-19}$ As	$3,9 \times 10^{-8}$	$1,2 \times 10^{-5}$	320
m_e	masa elektrona	$9,10938188 \times 10^{-31}$ kg	$7,9 \times 10^{-8}$	$1,4 \times 10^{-5}$	180
N_A	Avogadrovo število	$6,02214199 \times 10^{23}$ /mol	$7,9 \times 10^{-8}$	$1,5 \times 10^{-5}$	190
k	Boltzmannova	$8,314472$ J/mol.K	$1,7 \times 10^{-6}$	$4,2 \times 10^{-5}$	25
G	Newton gravitacijska	$1,3806503 \times 10^{-23}$ J/K	$1,7 \times 10^{-6}$	$4,3 \times 10^{-5}$	26
		$6,673 \times 10^{-11}$ m ³ /kg.s	$1,5 \times 10^{-5}$	$7,5 \times 10^{-4}$	0,5

Spreminjanje relativne negotovosti posameznih osnovnih fizikalnih konstant v odvisnosti od časa

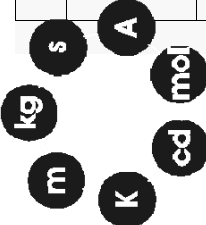


Izboljševanje merilne negotovosti etalonov s časom in prenos v industrijo.

Tipična realizacija osnovnih enot danes

$\text{meter} = f(f, c_0)$ c_0 = hitrost svetlobe
kilogram
$\text{sekunda} = f(f, h)$ h = Planckova konstanta
$\text{amper} = f(f, K_J, R_H)$ K_J = Josephsonova konstanta R_H = von Klitzingova konstanta
$\text{kelvin} = f(p, V, n, R)$ R = molarna plinska konstanta
$\text{mol} = f(m, N_A)$ N_A = Avogadrovo število
$\text{kandela} = f(f, m, l)$

SI definicije danes



dolžina (meter)	<i>Meter (m) je dolžina poti, ki jo prepotuje svetloba v vakuumu v času 1/299 792 458 sekunde.</i>
masa (kilogram)	<i>Kilogram (kg) je enota za maso in ustreza masi mednarodnega prototipa kilograma.</i>
čas (sekunda)	<i>Sekunda (s) je trajanje 9 192 631 770 period sevanja, ki ustreza prehodu med dvema hiperfinima nivojema cezijevega atoma 133 v osnovnem stanju pri temperaturi 0 K.</i>
električni tok (amper)	<i>Amper (A) je konstantni enosmerni električni tok, ki v vakuumu pri prehodu skozi dva ravna, en meter oddaljena, neskončno dolga, vzporedna vodnika z zanemarljivo majhnim krožnim prerezom, povzroča silo 2×10⁻⁷ N/m.</i>
termodinamična temperatura (kelvin)	<i>Kelvin (K) je enota termodinamične temperature, ki je enaka 1/273,16 delu termodinamične temperature trajne točke vode.</i>
množina snovi (mol)	<i>Mol (mol) je množina snovi sistema, ki vsebuje toliko elementarnih enot, kolikor je atomov v 0,012 kg ogljika ¹²C. Oglik mora biti v nevezanem stanju, v mirovanju in v osnovnem stanju. Kadar uporabljamo enoto mol morajo biti elementarne enote točno označene ter so lahko atomi, molekule, ioni, elektroni ali drugi delci ali skupine delcev.</i>
svetilnost (kandela)	<i>Kandela (cd) je svetilnost vira sevanja, ki v določeno smer oddaja monokromatsko sevanje s frekvenco 540 THz in ima v tej smeri energijsko jakost sevanja 1/683 vatov na steradian.</i>

SI definicije jutri?



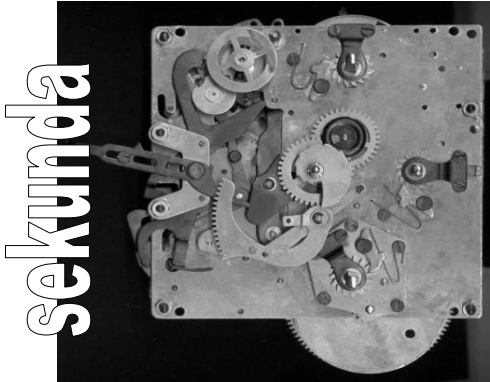
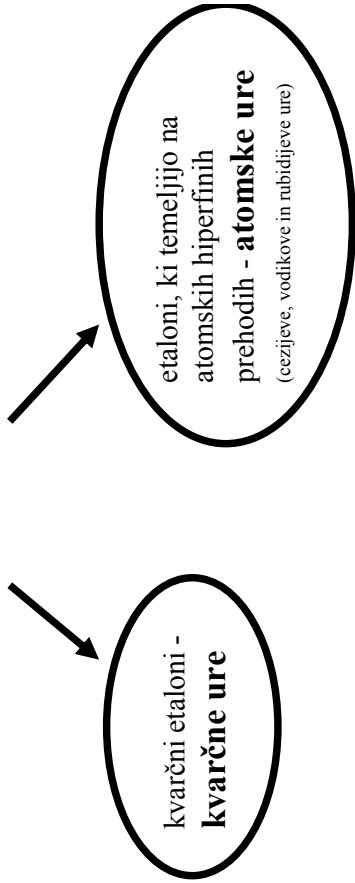
dolžina (meter)	<i>Meter (m) je dolžina poti, ki jo prepotuje svetloba v vakuumu v času 1/299 792 458 sekunde.</i>
masa (kilogram)	<i>Kilogram (kg) je enota mase in predstavlja 5,973386XX×10⁻²⁶ kratnik mase prostega vodikovega atoma v osnovnem stanju.</i>
čas (sekunda)	<i>Sekunda (s) je trajanje 466 8XX XXX XXX XXX period sevanja, ki ustreza prehodu med 2S_{1/2} in 3P_{1/2} nivojem vodikovega atoma na povprečni višini morske gladine.</i>
električni tok (amper)	<i>Amper (A) je električni tok, ki ustreza 6,241 509 XXX×10¹⁸ kratniku osnovnega naboja na sekundo.</i>
termodinamična temperatura (kelvin)	<i>Kelvin (K) je 1/13,80X X del termodinamične temperature trajne točke vodika.</i>
množina snovi (mol)	<i>Mol je množina snovi, ki vsebuje 6,022 141 XXX×10²³ osnovnih delcev. Ko uporabljamo enoto mol, je treba podati osnovni delec, ki je lahko atom, molekula, ion, elektron, drugi delec ali skupina takih delcev.</i>
svetilnost (kandela)	<i>Kandela (cd) je svetilnost vira sevanja, ki v določeno smer oddaja monokromatsko sevanje s frekvenco 540 THz in ima v tej smeri energijsko jakost sevanja 1/683 vatov na steradian.</i>

Sekunda (s) je trajanje 9 192 631 770 period sevanja pri prehodu med dvema osnovnima stanjema cezijevega atoma 133.



Ta definicija je bila sprejeta leta 1967.

Realizacija sekunde danes



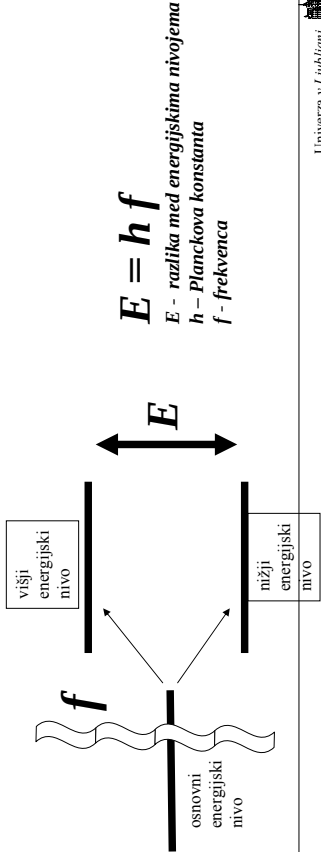
Realizacija sekunde skozi zgodovino

leto	realizacija	ocenjena negotovost ure
3500 p.n.š.	sončna ura	± 10 minut
17	ura na nihalo	± 10 sekund na dan
1762	Harrisonov kronometer	± 1 sekunda na 3 dni
okoli 1930	vrtelje Zemlje	± 1 sekunda na 3 leta
okoli 1950	kvarčna zapestna ura	± 1 sekunda na 30 let
1955	Essnova cezijeva ura	± 1 sekunda na 300 let
1980	moderna cezijeva ura	± 1 sekunda na 300 000 let
1995	cezijeva fontana	± 1 sekunda na 15 000 000 let
21. stoletje	atomska ura z ionsko pasijo	± 1 sekunda na 15 000 000 000 let

Realizacija sekunde z atomsko uro

osnova realizacije

prehod med dvema atomskima energijskima nivojema, ki ga povzročimo z EM valovanjem točno določene frekvence

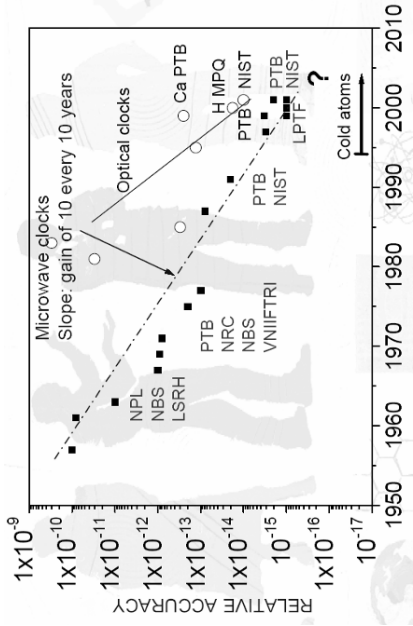
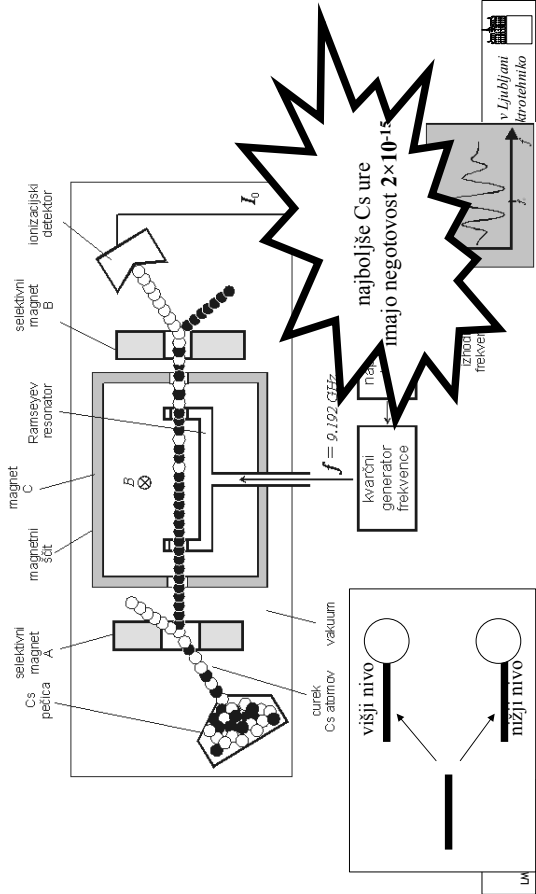


Realizacija sekunde

Etalon frekvence in časa	stabilnost
Kvarčni kristal	
Vodikova atomska ura	
Rubidijeva atomska ura	7×10^{-13}
Cezijeva atomska ura	10^{-13}
Amonijev stabiliziran laser	5×10^{-15}
Jodov stabiliziran laser	10^{-12}

odstopanje ene sekunde v tridesetih milijonih let

Cezijeva atomska ura



Izboljševanje merilne negotovost atomskega časa

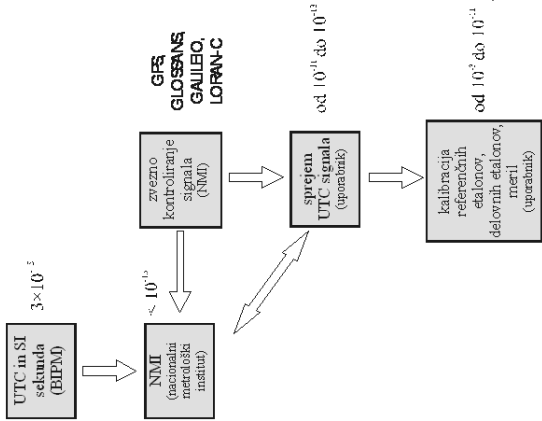
Kalibracije in s tem navezava nižjih etalonov na višje potekajo na podlagi različnih metod

metoda	negotovost (μs)
prenos baterijsko napajanih atomskih ur	od 0.02 do 0.2
prenos z napajanjem (3-30 MHz)	500
prenos z napajanjem (30k-100 MHz)	100
ločljivost nekaj 10 cm	10
ločljivost TV signalov	0.3
prenos s sistemom LORAN-C (100 kHz)	0.1
prenos s sistemom GPS (1200 MHz)	od 0.005 do 0.05
prenos s sistemom GLONASS (1600 MHz)	od 0.005 do 0.05
prenos s sistemom GALILEO (1200 MHz)	od 0.005 do 0.05

Čas

deljenje časa na daljše enote

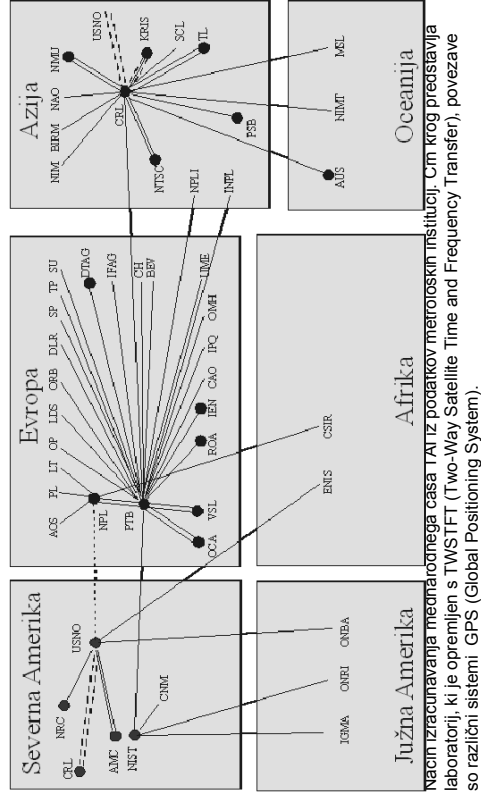
- koledarji starih Babiloncev (3000 pr. n.š.), Majev, starega Egipta (1300 pr. n.š.), ki se je preko vpliva antične Grčije in Rima ohranil do srednjega veka
- julijanski koledar (365 dni, prestopna leta, pravoslavna cerkev ga še vedno uporablja) (46 pr. n.š.)
- gregorijanski koledar (danes)
- Julijanski datumski koledar (1582). Ta je bil zasnovan na enostavnem številu dni in je kot začetek uporabljal datum 1. januar 4713 pr. n.š.. Tako datumu 1. januar 2000 ustreza datum 2 451 545.



Čas

deljenje časa na krajše enote - časovne skale

- UT (Universal Time) je časovna skala, katere osnova je dolžina srednjega sončnega leta zemeljskega poldnevnik, ki gre skozi Greenwich (imenovana tudi GMT - Greenwich Mean Time). Temelji na astronomskem opazovanju gibanja Zemlje okoli Sonca.
- Nasprotno sta bili na osnovi atomskega časa leta 1972 definirani dve skali Mednarodna atomska skala TAI (International Atomic Time) in UTC (Coordinated Universal Time). Manj splošno uporabljan je TAI, ki je določen na osnovi podatkov okoli 230 atomskih etalonov različnih meroslovnih institucij, in ga vzdržuje BIPM. V vsakdanjem življenju najbolj uporabljan je UTC, ki se nekoliko razlikuje od TAI. UTC temelji na tradicionalni astronomski delitvi leta, ki je popravljena z uporabo atomskega časa TAI.



Prihodnost realizacije sekunde - optična laserska ura (ameriški NIST).

Meter (m) je dolžina poti, ki jo prepotuje svetloba v vakuumu v času $1/299\,792\,458$ sekunde.



Ta definicija je bila sprejeta leta 1983.

Razvoj definicije metra

Datum	Definicija metra	Negotovost realizacije
1791	Četrtna poldnevnik Zemlje	± 0.06 mm
1889	Mednarodni prototip metra	± 0.002 mm
1960	Kriptonova svetilka	$\pm 0.000\,007$ mm
1983	Hitrost svetlobe	$\pm 0.000\,000\,7$ mm
danes	Hitrost svetlobe z izboljšano točnostjo He-Ne laserja	$\pm 0.000\,000\,02$ mm

predpisani načini realizacije metra

- Merjenje časa preleta elektromagnetnega valovanja t

$$l = c_0 \cdot t$$

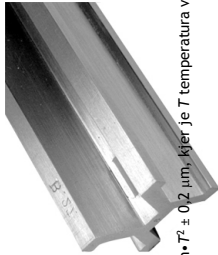
- Merjenje frekvence elektromagnetnega valovanja n

$$\lambda = \frac{c_0}{\nu} \quad l = n \cdot \lambda$$
- Realizacija metra s pomočjo enega od predpisanih elektromagnetnih valovanj

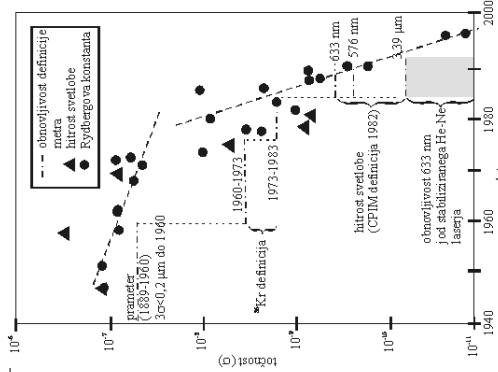
laket	dolžina [m]
rimski	0.444
kratek egiptčanski	0.450
grški	0.463
asirski	0.494
sumerski	0.502
kraljevi egiptčanski	0.524
judovski	0.555
palestinski	0.641



Kraljevi egiptčanski lakt s prikazanimi razdelitvami na manjše enote



prameter št. 27 (last ZDA)
dolžina = $1\text{ m} - 1,6\text{ }\mu\text{m} + 8,657\text{ }\mu\text{m} \cdot T^2 + 0,001\text{ }\mu\text{m} \cdot T^3 + 0,7$, kjer je T temperatura v stopinjah celzija

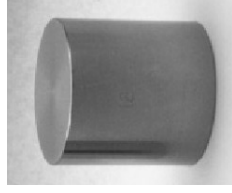


Zmanjševanje negotovosti realizacije metra v odvisnosti od definicije metra

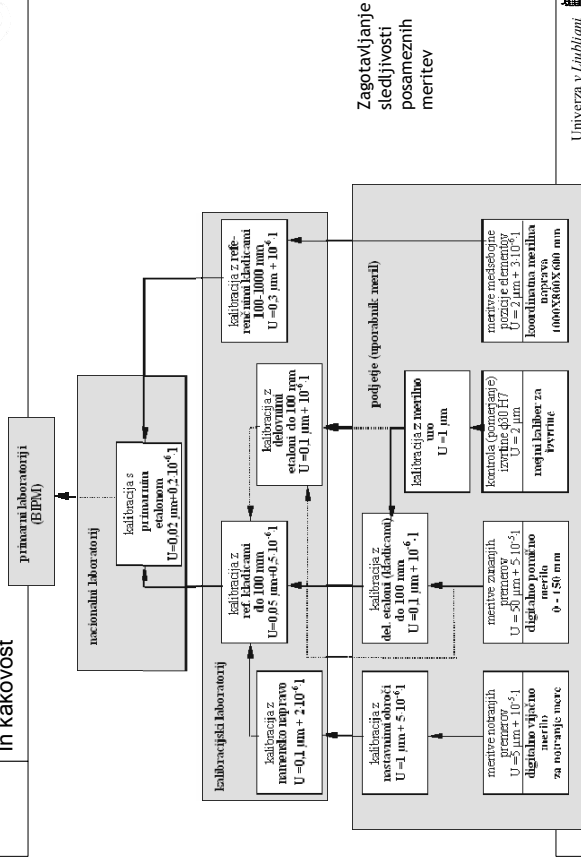
Sl enota za maso



Kilogram (kg) je enota za maso in je
ustreza masi mednarodnega prototipa
kilograma.

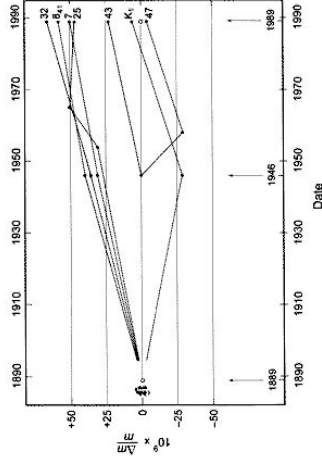
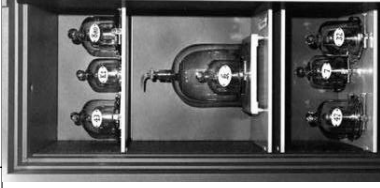


Ta definicija je bila sprejeta leta 1989. Leta 1989 je bila definicija dopolnjena v smislu, da je kilogram enak masi mednarodnega prototipa »takoj po postopku čiščenja po BIPM metodi«.

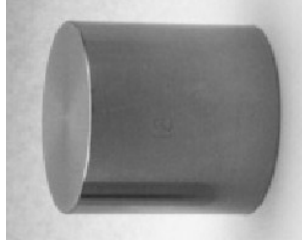


Spekter uporabe merjenja mase ima ogromen razpon

2 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 kg	2×10 ³⁰ kg	Sonce
7 100 000 kg	7,1×10 ⁶ kg	Eliffov stolp
7 500 kg	7,5·10 ³ kg	afriški slon
635 kg	635 kg	uradno najdebelejši človek
0,006 4 kg	6,4×10 ⁻³ kg	kovanec za 5 tolarjev
0,000 39 kg	3,9·10 ⁻⁴ kg	spunka za papir
0,000 000 000 000 000 000 000 000 001 67 kg	1,67×10 ⁻²⁷ kg	masa vodikovega atoma



Témoins so bili do sedaj le trikrat primerjani s prakilogramom K. Pri tem je bilo ugotovljeno, da njihove mase proti K v stotih letih povprečno rastejo za okoli 0.5 $\mu\text{g}/\text{leto}$.

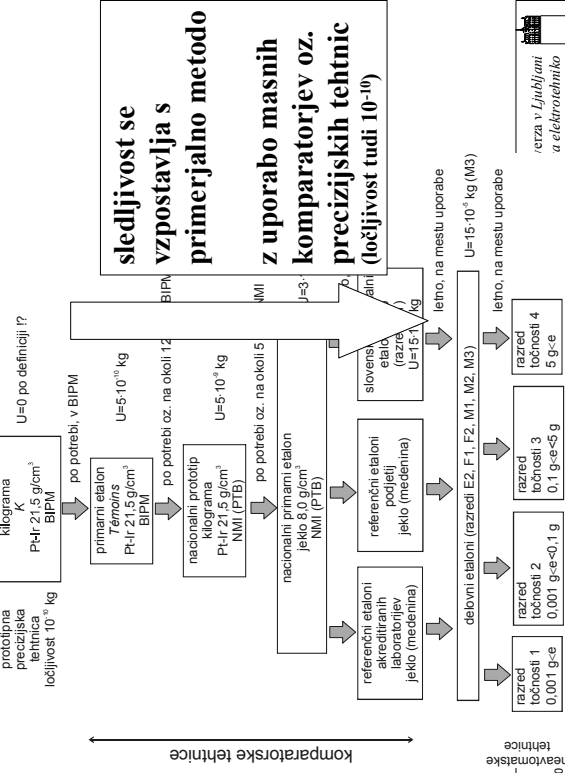
~~Y~~

izdelaan leta 1879, izbran za K leta 1883

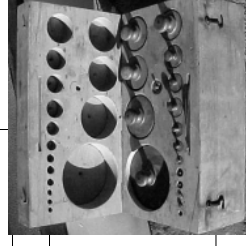
material 90% Pt in 10 % Ir
gostota 21 500 kg/m³ (jeklo 8 000 kg/m³)
premer in višina okoli 39 mm

hranjen na temperaturi $19\text{ }^{\circ}\text{C} \pm 1\text{ }^{\circ}\text{C}$
pod tremi steklenimi zvoni v Parizu

do sedaj le 3x uporabljen v neposredni primerjavi
- leta 1889, 1946 in 1989



merilno območje	tip tehtnice	tipični standardni odklon tehtnice (v oklepaju so navedeni najmanjši relativni standardni odkloni)
< 4 g	elektromehanske ultramikro tehtnice	0,2 µg (5×10^{-5})
od 4 g do 50 g	mikrotehtnica	1,5 µg (3×10^{-5})
od 50 g do 200 g	makrotehtnica	2 µg (4×10^{-5})
od 200 g do 50 kg	komparatorska tehtnica	2 µg · 10 ⁻¹⁰ iug ($2 \times 10^{-7} - 1 \times 10^{-10}$)
od 50 kg do 500 kg	tehtnica s pomočnimi utežmi	100 mg (2×10^{-5})
od 500 kg do 5 t	gredna tehtnica	200 mg (2×10^{-5})
od 5 t do 100 t	tehtnica za vozila in železniške vagonce	1 kg (10^{-5})



Tehtalna shema

rezultat opazovanja (dekada od 100 g do 1 kg)	1 kg	500g	200g	200g	100g	100g
x(1)	+	-	-	-	-	-
x(2)		+	-	-	-	-
x(3)			+			
x(4)				+	-	-
x(5)					+	+
x(6)			+	-	-	-
x(7)				-	-	-

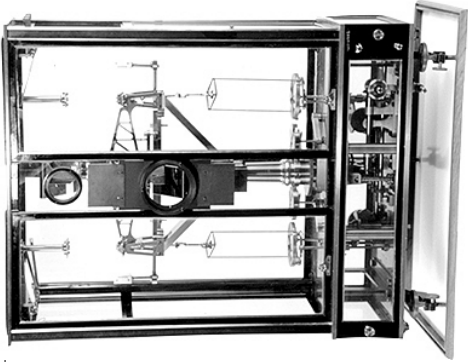
Enostavna tehtalna shema s petimi neznanimi etaloni in sedmimi tehtnji na dekada.

Masa uteži, ki je v tabeli označena s +, je primerjana z masami uteži, ki so označene z -. V prvem opazovanju dekade 100g do 1 kg je primerjen znan kilogram s skupno maso uteži 500 g, 200 g, 200 g in 100 g. Rezultat primerjave je x(1). Odnike posameznih etalonov lahko izračunamo iz sistema 7 enačb s 5 neznankami. Na ta način lahko točno določimo 100.g utež. V naslednji dekadi, na enak način 100 gransko utež primerjamo z neznanimi 50.g, 20.g, 20.g in 10.g in določimo 10 g utež.

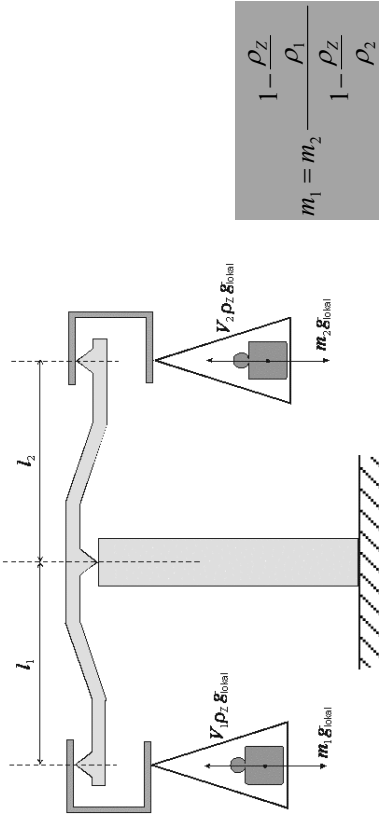
Univerza v Ljubljani

Fakulteta za elektrotehniko

LJK, FE, UNI-LJ © 2010 Vsako reavtorizirano razmnoževanje je prepovedano. Vsebinske napake so mogoče.



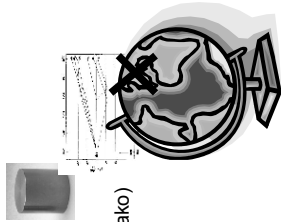
Precizijska enakokraka tehtnica, ki so jo v ameriškem NIST-u uporabljali med leti 1945 in 1960.



Za tehtnico z enakima krakoma v ravnotežju velja

$$I_1 (m_1 g_{\text{lokal}} - V_1 \rho_1 g_{\text{lokal}}) = I_2 (m_2 g_{\text{lokal}} - V_2 \rho_2 g_{\text{lokal}})$$

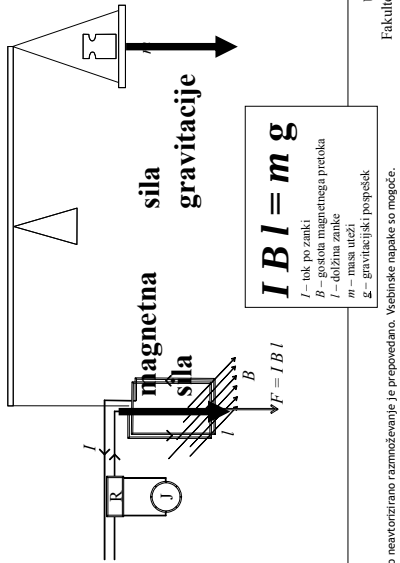
Problematika obstoječe definicije kilograma



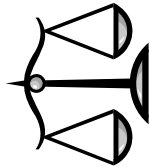
- K je fizično telo iz kovine (poškodbe)
- časovno spremenljiv (ni točno znano, kako)
- dostopen le na enem mestu na Zemlji

(Nastopa tudi v definiciji ampera, mola in kande!)

vatna tehtnica

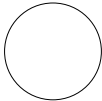


Realizacija kilograma v prihodnosti



Primerjava mehanskih in električnih veličin

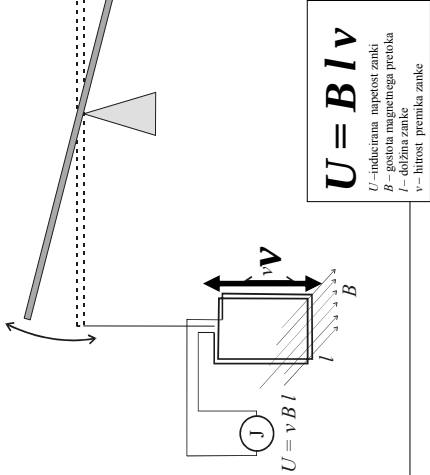
- vatna tehtnica (moč)
- magnetno lebdenje (moč)
- napetostna tehtnica (napetost)



Štetje elementarnih delcev z znano maso

- Avogadrov projekt (silicijevi atomi)
- štetje ionov (ioni zlata)

vatna tehtnica



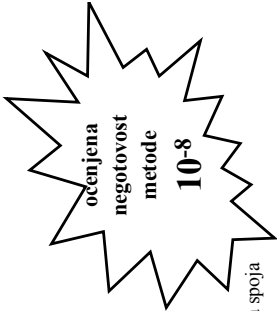
$$P_{\text{ele}} = P_{\text{meh}}$$

$$U I = m g v$$

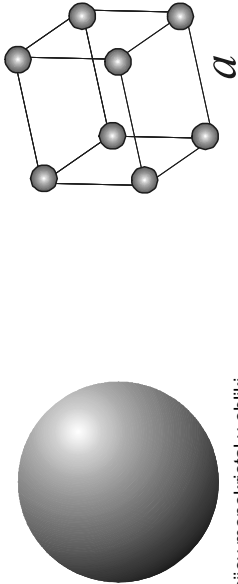
$$m = \frac{U I}{g v}$$

$$m = C \frac{h f_J^2}{g v}$$

- g - gravitacijski pospešek
- C - konstante
- v – hitrost
- h - Planckova konstanta
- f_J – frekvenca Josephsonovega spoja

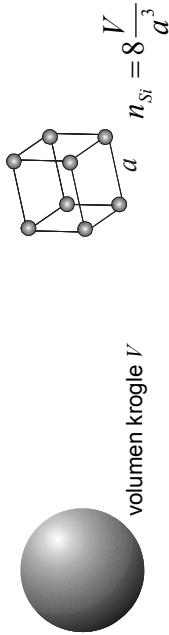


Avogadrov projekt



silicijev monokristal v obliki
krogle s premerom 10 cm (= okoli 1kg)

silicijev monokristal ima zelo pravilno
kubično strukturo 8 atomov Si



volumen krogle V

$$n_{Si} = 8 \frac{V}{a^3}$$

$$m = m_{Si} n_{Si} \quad \text{masa krogle} = \text{masa enega Si atoma} \times \text{število Si atomov}$$

$$m = 8 \frac{M_{Si}}{N_A} \frac{V}{a^3}$$

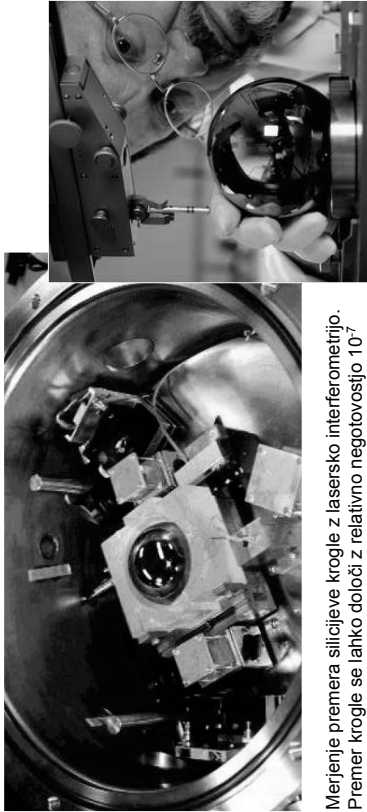
M_{Si} - molarna masa Si

V - prostornina

N_A - Avogadrovega število

a - stranica kubičnega elementa Si

negotovost
metode
 2×10^{-7}



Merjenje premera silicijeve krogle z lasersko interferometrijo.
Premer krogle se lahko določi z relativno negotovostjo 10^{-7}

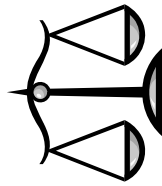
Druge predlagane realizacije kilograma

- štetje ionov
- magnetno lebdenje
- napetostna tehtnica

amper



Realizacija ampera



Neposredne metode

izkoriščajo delovanje elektrodinamičnih pretvornikov
tok-sila – tokovnih, vatnih tehnic.

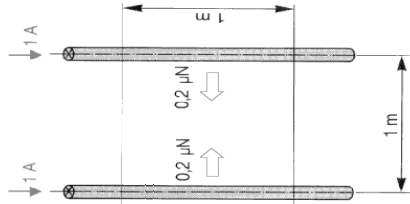
Posredne metode

realizirajo enoto električnega toka preko električne napetosti in upornosti z osnovnimi fizikalnimi konstantami.

Posredne metode realizacije, ki izkoriščajo kvantne pojave, imajo neprimerno boljšo negotovost in so primerne za izvedbo v vsakem dobro opremljenem laboratoriju.

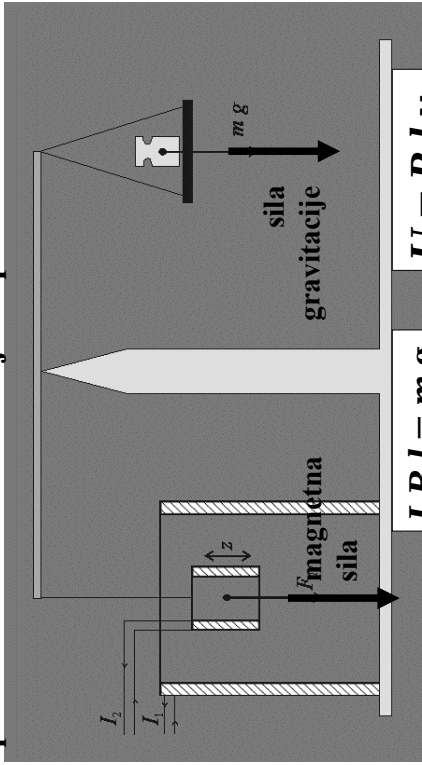
$$I = \frac{U}{R}$$

Amper (A) je konstantni enosmerni električni tok, ki povzroča v vakuumu pri prehodu skozi dva ravna, en meter oddaljena, neskončno dolga, vzporedna vodnika z zanemarljivo majhnim krožnim prereзом, silo 2×10^{-7} N/m.



Definicija je bila sprejeta leta 1948.

Neposredne metode realizacije ampera – vatna tehnica

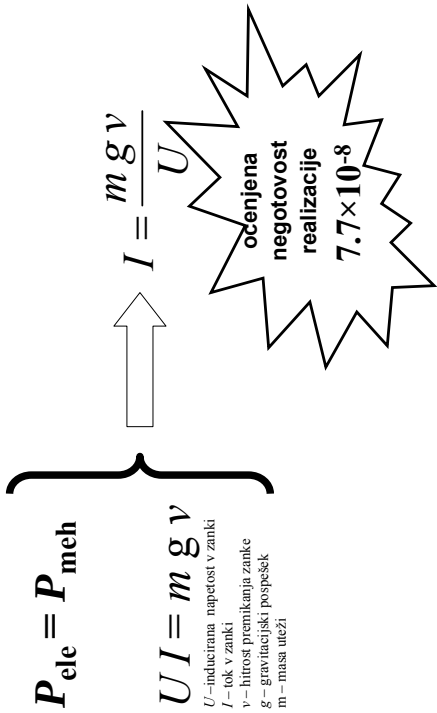


$$I B l = m g$$

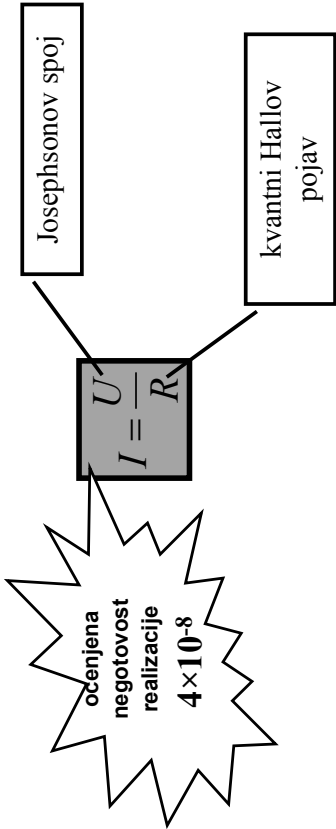
I – tok po zanki
 B – gostota magnetnega pretoka
 l – dolžina zanke
 m – masa uteži
 g – gravitacijski pospešek

$$U = B l v$$

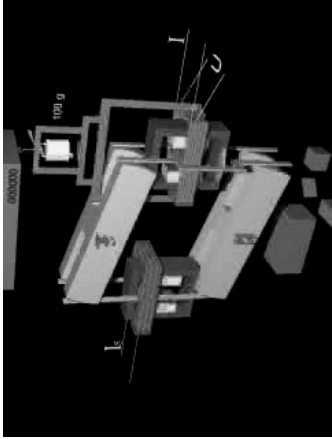
U – inducirana napetost zanke
 B – gostota magnetnega pretoka
 l – dolžina zanke
 v – hitrost premika zanke



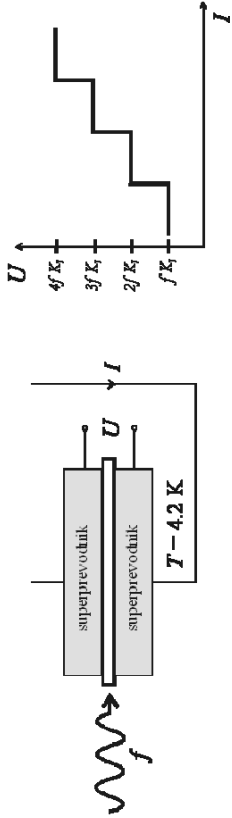
Posredne metode realizacije ampere – kvantne metode



vatna tehcnica

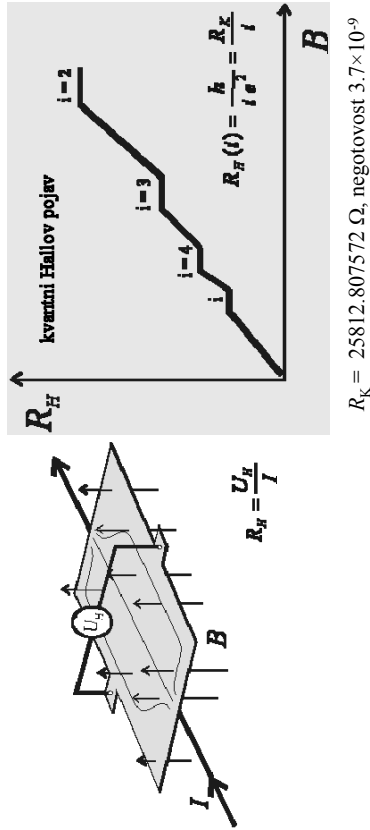


realizacija volta z Josephsonovim spojem



$$K_J = 483597.898 \text{ GHz/V, negotovost } 3.9 \times 10^{-8}$$

realizacija ohma s kvantnim Hallovim pojavom



Definicija ohma

En ohm je električna upornost med dvema točkama prevodnika, če konstantna razlika potencialov obeh točk 1V generira tok enega ampera.

$$1 \, \Omega = \frac{1 \, V}{1 \, A}$$

$$\Omega = \frac{m^2 kg \, s^3}{A^2}$$

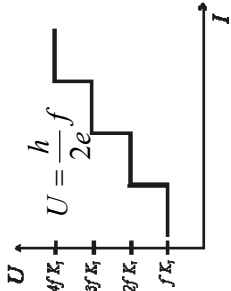
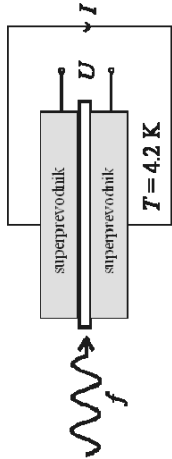
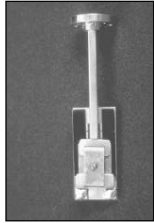
Definicija volta

En volt je potencialna razlika med dvema točkama prevodnika, preko katerega teče konstantni tok enega ampera, pri čemer je sproščena moč med obema točkama enaka enemu vatu.

$$1 \, V = \frac{1 \, W}{1 \, A}$$

$$V = \frac{m^2 kg \, s^3}{A}$$

Realizacija volta z Josephsonovim spojem



U je 150 μV pri $f=75\text{ GHz}$, torej potrebujemo 20 000 spojev za 10 V
 $K_J = 483597.898\text{ GHz/V}$, negotovost 3.9×10^{-8}

Razvoj etalonov za napetost



1908
Westonova celica
 $U = 1,018\text{ V}$

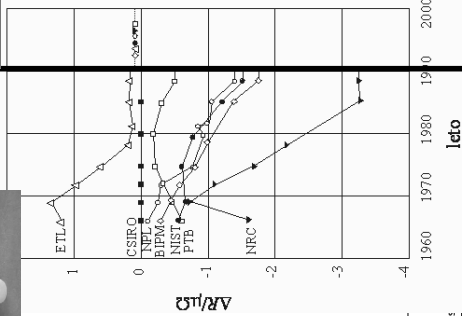
2 10⁻⁷
polprevodniški etalon
(Fluke732A, Zennerjeve diode)
 $U = 10\text{ V}$

1970
Josephsonov etalonski vir
 $U = 10\text{ V}$

4 10⁻⁸

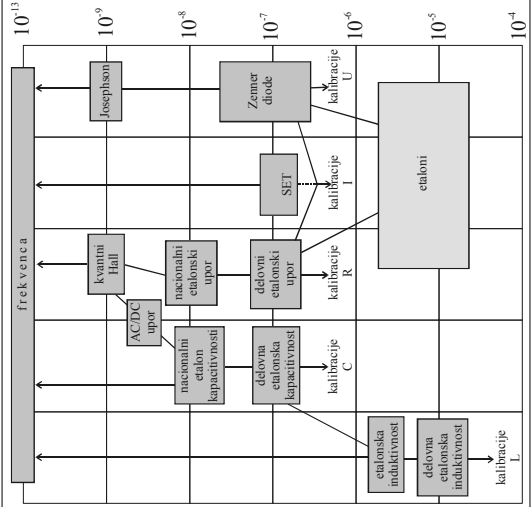


uporaba
kvantnih
pojavnov



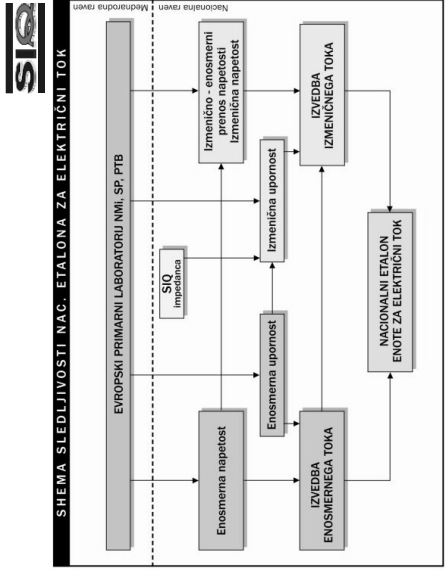
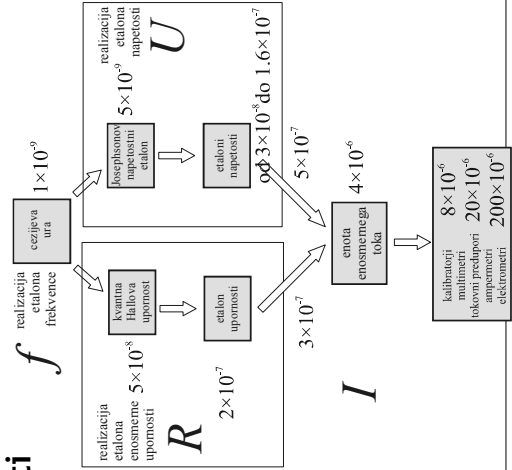
Vrednosti vzdrževane električne upornosti v različnih metroloških institucijah v odvisnosti od leta (referenca = CSIRO).

Laboratorij za metrologijo in kakovost

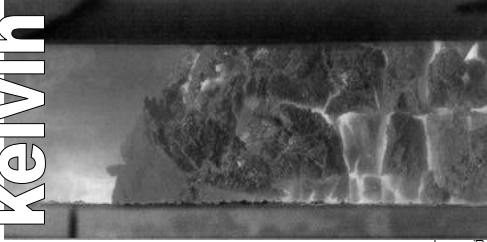


sodobna metrologija električnih veličin in njihova navezava na merjenje frekvence

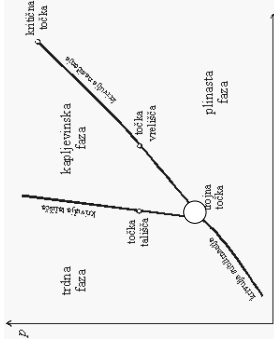
Shema sledljivosti
(električni tok)



SI enota za temperaturo
kelvin



Ta definicija je bila sprejeta leta 1967.

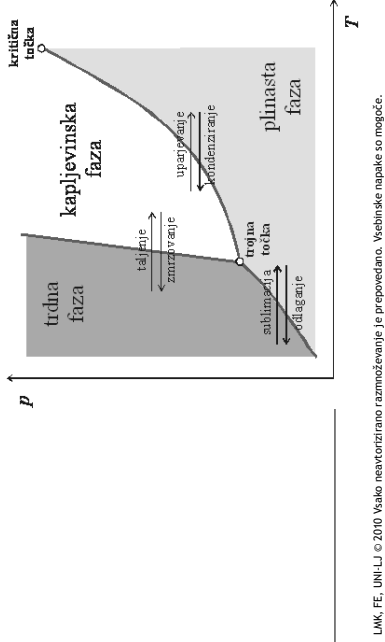


Kelvin (K) je enota termodinamične
temperature, ki je enaka 1/273.16 delu
termodinamične temperature trojne točke
vode.

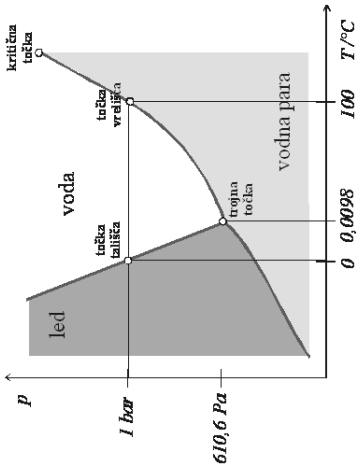
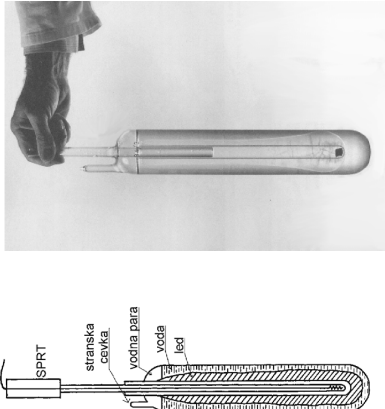


Fazni diagram

Fazni diagram je grafični prikaz vpliva temperature in tlaka na agregatno stanje snovi v zaprtem prostoru. Sestavljen je iz treh delov, ki predstavljajo snov v plinasti, tekoči in trdni fazi. Prikazuje temperature in tlake, pri katerih snov prehaja iz ene faze v drugo.



trojna točka vode



Fazni diagram vode

Razpon temperatur, ki jih danes lahko izmerimo ali ocenimo.

200 000 000 $^{\circ}\text{C}$	2×10^8 $^{\circ}\text{C}$	Joint European Torus (JET) – projekt jedrske fuzije
15 000 000 $^{\circ}\text{C}$	$1,5 \times 10^7$ $^{\circ}\text{C}$	temperatura v središču Sonca
6000 $^{\circ}\text{C}$	6×10^3 $^{\circ}\text{C}$	temperatura na površju Sonca
1500 $^{\circ}\text{C}$	$1,5 \times 10^3$ $^{\circ}\text{C}$	tajeno jeklo
1064 $^{\circ}\text{C}$	$1,064 \times 10^3$ $^{\circ}\text{C}$	točka tališča zlata
100 $^{\circ}\text{C}$	10^2 $^{\circ}\text{C}$	vrelišče vode pri atmosferskem tlaku
0 $^{\circ}\text{C}$	0 $^{\circ}\text{C}$	točka ledišča kemično čiste vode
-89,2 $^{\circ}\text{C}$	$-0,89 \times 10^2$ $^{\circ}\text{C}$	do sedaj najnižja izmerjena temperatura zraka
-196 $^{\circ}\text{C}$	$-1,96 \times 10^2$ $^{\circ}\text{C}$	kriogeno shranjevanje v tekočem dušiku
-270 $^{\circ}\text{C}$	$-2,7 \times 10^2$ $^{\circ}\text{C}$	kozmično sevanje

Termodinamična temperatura T

$$pV = k \times T$$

p tlak plina
 V prostornina plina
 k je konstanta, značilna za plin



William Thomson
Lord Kelvin

$$pV = k \frac{mv^2}{2}$$

p tlak plina
 V prostornina plina
 k je konstanta, značilna za plin
 $mv^2/2$ je kinetična energija atomov plina



J.C. Maxwell, J.W. Gibbs, L. Boltzmann
Univerza v Ljubljani
Fakulteta za elektrotehniko

Termodinamično temperaturo merimo s
termodinamičnimi termometri
(plinski, sevalni, akustični, šumni termometer)



Termodinamična temperatura T

$$pV = k \times T \qquad pV = k \frac{mv^2}{2}$$

S primerjavo obeh enačb so ugotovili, da je temperatura
proporcionalna povprečni kinetični energiji atomov, kar je tudi
danes osnova razlage narave temperature kot fizikalne veličine.

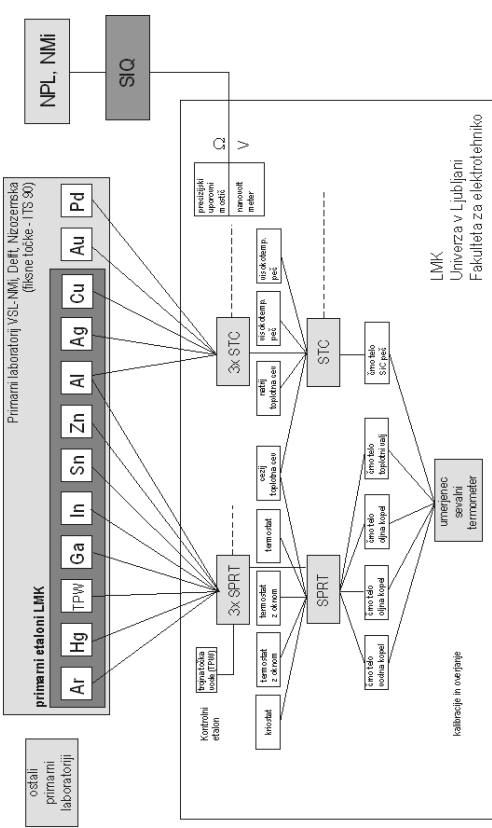
T je sorazmerna W_k

tip termometra (prinsip delovanja)	enačba fizikalnega procesa	merilno območje (K)	merilna negotovost (mK)
plinski termometer (tlak p in prostornina V idealnega plina)	$pV = nRT$ (tlak p in prostornina V plina, množina plina n in temperatura T)	od 2,4 do 700	od 0,3 do 15
akustični termometer (hitrost zvoka v idealnem plinu)	$c_s^2 = \frac{\gamma RT}{M}$ (hitrost zvoka c_s , razmerje γ med toplotno in kinetično energijo, konstanten tlak in volumni, molaska masa M in temperatura T)	od 2 do 20	od 0,3 do 1
šumni termometer (šumna napetost na električnem uporu)	$V_r^2 = 4kTR\Delta f$ (srednja kvadratna šumna napetost V_r^2 , upornost R , pasovna širina Δf in temperatura T)	od 3 do 1100	od 0,3 do 100
termometer sevalnega sevanja (skupno sevanje črnega telesa)	$L = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4$ (totalno sevanje L , temperatura T)	od 200 do 420	od 0,5 do 2
monokromatski sevalni termometer (sevalno sevanje črnega telesa)	$L_\lambda = \frac{c_1}{\lambda^5} \left(\frac{c_2}{\lambda T} - 1 \right)^{-1}$ (spektralno sevanje L_λ , valovna dolžina λ , prva in druga sevalna konstanta c_1 in c_2 ter temperatura T)	od 1200 do 6000	od 10 do 2000

Sl. točke	Temperatura		Snov	Stanje
	T_{90} [K]	t_{90} [°C]		
1	3,40 5	-270,15 do -268,15	He	P
2	13,8033	-259,3467	e-H ₂	T
3	-256,16	-256,16	e-H ₂ (all He)	P all PL
4	-20,3	-252,85	e-H ₂ (all He)	P all PL
5	24,5561	-248,5939	Ne	T
6	54,3584	-218,7916	O ₂	T
7	83,8058	-189,3442	Ar	T
8	243,3158	-38,6344	Hg	T
9	273,15	0,01	H ₂ O	T
10	302,9148	29,7646	Ga	TA
11	429,7485	156,5985	In	ST
12	606,078	231,928	Sn	ST
13	692,677	419,527	Zn	ST
14	933,473	660,323	Al	ST
15	1234,93	961,78	Ag	ST
16	1337,33	1064,18	Au	ST
17	1357,77	1084,62	Cu	ST

Fiksne točke ITS-90 in njihove vrednosti.
P – para, PL – plin, T – trojna točka, TA – tališče
(pri tlaku 101,325 kPa), ST – strdišče (pri tlaku
101,325 kPa).

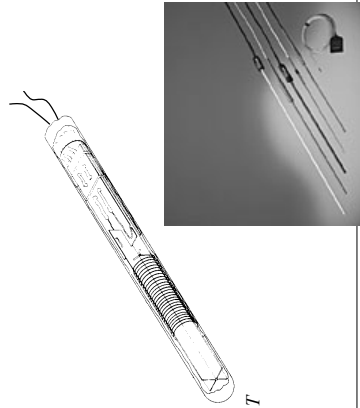
Diseminacija enote za temperaturo v običajnem območju od 14 K do 962 °C
poteka s pomočjo kalibracije uporovnih senzorjev v fiksnih točkah metroloških institucij.
Izven tega območja se diseminacija izvaja z uporabo drugih termometrov (plinski, akustični, šumni, magnetni).



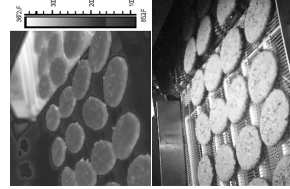
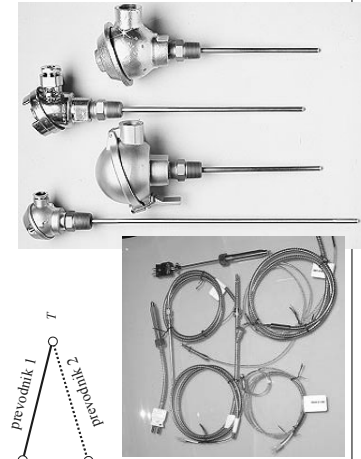
Tekočinski termometri



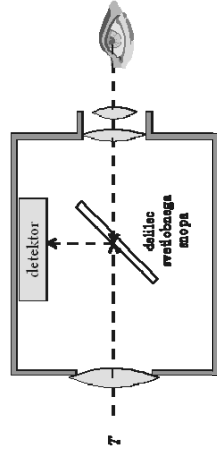
Platinasti uporovni termometri



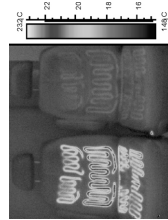
Termočleni



Sevalni termometri

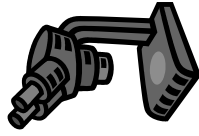
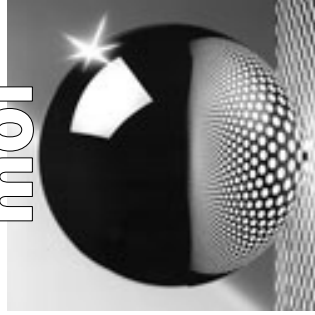


uporabnost termovizijske kamere



SI enota za množino snovi

mol



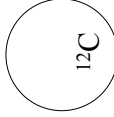
Problematika merjenja množine snovi

- nepredstavljivo veliko število delcev
- nepredstavljivo majhna masa delcev

1960

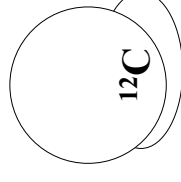
IUPAC in IUPAP se dogovorita o skali, ki opisuje relativne atomske mase glede na ta izotop ogljika C 12, ki so mu pripisali vrednost 12.

IUPAP (International Union of Pure and Applied Physics)
IUPAC (International Union of Pure and Applied Chemistry)



Mol (mol) je množina snovi sistema, ki vsebuje toliko elementarnih enot, kolikor je atomov v 0.012 kg ogljika ¹²C.

Ogljik mora biti v nevezanem stanju, v mirovanju in v osnovnem stanju. Kadar uporabljamo enoto mol morajo biti elementarne enote točno označene ter so lahko atomi, molekule, ioni, elektroni ali drugi delci ali skupine delcev.



Ta definicija je bila sprejeta leta 1971.

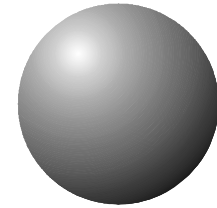
Mol (mol) je množina snovi sistema, ki vsebuje toliko elementarnih enot, kolikor je atomov v 0.012 kg ogljika ¹²C.

Avogadrovo število
 N_A

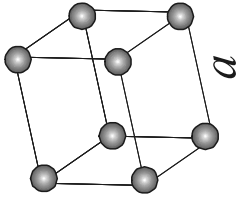
$$N_A = 6.022\,141\,99 \times 10^{23} \text{ /mol}$$

realizacija mola = določanje N_A

določanje Avogadrovega števila



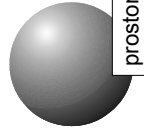
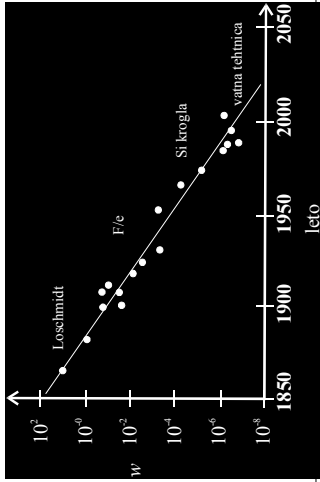
silicijeva krogla s premerom 10 cm



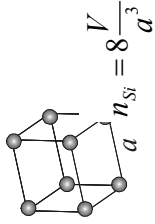
a

silicijev monokristal ima zelo pravilno
kubično strukturo 8 atomov Si

Izboljševanje relativne negotovosti določevanja Avogadrovega števila N_A v odvisnosti od leta. Pripisane so osnovne metode določevanja N_A od prve, ki jo je izvedel Loschmidt, razmerja med Faradayevo konstanto in osnovnim nabojem do novjših poskusov s silicijevo kroglo in vatno tehniko



prostornina krogle V



$n_{Si} = 8 \frac{V}{a^3}$

$$m = m_{Si} n_{Si} \quad \text{masa krogle} = \text{masa enega Si atoma} \times \text{število Si atomov}$$

$$N_A = 8 \frac{M_{Si} V}{m a^3}$$

M_{Si} - molarna masa Si

V - prostornina krogle

m - masa krogle

N_A - Avogadrovega število

a - stranica kubičnega elementa

Referenčni material

Referenčni material (RM) je definiran kot material ali snov, ki je dovolj homogena in katere ena ali več lastnosti je dovolj dobro ugotovljenih, da se lahko uporablja za umerjanje naprave, ocenjevanje merilne metode ali za pripisovanje vrednosti materialom [VIM]. Referenčni material je lahko v obliki čistega plina, kapljavine ali trdne snovi, lahko pa je tudi mešanica vseh.

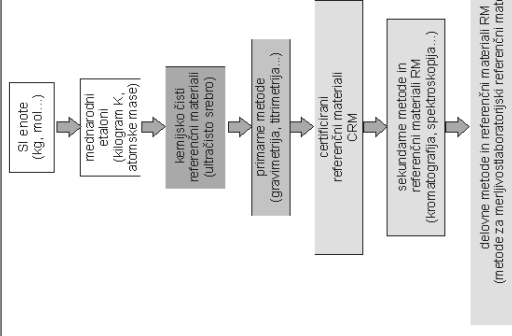
RM: raztopine, ki se uporabljajo za umerjaje v kemični analizi, voda za umerjanje viskozimetrov itd.

Certificirani referenčni material

Certificirani referenčni material (CRM) je definiran kot RM s priloženim certifikatom, katerega ena ali več vrednosti določene lastnosti je certificiranih s postopkom, ki vzpostavlja sledljivost do točne realizacije enote, v kateri so vrednosti te lastnosti izražene, in pri kateri vsako certificirano vrednost spremlja negotovost z navedeno stopnjo zaupanja [VIM].

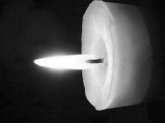
CRM : trojna točka vode v termometriji (CRM je v tem primeru čista voda v stekleni celici), prepustni filter (CRM je steklo z znano optično gostoto), objektno stekelce mikroskopa (CRM so kroglice enake zrnatosti) itd.

Sledljivost meritev v kemiji

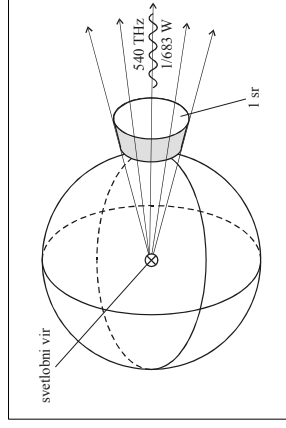


Sl enota za svetilnost

kandela



Kandela (cd) je svetilnost vira sevanja, ki v določeno smer oddaja monokromatsko sevanje s frekvenco 540 THz in ima v tej smeri energijsko jakost sevanja $1/683$ vatov na steradian.



Ta definicija je bila sprejeta leta 1979.

radiometrija



**merjenje fizikalnih lastnosti
sevanja/svetlobe**
(svetlinost, energijska jakost)

radiometrija
+

lastnosti človeške očesa
(selektivna občutljivost – rumena se nam zdi svetlejša od modre)



fotometrija

fotometrične enote – kandela (cd), lux (lx), lumen (lm)

realizacija kandelev

radiometrični etaloni

- **Absolutni detektorji sevanja** (kriogenški radiometer)
(primerjajo sevalno energijo vira z električno energijo segrevanja.
- **Svetilke z žarilno nitko**
(izredna stabilnost (0.02 %) in obnovljivost)

Sila

Po drugem Newtonovem zakonu

$$F = m a$$

*velja, da je sila **F**, ki deluje na telo, odvisna od mase telesa **m** in od njegovega pospeška **a**.*

Nekatere izpeljane veličine SI sistema



Realizacija enote za silo

Enota za silo je realizirana s etalonskimi napravami, ki izkoriščajo nosilnost, gravitacijsko silo in hidravlično ter vzvodno ojačevanje sile. Te naprave realizirajo sile v širokem območju in omogočajo generiranje serije rastočih ali padajočih sil brez vmesnih razbremenitev in brez spreminjanja smeri obremenitve.

Merjenje sile

Sile lahko merimo in med seboj primerjamo s pomočjo **nateznih in tlačnih pretvornikov sile** (na primer uporovni lističi), ki jih uporabljamo tudi kot prenosniške etalone.

Etalonske naprave za realizacijo sile

Princip etalonske naprave za silo	območje	rel. negativnost	metoda	prispevki negativnosti
nosilnost	od 0,1 N do 2 MN	2×10^{-5}	sila znane mase v gravitacijskem polju Zemlje	masa, vzgon, zrakota, lastno gravitacijsko polje
hidravlika	> 1 MN	5×10^{-4}	izenačevanje hidravlične sile in sile znane mase v gravitacijskem polju Zemlje (razmerje od 10:1 do 1000:1)	geometrija, lastnosti olja, trajanje
vzvod	≤ 3 MN	4×10^{-4}	vzvodno glajevanje sile (razmerje od 10:1 do 2000:1)	geometrija, trajanje

Osnovne merilne metode za merjenje tlaka

merjenje višine tekoćinskega stolpca znane gostote (živo srebro)
merjenje mehanske deformacije membran, open, Bourdonovih cevi, itd (uporaba vzvodov, uporovnih listićev, kapacitivnih merilnikov, spremembe resonanćne frekvence merilnega elementa...)
posredne metode (merjenje fizikalnih lastnosti, kot je toplotna prevodnost, ionizacija plina, viskoznost)

Tlak

Tlak p z enoto pascal ($Pa = N/m^2$) je definiran kot razmerje normalne komponente sile F na tekoćino na površini A .

Merjenje tlaka

V osnovi loćimo dva osnovna naćina merjenja tlaka. Prvi je merjenje tlaka kot razmerja med silo in površino, na katero sila deluje. Drugi pa je merjenje tlaka p na dnu stolpca tekoćine z gostoto ρ in višino h .

$$p = \frac{F}{A} \qquad p = \rho \, g \, h$$

Realizacija pascala

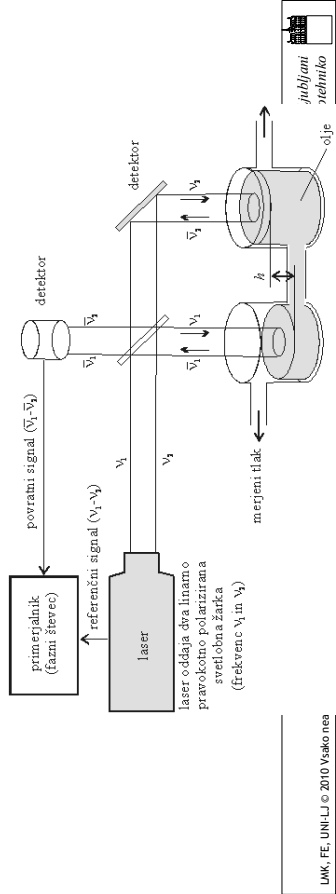
- manometri s tekoćinskimi stolpci
- tlaćne tehcnice

$$p = \rho \, g \, h$$

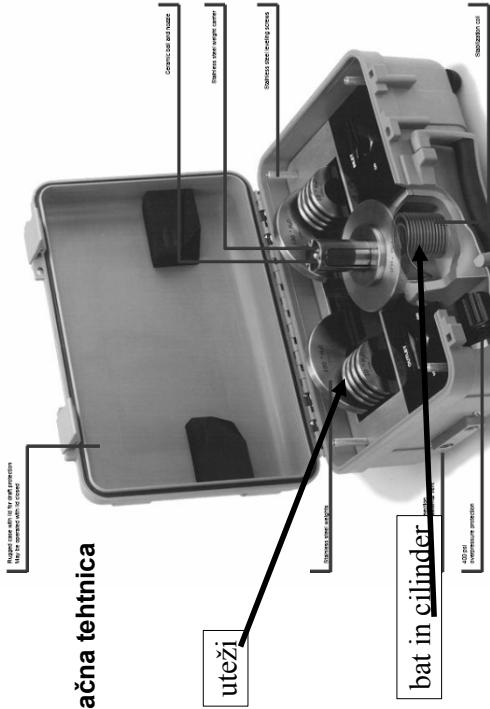
$$p = \frac{F}{A}$$

manometri s tekočinskimi stolpci
sledljivost neposredno na SI enote za površino in silo

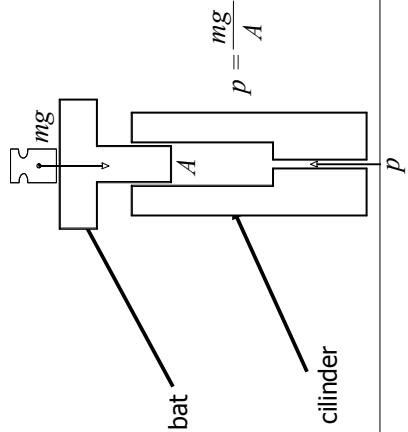
$$p = \rho \, g \, h$$



tlačna tehnična



tlačne tehnice
sledljivost neposredno na SI enote za površino in silo





1. UVOD

Zakaj meriti?

- ∞ Zato, da dobimo **objektiven** in **ponovljiv** podatek o:
 - ∞ **velikosti**, množini, jakosti fizikalnih veličin:
 - dolžina, čas, napetost, tok, moč itn.
 - ∞ Izmerjena vrednost naj bo zadosti **blizu resnične** – **prave vrednosti**
- Pri **merjenju primerjamo neznano veličino** z objektivnim merilom (**mero**).
- ∞ Pri **ocenjevanju** pa s podatkom v spominu (izkušnje).



M1 - 1



Kako meriti?

- ∞ Grobe **delne rezultate** meritev ponavadi dobimo z merilno opremo oz. **merilno instrumentacijo** – govorim o **posrednem merjenju**.

Upoštevati je potrebno:

- ∞ razpoložljivo opremo,
- ∞ zahtevano točnost,
- ∞ znanje izvajalcev meritev,
- ∞ potreben čas,
- ∞ vrsto merjene veličine,
- ∞ pogoje merjenj,
- ∞ ali je merjena veličina stalna ali se s časom spreminja itn.

Inženir ima več dela z meritvami še preden priključi instrument



M1 - 3



Čemu meriti?

- ∞ **Zakonov narave ni moč odkriti brez sredstev** za detekcijo in **merjenje** fizikalnih veličin.
- ∞ **Znanstvene teorije** niso sprejemljive brez zadržka, dokler niso **potrjene z meritvami**.
- ∞ **Avtomatizacije** proizvodnih in drugih procesov si **ni** moč zamisliti **brez merjenj**.
- ∞ **S pomočjo merjenj** se more človek dokopati do znanja in spoznanja ter se dvigniti na raven, kjer **lahko postavlja vprašanja**.
- ∞ Izmenjava dobrin (**trgovina**) lahko poteka šele **po poenotenju mer**.



M1 - 2



1.1 Temeljni pojmi merilne tehnike

1.1.1 Osnovna shema merjenja

Merjenje je postopek, pri katerem **primerjamo neznano vrednost** neke fizikalne veličine **z znano količino** istovrstne veličine (**enoto**) – **neposredno merjenje**.

$$I = 6 \text{ A}$$

I - efektivna **vrednost** električnega toka,

∞ i - trenutna vrednost, $\hat{i}$ - temenska vrednost

$\bar{I}$ - srednja vrednost itn.

6 - **številska vrednost**,

A (amper) - **enota** za električni tok.

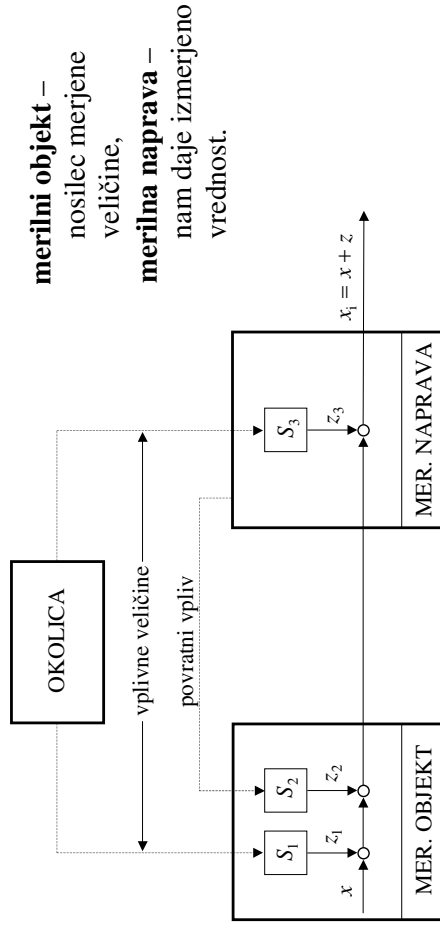
Izmerjena vrednost je eden od **parametrov** neke fiz. veličine.



M1 - 4



Izmerjena vrednost se razlikuje od dogovorjene prave vrednosti.



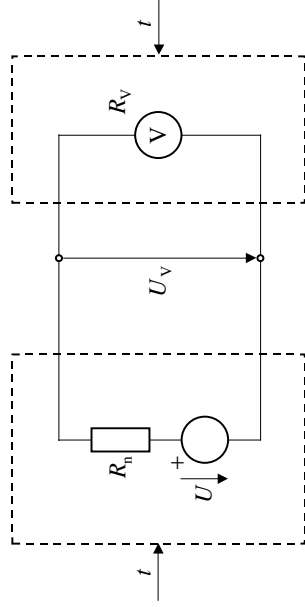
Slika 1.1 Osnovna shema merjenja



M1-5



Primer:



- $\propto$ Lastna napetost U galvanjskega člena se s temperaturo t spremeni (S_1, z_1)
- $\propto$ Ko priključimo voltmetr, steče tok, ki povzroči padec napetosti na notranji upornosti R_n (S_2, z_2),
- $\propto$ Voltmetru s povišanjem temperature naraste upornost R_v (S_3, z_3).

Slika 1.2 Merjenje napetosti in pogrešek zaradi priključitve voltmetra

Razlika med izmerjeno vrednostjo in pravo vrednostjo imenujemo merilni pogrešek.

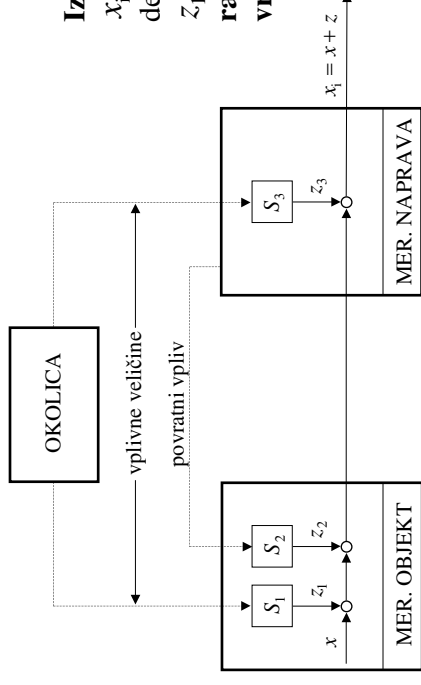
∞ Zelo zahtevna analiza vplivov na merilni rezultat!!



M1-7



Izmerjena vrednost x_i se za vsoto treh delnih motenj $z_1 + z_2 + z_3$ razlikuje od prave vrednosti.



Slika 1.1 Osnovna shema merjenja

S_1 - občutljivost merilnega objekta na vplivne veličine,

S_2 - povratni vpliv na priključitev merilne naprave,

S_3 - občutljivost merilne naprave na vplivne veličine.



M1-6



Kolikšen je pogrešek zaradi priključitve?

- ∞ izmerjena vrednost: $U_i = U_v = U \frac{R_v}{R_v + R_n}$
- ∞ 'prava' vrednost: $U = U_i \frac{R_v + R_n}{R_v} = U_i + U_i \frac{R_n}{R_v}$
- ∞ pogrešek (absolutna vrednost): $U_i - U = -U_i \frac{R_n}{R_v}$
- ∞ relativna vrednost: $\frac{U_i - U}{U} = \frac{-U_i R_n / R_v}{U_i (R_v + R_n) / R_v} = -\frac{1}{1 + R_v / R_n}$



M1-8



Vseh učinkov vplivnih veličin se ne da ugotoviti.

- ∞ Vedno ostane pogrešek, katerega **predznak je nedoločen**.

Za izmerjeno vrednost zapišemo **merilni rezultat** (iz **enega odčitka** z instrumenta, ali iz **aritmetične sredine** izmerjenih vrednosti, ali **posredno** iz neposredno merjenih veličin, ...)

- ∞ Popolni **merilni rezultat** ni ena sama vrednost, temveč **območje vrednosti!!**

ali drugače:

- ∞ odstopanje navzgor oz. navzdol od izmerjene vrednosti imenujemo **merilna negotovost**.



M1 - 9



1.1.2 Merilne metode

Poznamo dve bistveno različni metodi:

- ∞ **odklonsko**, pri kateri je odklon (ali kazanje) instrumenta osnova za določitev vrednosti merjene veličine;
- ∞ **ničelno**, ko instrument kaže nič oziroma nima odklona in določimo vrednost merjene veličine na podlagi drugih, znanih pogojev merilnega vezja

Obe metodi lahko nadalje delimo še na:

- ∞ **navadne**, ∞ **diferenčne**,
- ∞ **primerjalne**, ∞ in posebne.
- ∞ **zamenjalne**,



M1 - 11

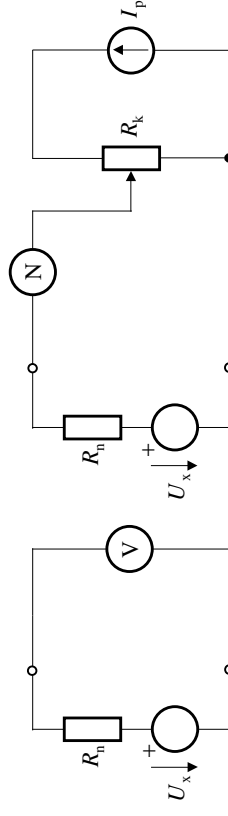


Primer:

- ∞ izmerjena vrednost: $R = 123,4$
- ∞ **popolni merilni rezultat v absolutni obliki**:
 $R = 123,4 \mid \pm 0,5$
- ∞ popolni merilni rezultat v **relativni obliki**:
 $R = 123,4(1 \pm 4 \cdot 10^{-3})$
- ∞ **okolščine**, v katerih je potekalo merjenje:
∞ podatki o temperaturi, vlagi, številu izmerjenih vrednosti, ..



M1 - 10



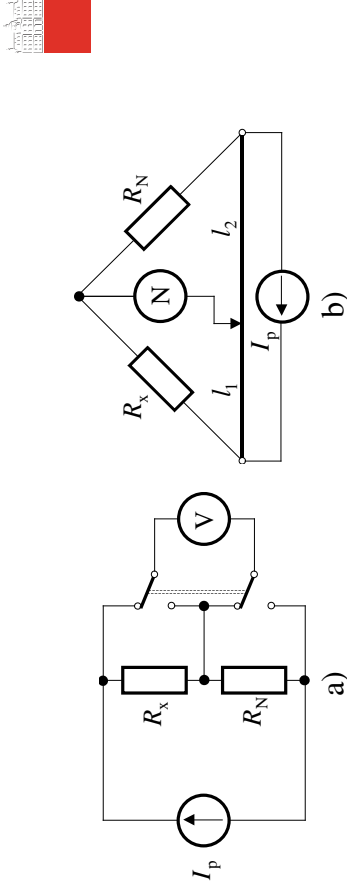
a) b)

Slika 1.3 Navadna odklonska in ničelna metoda

- ∞ odklonska metoda je hitrejša od ničelne;
- ∞ ničelna metoda je bolj točna;
- ∞ pri ničelni metodi je večja poraba instrumentarija;
- ∞ pri ničelni metodi mora biti ničelni indikator zelo občutljiv
- ∞ tokovi in napetosti morajo biti stabilni.



M1 - 12



Slika 1.4 Primerjalna odklonska in ničelna merilna metoda

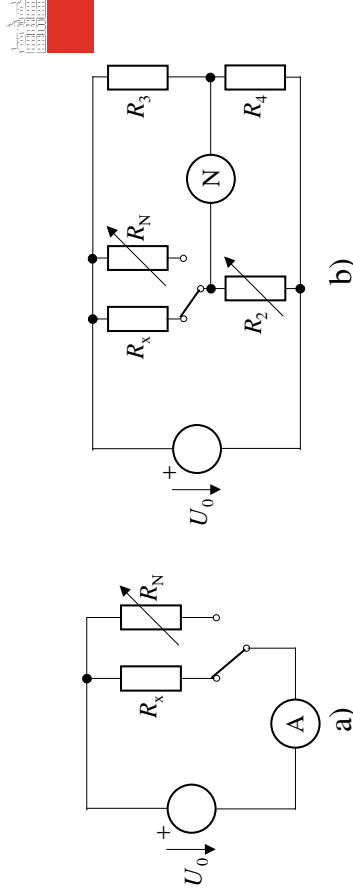
Primerjalna odklonska metoda:

- ∞ med seboj primerjamo napetost na neznanem upor z napetostjo na znanem (tok mora biti **konstanten**):

$$R_x = R_N \frac{U_x}{U_N} \iff I_p = \text{konst.} = \frac{U_x}{R_x} = \frac{U_N}{R_N}$$



M1 - 13



Slika 1.5 Zamenjalna odklonska in ničelna metoda

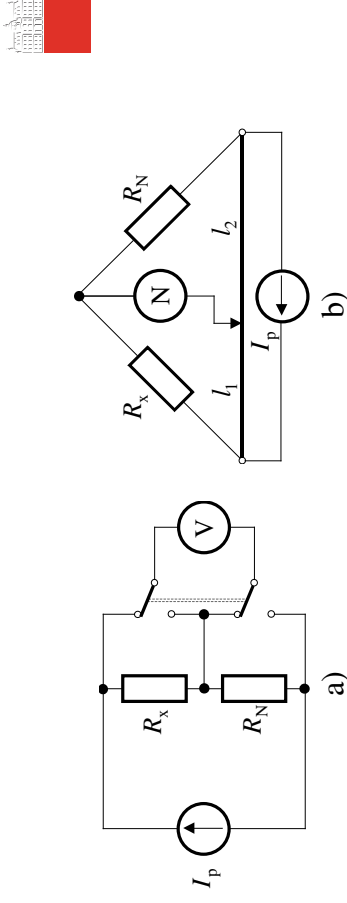
Zamenjalna (substitucijska) metoda:

- ∞ vrednost iskane veličine ugotovimo tako, da **vzpostavimo** v merilnem vezju **dvakrat enake pogoje**:
 - ∞ **prvič** je vključen **neznani** upor (merjenec);
 - ∞ **drugič** je vključen **znani** in **spremenljivi** upor -referenca

Točnost ampermetra ni pomembna.



M1 - 15



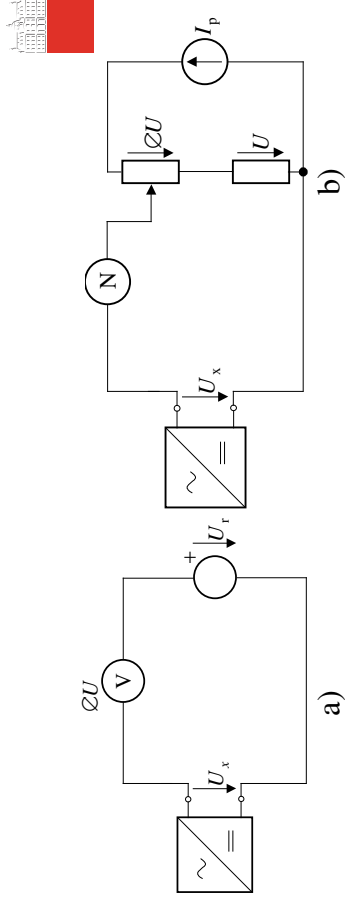
Slika 1.4 Primerjalna odklonska in ničelna merilna metoda

Primerjalna ničelna metoda:

- ∞ mostiček moramo s premikanjem drsnika po uporovni žici najprej uravnovesiti (tok ni nujno, da je stalen!): $R_x = R_N \frac{I_1}{I_2}$



M1 - 14



Slika 1.6 Diferenčna odklonska in ničelna metoda

Diferenčna metoda:

- ∞ kadar nas zanima **sprememba** fizikalne veličine:
 - ∞ razlike med neznano vrednostjo in referenčno vrednostjo **ni potrebno meriti zelo točno**, kadar je **razlika majhna**!



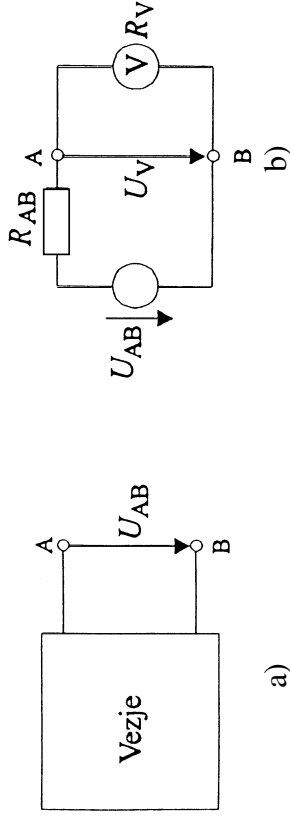
M1 - 16

1.1.2.1 Odklonska metoda in primeri vključitve

merilnih instrumentov

Vključitev merilnih instrumentov ima za posledico spremembo razmer.

Priključitev voltmetra



a)

b)

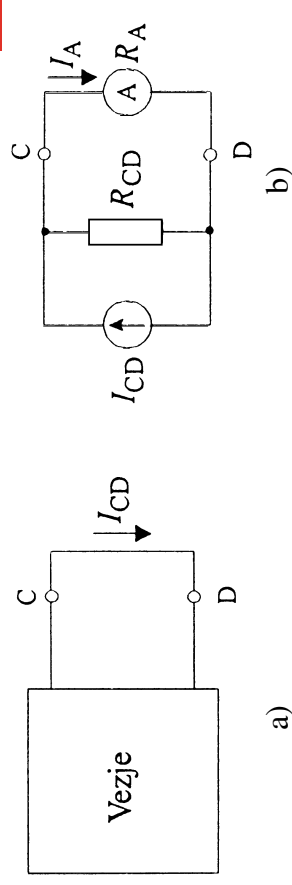
Slika 1.7 Vpliv priključitve voltmetra

Napetost med sponkama A, B $U_V = U_{AB} \frac{R_V}{R_V + R_{AB}}$

po priključitvi voltmetra:



Vključitev ampermetra



a)

b)

Slika 1.8 Vpliv vključitve ampermetra

Tok med sponkama C, D **po vključitvi ampermetra** (pred tem je bila kratka vez):

$$I_A = I_{CD} \frac{R_{CD}}{R_{CD} + R_A}$$

$$\frac{I_A}{I_{CD}} = \frac{I_A - I_{CD}}{I_{CD}} = - \frac{1}{1 + R_{CD}/R_A}$$

Relativna sprememba toka:

$$e = - \frac{1}{1 + R_{CD}/R_A}$$



∞ Relativna sprememba napetosti:

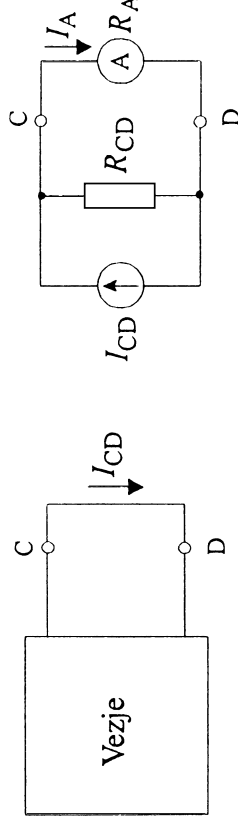
$$\frac{\Delta U}{U_{AB}} = \frac{U_V - U_{AB}}{U_{AB}} = - \frac{1}{1 + R_V/R_{AB}}$$

∞ **napetost je manjša,**

∞ odvisna od razmerja $\frac{R_V}{R_{AB}}$

∞ Če učinek priključitve (končne vrednosti upornosti) zanemarimo, naredimo **sistematični pogrešek** merilne metode:

$$e = - \frac{1}{1 + R_V/R_{AB}}$$



$$\frac{\Delta I}{I_{CD}} = \frac{I_A - I_{CD}}{I_{CD}} = - \frac{1}{1 + R_{CD}/R_A}$$

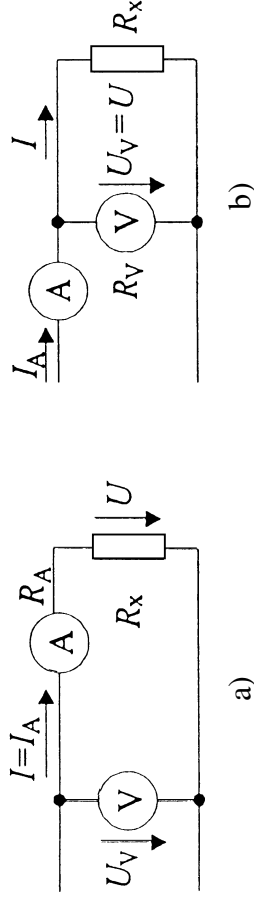
∞ **tok je manjši,**

∞ odvisna od razmerja $\frac{R_{CD}}{R_A}$

∞ Če učinek priključitve (končne vrednosti upornosti) zanemarimo, naredimo **sistematični pogrešek**:

$$e = - \frac{1}{1 + R_{CD}/R_A}$$

1.1.2.2 Odklonska U-I metoda merjenja upornosti



Slika 1.9 U-I metoda merjenja upornosti

Varianta a:

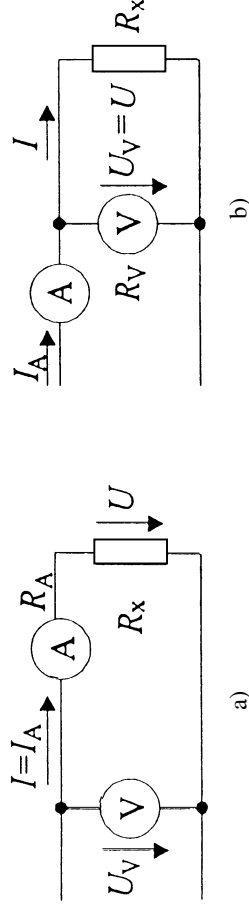
∞ tok je pravilen: $I_A = I$,

∞ napetost je prevelika: $U_V = U + IR_A$

Razmerje je **večje** kot R_x : $\frac{U_V}{I_A} = \frac{U + IR_A}{I} = R_x + R_A$



M1-21



Slika 1.9 U-I metoda merjenja upornosti

Varianta b:

∞ napetost je pravilna: $U_V = U$,

∞ tok je prevelik: $I_A = I + U_V/R_V$,

Razmerje je **manjše** kot R_x : $\frac{U_V}{I_A} = \frac{R_x R_V}{R_x + R_V}$



M1-23

$$\frac{U_V}{I_A} = \frac{U + IR_A}{I} = R_x + R_A$$

∞ če upoštevamo samo U_V in I_A , je **sistematični pogrešek**:

$$R_i = \frac{U_V}{I_A} \Rightarrow e = \frac{U_V/I_A - R_x}{R_x} = \frac{R_A}{R_x}$$

Ta metoda se uporablja **za merjenje velikih upornosti**,

∞ pogrešek (R_A) je zanemarljiv.

Pri **zelo velikih upornostih** moramo upoštevati **dopustno obremenitev** $I^2 R_x$.

Merilni pogrešek je odvisen od pogreška pri merjenju napetosti in toka.



M1-22

$$\frac{U_V}{I_A} = \frac{R_x R_V}{R_x + R_V}$$

∞ če upoštevamo samo U_V in I_A , je **sistematični pogrešek**:

$$R_i = \frac{U_V}{I_A} \Rightarrow e = \frac{U_V/I_A - R_x}{R_x} = -\frac{R_x}{R_x + R_V} \oplus -\frac{R_x}{R_V}$$

Ta metoda se uporablja **za merjenje majhnih upornosti**,

∞ Upornost R_V je praviloma dosti večja od R_x .

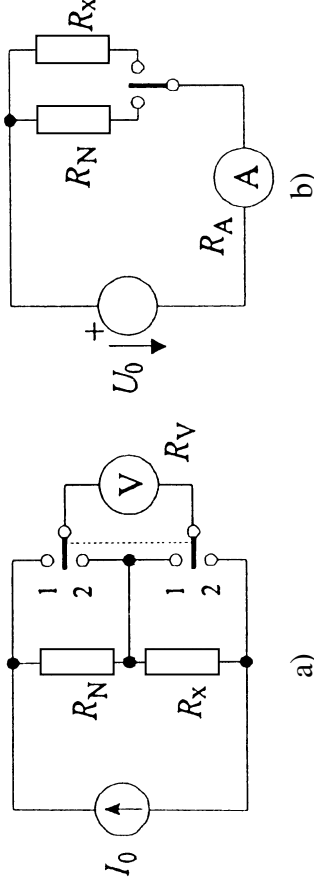
∞ Pri **zelo majhnih upornostih** moramo upoštevati **dopustno obremenitev** U^2/R_x .

Merilni pogrešek je odvisen od pogreška pri merjenju napetosti in toka.



M1-24

1.1.2.3 Primerjalna metoda merjenja upornosti



Slika 1.10 Napetostna in tokovna primerjalna metoda

Napetostna primerjalna metoda (a)

$$\infty \text{ Položaj 1-1: } U_N = I_0 \frac{R_N R_V}{R_N + R_V},$$

$$\infty \text{ Položaj 2-2: } U_x = I_0 \frac{R_x R_V}{R_x + R_V}.$$



M1-25

Merilni pogrešek napetostne primerjalne metode

Če izvedemo primerjavo z istim voltmetrom, lastni pogrešek E ne vpliva na negotovost, kadar sta upornosti (napetosti) blizu skupaj:

$$R_N \oplus R_x \Leftrightarrow U_x / U_N - 1 \oplus 0,01$$

Pogreška voltmetra E ne poznamo, vendar se v kvocientu njegov vpliv izloči:

$$R_i = R_N \frac{U_x - E}{U_N - E} = R_N \frac{U_x}{U_N} \cdot \frac{1 - E/U_x}{1 - E/U_N} \oplus R_N \frac{U_x}{U_N}$$

Primer: $U_x = 1,025 \text{ V}$ in $U_N = 1,018 \text{ V}$, $E = 0,015 \text{ V}$

$$\frac{U_x - E}{U_N - E} = \frac{1,025 \text{ V} - 0,015 \text{ V}}{1,018 \text{ V} - 0,015 \text{ V}} = 1,0070$$

$$\frac{U_x}{U_N} = \frac{1,025 \text{ V}}{1,018 \text{ V}} = 1,0069 \quad \text{- samo za } 0,01\% \text{ manj!} \Leftrightarrow e = 1,5\%$$



M1-27



Pri konstantnem I_0 : $R_x = R_N \frac{U_x}{U_N} \cdot \frac{1}{1 + (1 - U_x/U_N) R_N/R_V}$

Če uporabimo izraz $R_i = R_N \frac{U_x}{U_N}$, 'pridelamo' sistematični pogrešek:

$$e = \frac{R_i - R_x}{R_x} \quad \text{oz.} \quad e = \frac{R_N}{R_V} \left(1 - \frac{U_x}{U_N} \right)$$

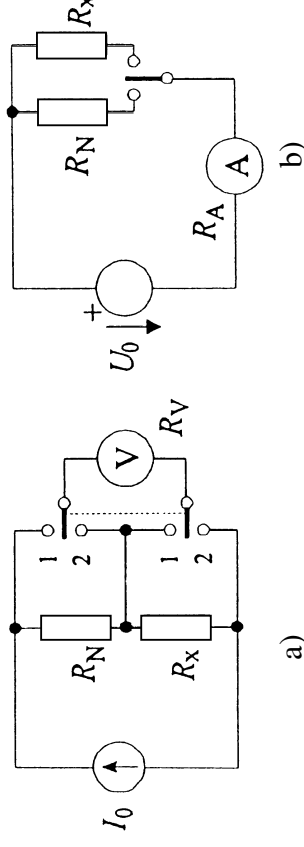
$$\text{oz.} \quad e = \frac{R_N - R_x}{R_x + R_V} = \frac{R_N - R_x}{R_V}$$

∞ odločilno je razmerje razlike upornosti $R_N - R_x$ proti upornosti voltmetra R_V .

∞ primerna za merjenje majhnih upornosti.



M1-26



Slika 1.10 Napetostna in tokovna primerjalna metoda

Tokovna primerjalna metoda (b)

$$\infty \text{ čez upor } R_N \text{ teče tok: } I_N = \frac{U_0}{R_N + R_A}$$

$$\infty \text{ čez upor } R_x \text{ teče tok: } I_x = \frac{U_0}{R_x + R_A}$$



M1-28



Pri konstantni napetosti U_0 : $R_x = R_N \frac{I_N}{I_x} \left[1 + \frac{R_A}{R_N} \left(1 - \frac{I_x}{I_N} \right) \right]$

Če uporabimo izraz: $R_i = R_N \frac{I_N}{I_x}$,

∞ 'pridelamo' sistematični pogrešek:

$$e = \frac{G_x - G_N}{G_A + G_N} \oplus \frac{G_x - G_N}{G_A}$$

Primerjanje je tem bolj točno, čim bliže sta si merjeni veličini!

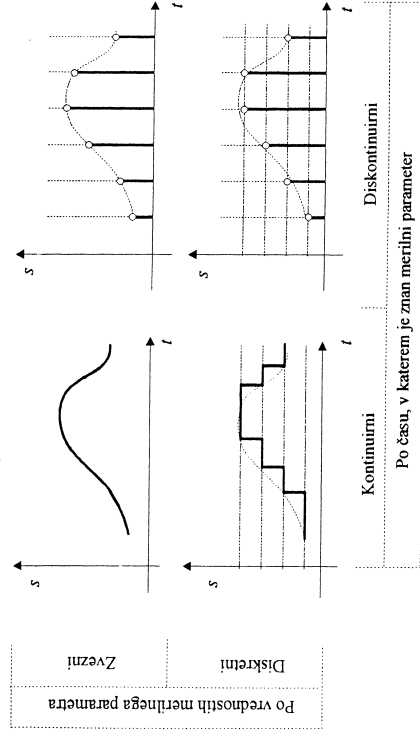
Če je etalon R_N spremenljiv in vzpostavimo $I_x = I_N$, se metoda spremeni v **zamenjalno** (R_A nepomembna)!



M1 - 29

1.1.4 Merilni signal

Nosilec informacije je **merilni signal** – časovni potek fizikalne veličine, ki odslikava merjeno veličino.



Slika 1.11 Štiri osnovne vrste merilnih signalov



M1 - 31



1.1.3 Merilni postopek

∞ Ločimo **analogni** in **digitalni** del merilnega postopka.

∞ Če se fizikalne veličine **spreminjajo zvezno** – pri majhni spremembi časa se tudi veličina malo spremeni – imamo opravka z **analognim** postopkom.

∞ Značilno za **predležje** pred Analogno-Digitalno pretvorbo.

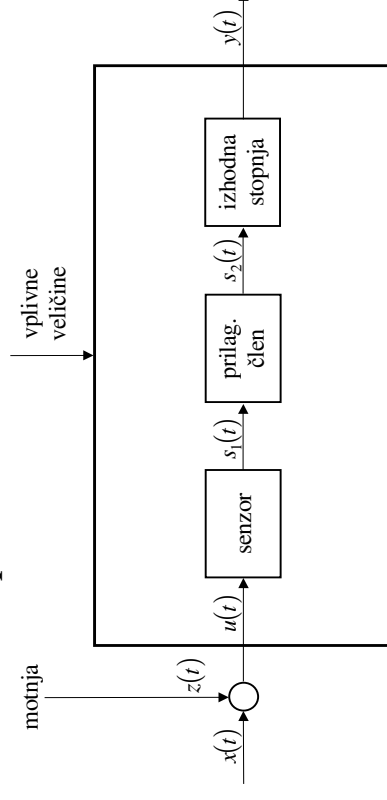
∞ Če prave vrednosti ne pripadajo **realnim številom** temveč naravnim (npr. štetje) in to v **diskretnih časovnih trenutkih** – imamo opravka z **digitalnim** postopkom.

∞ Značilno za vsako **kvantizacijo** oziroma **določanje številске vrdnosti**.



M1 - 30

1.1.5 Merilna naprava



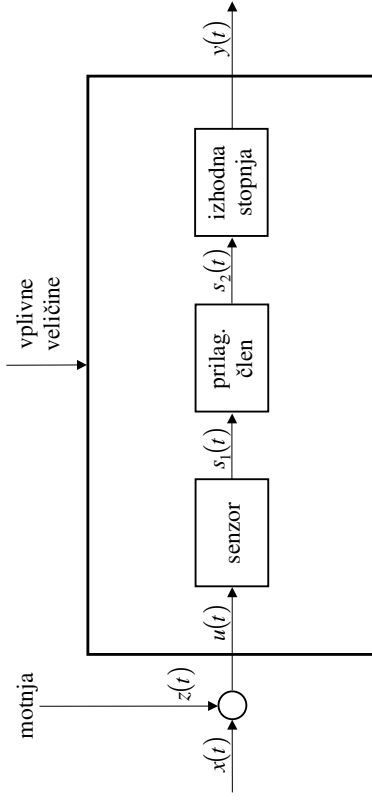
Slika 1.12 Blokova shema **merilne naprave**

Trije poglavitni **merilni členi**:

- ∞ **Senzor** (zaznavalo), ki zaznava merjeno veličino,
- ∞ **Prilagoditveni člen** (ojačenje, slabljenje, preoblikovanje,...),
- ∞ **Izhodna stopnja** (informacija postane zaznavna našim čutilom, za prenos,..)



M1 - 32



Merilni signal:

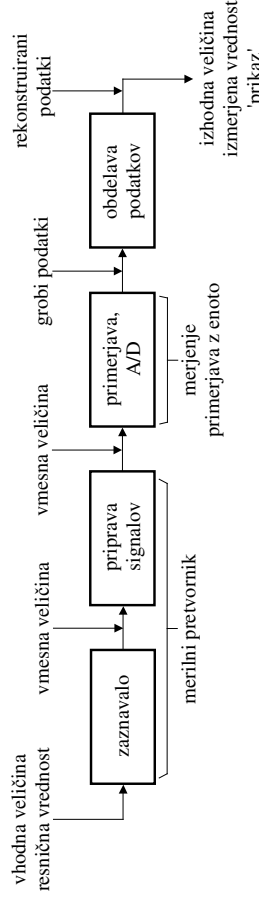
- $\propto$ vhodna veličina, $\propto$ napetost,
- $\propto$ vmesne veličine, $\propto$ tok,
- $\propto$ izhodna veličina, $\propto$ upornost,
- $\propto$ kapacitivnost,
- $\propto$ električno polje, ...

Informacijski parameter:

- $\propto$ frekvenca,
- $\propto$ amplituda,
- $\propto$ fazni kot,
- $\propto$ srednja vrednost, ...



M1 - 33



Slika 1.14 Zgradba merilnega sistema

Senzor

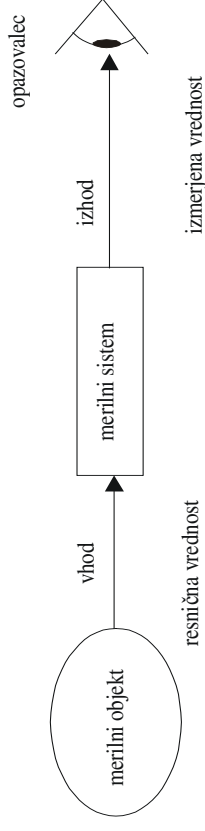
Vhodni signal vstopa v **merilni pretvornik**, ki je sestavljen iz **zaznavala** (tudi tipalo, čutilo ali senzor) in faze **priprave signalov** na obdelavo.



M1 - 35



1.1.6 Merilni sistem

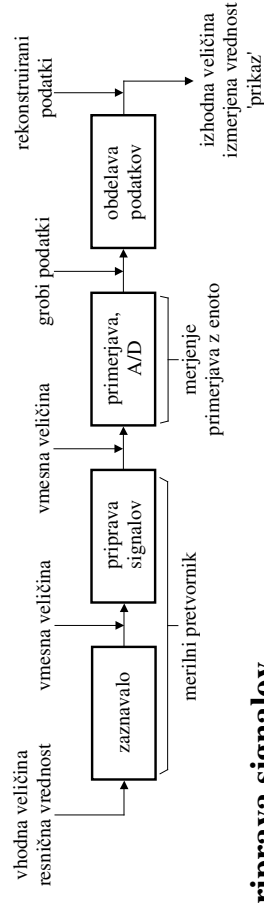


Slika 1.13 Vloga merilnega sistema pri merjenju (klasični pogled)

Fizikalno veličino merilnega objekta privedemo na vhod merilnega sistema, nakar ta izmeri veličino in na izhodu poda **izmerjeno vrednost**, ki se razlikuje od resnične vrednosti.



M1 - 34



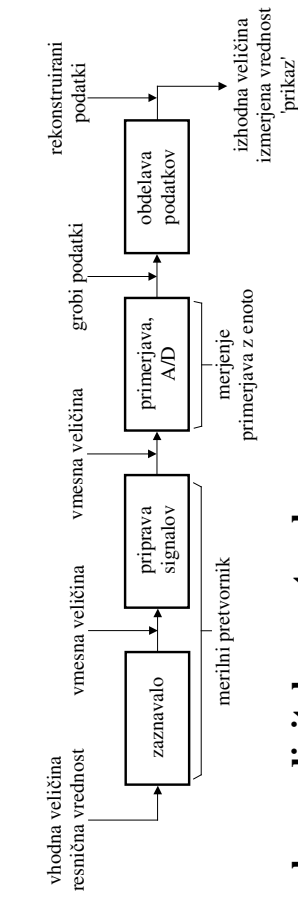
Priprava signalov

Vhodno veličino je potrebno pred primerjavo z enoto:

- ∞ pretvoriti v drugo obliko, ki jo bo lažje obdelati, na primer napetost, tok
 - $\circ$ npr.: napetost termočlena je sorazmerna temperaturi.
- ∞ ojačiti, preoblikovati, pretvoriti v veličino, ki je uporabna za neposredno primerjanje.



M1 - 36



Analogno-digitalna pretvorba

Za merilnim pretvornikom je faza **primerjanja** merjene veličine **z enoto**:

- ∞ **merjenje v ožjem smislu!**
 - ∞ izhod so **grobi podatki**, iz katerih rekonstruiramo merjeno veličino.



M1 - 37



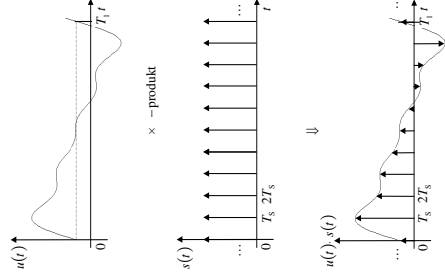
1.1.7 Digitalni merilni postopek oz.

digitalizacija merilnega signala

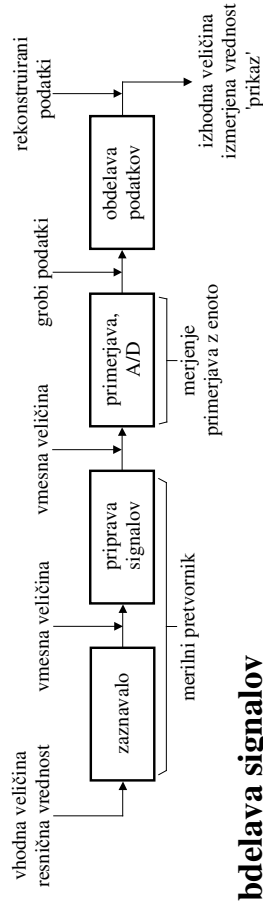
Digitalizacija predstavlja določanje vrednosti signala **v diskretnih časovnih točkah s končno ločljivostjo**.

V grobem jo sestavljajo **tri operacije**:

- časovno vzorčenje** analognega signala,
- ∞ vrednost signala znana le v določenih trenutkih (ponavadi **enakomerno razmaknjeni**),



M1 - 39



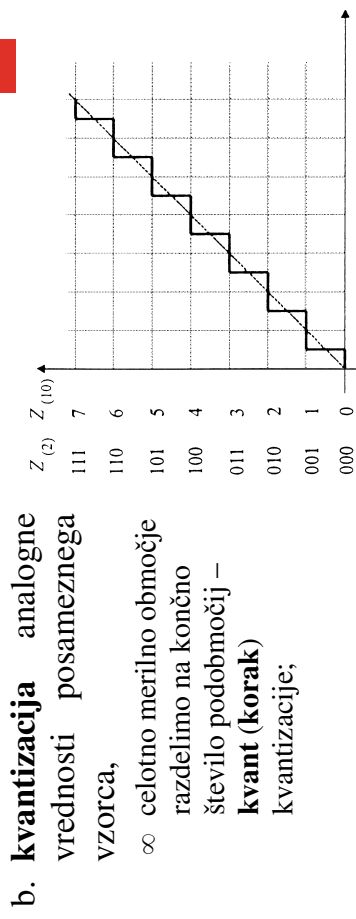
Obdelava signalov

Za merilnim pretvornikom je faza **obdelave signalov**:

- ∞ opravi funkcijo **rekonstrukcije** in različne **matematične obdelave** (npr. računanje povprečne vrednosti, integriranje, odvajanje ipd.)
- ∞ **interpretacija** podatkov,
- ∞ **prikaz** podatkov,
- ∞ **prenos** podatkov.



M1 - 38



Slika 1.15 Kvantizacijska karakteristika 3-bitnega ADP

c. **kodiranje** kvantiziranih analognih vrednosti.

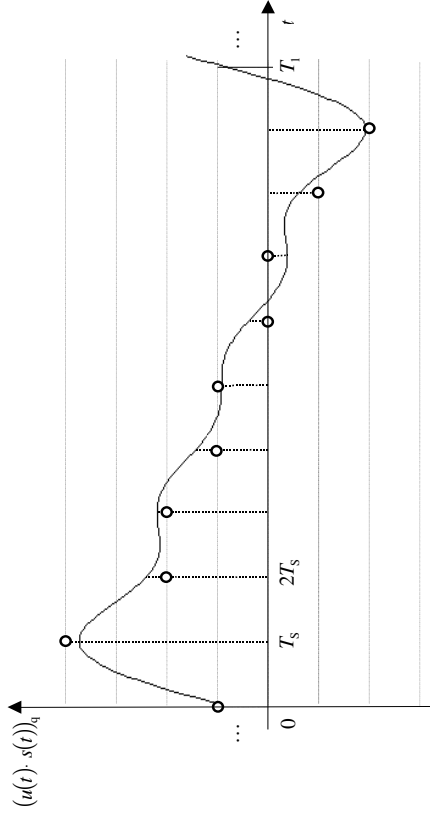
- ∞ različni številski sistemi (decimalna **koda**, BCDkoda,,



M1 - 40



Rezultat digitalizacije:



Slika 1.16 Vzorčenje in kvantizacija



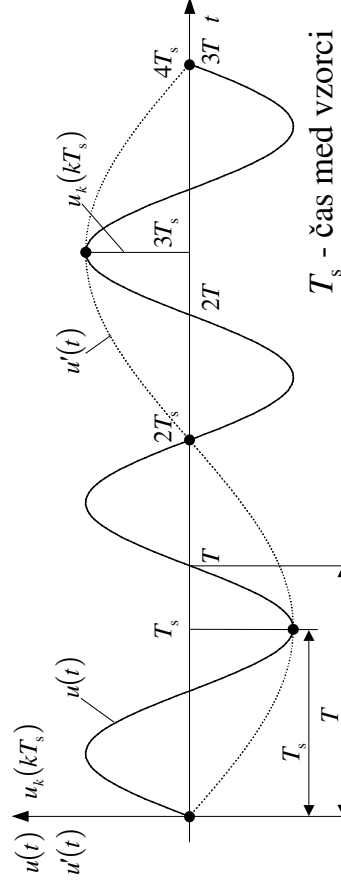
M1 - 41



M1 - 42



Navideznost zaradi prenizke frekvence vzorčenja:



Slika 1.17 Pogrešek zaradi prenizke frekvence vzorčenja

Rekonstruirani signal $u'(t)$ ima drugo frekvenco kot merjeni:

primer: $T = 333 \mu\text{s}$, $f = 3 \text{ kHz}$; $T_s = 250 \mu\text{s}$, $f_s = 4 \text{ kHz}$
 $f' = 1 \text{ kHz}$



M1 - 43



Pri digitalizaciji signala nastopi več pogreškov:

- ∞ **navideznost** zaradi prenizke frekvence vzorčenja, opogrešek **prekrivanja**,
- ∞ problem **ne-koherentnega** vzorčenja,
- ∞ čas merjenja **ni enak mnogokratniku** periode opazovanega signala,
- ∞ **ločljivost** v odvisnosti od časa merjenja,
- ∞ **kvantizacijska ločljivost**
- ∞ itd.



1.1.7.1 Teorem vzorčenja

(Shannonov, Kotelnikov, Nyquist, ...)

Za pravilno rekonstrukcijo signala mora biti **frekvenca vzorčenja dvakrat večja od najvišje frekvence** merjenega signala:

$$f_s > 2f_{\max}$$

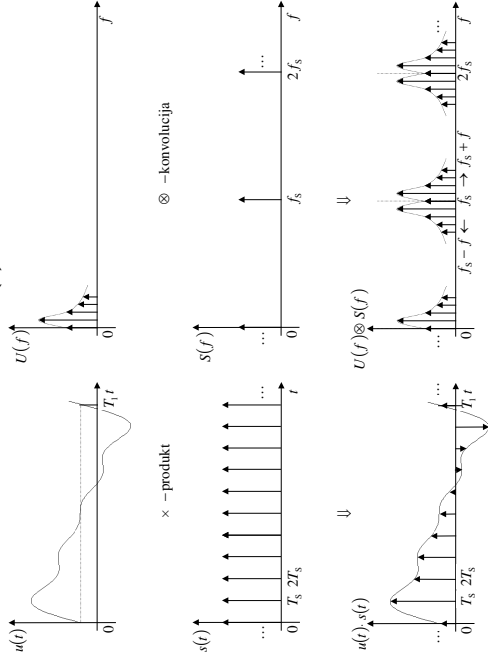
Pogrešku se izognemo z uporabo **predvzorčevalnih filtrov** (filtri proti **navideznosti** – anti-aliasing filters), ki omejijo največjo frekvenco v signalu na polovico vzorčne frekvence – **Nayquist-ovo frekvenco**.



M1 - 44



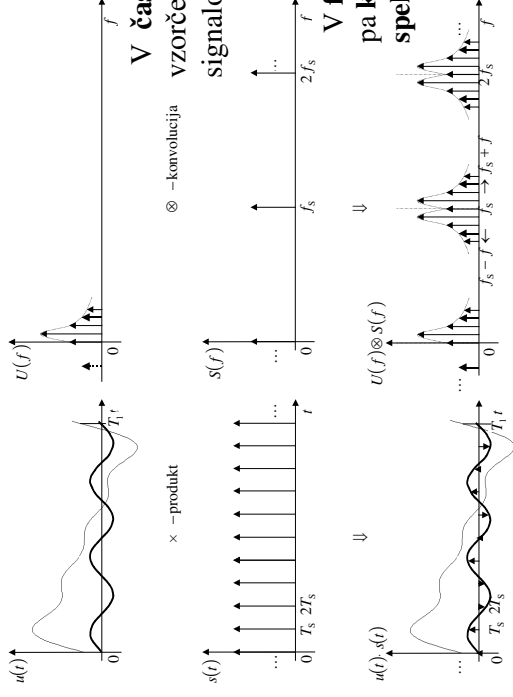
Vzorčenje je množenje merjenega signala $u(t)$ in vzorčevalne funkcije $s(t)$



Slika 1.18 Prikaz vzorčenja v časovnem in frekvenčnem prostoru



M1 - 45



V časovnem prostoru je vzorčenje enako množenju signalov $u(t)$ in $s(t)$.

V frekvenčnem prostoru pa konvoluciji (opleť) spektrov obeh signalov.

Spekter vzorčenega - moduiranega signala je širši od merjenega signala, ker se periodično ponavlja okoli mnogokratnikov vzorčne frekvence f_s .

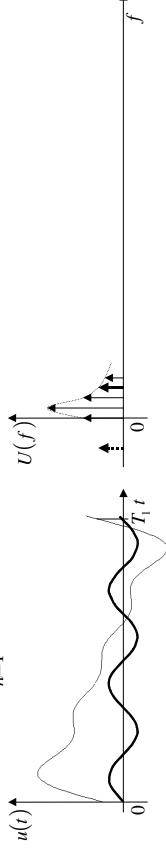


M1 - 47



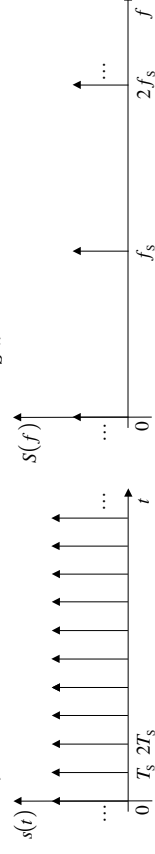
Merjeni signal naj bo omejen ($f_{\max} = Nf_1$):

$$u(t) = U_0 + \sum_{n=1}^N \hat{u}_n \sin n 2\pi f_1 t \quad f_1 = 1/T_1$$



Vzorčevalna funkcija je periodična **Diracova** funkcija:

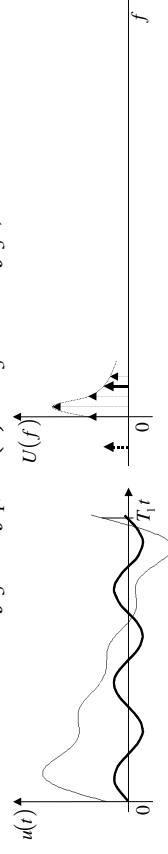
$$s(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta(t - lT_s) \Leftrightarrow S(f) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f - kf_s) \quad f_s = 1/T_s$$



M1 - 46



Primer: **n -ta harmonska** komponenta nf_1 (debela črta na sliki: $n = 3 \rightarrow f_3 = 3f_1$; $u(t) = \hat{u}_3 \sin 2\pi f_3 t$)



Sinus. signal zapišemo z **Eulerjevo** formulo: $\sin z = \frac{e^{jz} - e^{-jz}}{2j}$

Fourierjev par za eksp. funkcijo je: $e^{j2\pi f_3 t} \Leftrightarrow \delta(f - f_3)$

in od tod **Fourierjev par za sinusno funkcijo**:

$$u_3(t) = \hat{u}_3 \cdot \sin(2\pi f_3 t) \Leftrightarrow U_3(f) = \hat{u}_3 \frac{\delta(f - f_3) - \delta(f + f_3)}{2j}$$



M1 - 48



Imamo sinusni signal:

$$u_3(t) = \hat{u}_3 \cdot \sin(2\pi f_3 t) \quad \xleftrightarrow{F} \quad U_3(f) = \hat{u}_3 \frac{\delta(f - f_3) - \delta(f + f_3)}{2j}$$

in vzorčevalno funkcijo:

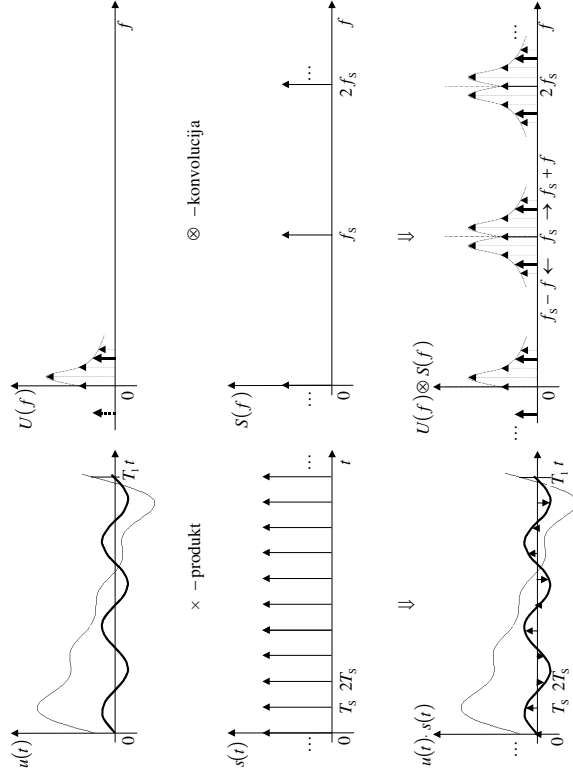
$$s(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta(t - lT_S) \quad \xleftrightarrow{F} \quad S(f) = \frac{1}{T_S} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f - kf_S)$$

V časovnem prostoru je vzorčenje enako **množenju** signalov $u(t)$ in $s(t)$.

$$[u_3(t)s(t)] = \hat{u}_3 \cdot \sin(2\pi f_3 t) \cdot \sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta(t - lT_S)$$



M1 - 49



M1 - 51



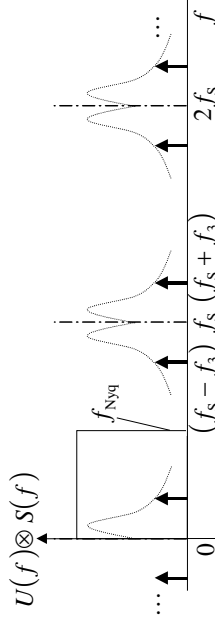
$$[u_3(t)s(t)] = \hat{u}_3 \cdot \sin(2\pi f_3 t) \cdot \sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta(t - lT_S)$$

V frekvenčnem prostoru pa konvoluciji (opleť) spektrov obeh signalov.

$$\begin{aligned} \xleftrightarrow{F} \quad F[u(t)s(t)] &= U_3(f) \otimes S(f) = \\ &= \hat{u}_3 \frac{\delta(f - f_3) - \delta(f + f_3)}{2j} \otimes \frac{1}{T_S} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f - kf_S) \\ &= \frac{\hat{u}_3}{2jT_S} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(kf_S - f_3) - \delta(kf_S + f_3) \\ &= K \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(kf_S - f_3) - \delta(kf_S + f_3) \end{aligned}$$

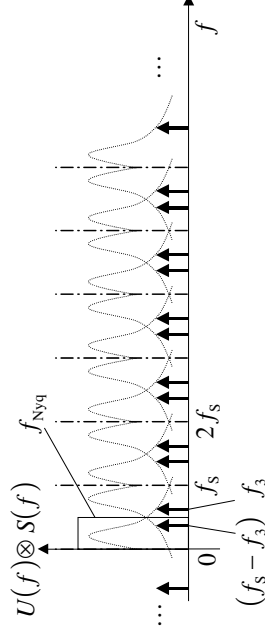


M1 - 50



Ker tega **spekter** v neskončnost in se **ponavlja**, je za pravilno rekonstrukcijo uporaben le **začetni del** spektra (do Nyquistove frekvence $f_{Nyq} = f_s/2$).

one sme se **prekrivati** z ostalimi delnimi spektri, opogrešek prekrivanj (aliasing).



M1 - 52



Primer: $f = 3 \text{ kHz}$, $f_s = 4 \text{ kHz}$

∞ spekter vzorčenega signala $K \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(kf_s - nf_1) - \delta(kf_s + nf_1)$:

nf_1	$\rightarrow$	3 kHz
$f_s - nf_1$	$\rightarrow$	$4 \text{ kHz} - 3 \text{ kHz}$
$f_s + nf_1$	$\rightarrow$	$4 \text{ kHz} + 3 \text{ kHz}$
$2f_s - nf_1$	$\rightarrow$	$2 \cdot 4 \text{ kHz} - 3 \text{ kHz}$
$2f_s + nf_1$	$\rightarrow$	$8 \text{ kHz} + 3 \text{ kHz}$

∞ do $f_s/2 = 2 \text{ kHz}$ leži le 1 kHz .

Splošno lahko zapišemo, da mora spekter rekonstruiranega signala ustrezati pogojema:

$$f' = |kf_s - nf_1| ; \quad f'' = f_s/2 \quad l = 1, 2, \dots$$



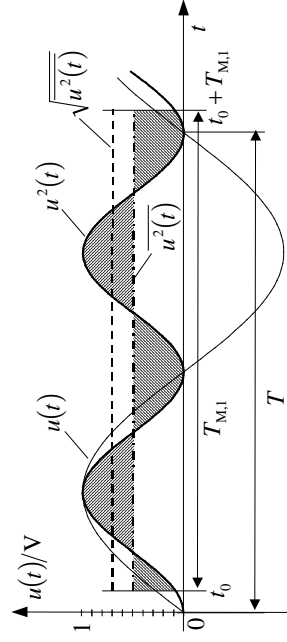
M1 - 53



∞ Uporabimo izraz $\sin^2(\omega t) = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t)$ in dobimo:

$$U = \hat{u} \sqrt{\frac{1}{T_{M,1}} \int_{t_0}^{t_0+T_{M,1}} \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t) dt} = \hat{u} \sqrt{\frac{1}{2T_{M,1}} \left(t - \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t \right) \Big|_{t_0}^{t_0+T_{M,1}}}$$

$$= \hat{u} \sqrt{\frac{1}{2T_{M,1}} \left(T_{M,1} - \frac{1}{2\omega} (\sin 2\omega(t_0 + T_{M,1}) - \sin 2\omega(t_0)) \right)} = \hat{u} \sqrt{\frac{1}{2T_{M,1}} T_{M,1}} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$$



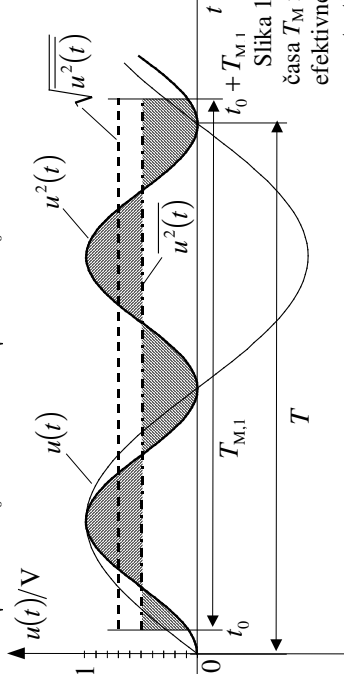
M1 - 55



1.1.7.2 Vpliv časa merjenja (T_M) na napako merjenja efektivne vrednosti sinusne oblike napetosti $u(t) = \hat{u} \sin \omega t$

∞ Kadar se čas merjenja ujema s periodo $T_{M,1} = T$, zapišemo:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T_{M,1}} \int_{t_0}^{t_0+T_{M,1}} u^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T_{M,1}} \int_{t_0}^{t_0+T_{M,1}} \hat{u}^2 \sin^2 \omega t dt} = \hat{u} \sqrt{\frac{1}{T_{M,1}} \int_{t_0}^{t_0+T_{M,1}} \sin^2 \omega t dt}$$



Slika 1.19 Vpliv integracijskega časa T_M na napako pri merjenju efektivne vrednosti sinusne oblike napetosti: $u(t)/V = 1 \cdot \sin \omega t$; $T_M = T$

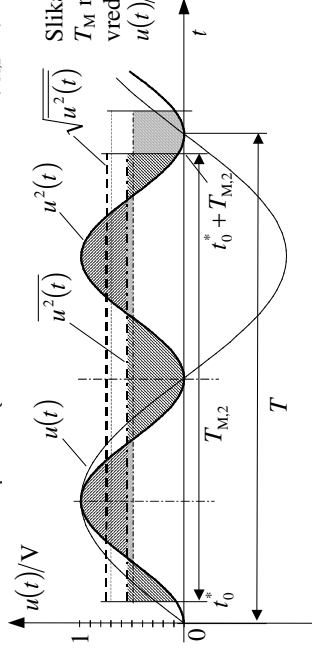
M1 - 54



Če se meji integrala ne ujemata s periodo $T_{M,2} \uparrow T$, zapišemo:

$$U' = \hat{u} \sqrt{\frac{1}{T_{M,2}} \int_{t_0}^{t_0+T_{M,2}} \sin^2 \omega t dt} = \hat{u} \sqrt{\frac{1}{2T_{M,2}} \left(t - \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t \right) \Big|_{t_0}^{t_0+T_{M,2}}}$$

$$= \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{T_{M,2}} \left(T_{M,2} - \frac{1}{2\omega} (\sin 2\omega(t_0 + T_{M,2}) - \sin 2\omega(t_0)) \right)}$$



Slika 1.20 Vpliv integracijskega časa T_M na napako pri merjenju efektivne vrednosti sinusne oblike napetosti: $u(t)/V = 1 \cdot \sin \omega t$; $T_M < T$



M1 - 56



$$U' = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{1}{2\omega T_{M,2}} \left(\sin(2\omega t_0 + 2\omega T_{M,2}) - \sin(2\omega t_0) \right)} =$$

$$= \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{1}{2\omega T_{M,2}} \left(\underbrace{\sin(2\omega t_0 + 2\omega T_{M,2})}_{\alpha} - \underbrace{\sin(2\omega t_0)}_{\beta} \right)}$$

∞ Uporabimo izraz $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$ in

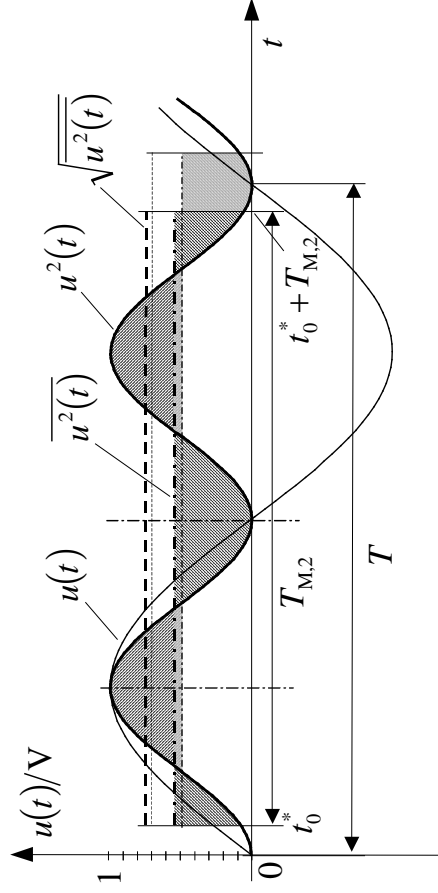
dobimo:

$$U' = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{1}{2\omega T_{M,2}} \left(2 \cos(2\omega t_0 + \omega T_{M,2}) \cdot \sin(\omega T_{M,2}) \right)}$$



M1-57

Sredina integracijskega intervala se ujema z največjo (ali najmanjšo) trenutno vrednostjo kvadrata napetosti.



Slika 1.20 Vpliv integracijskega časa T_M na napako pri merjenju efektivne vrednosti sinusne oblike napetosti $u(t)/V = 1 \cdot \sin \omega t$; $T_M < T$



M1-59

Če torej $T_{M,2} \uparrow T$, napišemo:

$$U' = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{1}{\omega T_{M,2}} \cos(2\omega t_0 + \omega T_{M,2}) \cdot \sin(\omega T_{M,2})}$$

Napaka pri merjenju je:

$$E = U' - U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{1 - \frac{1}{\omega T_{M,2}} \cos(2\omega t_0 + \omega T_{M,2}) \cdot \sin(\omega T_{M,2})} - 1 \right)$$

(oz. $\lambda = \pm(\neq, 2\neq, 3\neq, \dots)$)

∞ Ta je največja pri $2\omega t_0^* + \omega T_{M,2} = \lambda = 0$

$$\cos \lambda = 1 \quad \text{in} \quad E_{\max} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{1 - \frac{\sin(\omega T_{M,2})}{\omega T_{M,2}}} - 1 \right)$$

∞ ko je spodnja meja integrala: $t_0^* = \frac{\lambda - \omega T_{M,2}}{2\omega}$,

∞ zgornja pa: $t_0^* + T_{M,2} = \frac{\lambda + \omega T_{M,2}}{2\omega}$

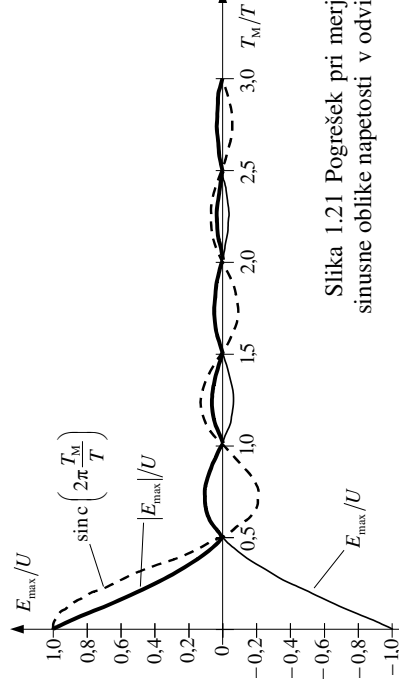


M1-58

Pogrešek je:

$$E_{\max} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{1 - \frac{\sin(\omega T_{M,2})}{\omega T_{M,2}}} - 1 \right) = U \left(\sqrt{1 - \operatorname{sinc} \left(2\pi \frac{T_{M,2}}{T} \right)} - 1 \right)$$

$$\operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$$



Slika 1.21 Pogrešek pri merjenju efektivne vrednosti sinusne oblike napetosti v odvisnosti od razmerja T_M/T



M1-60

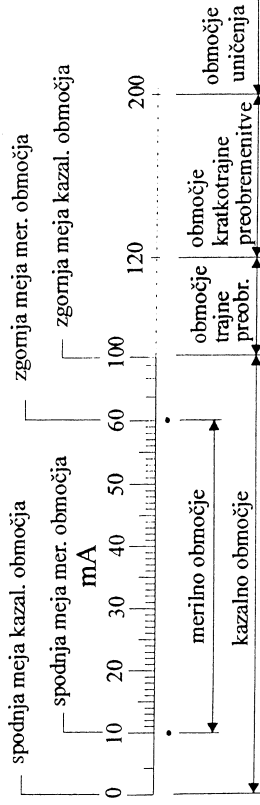
1.2 Bistvene lastnosti merilnih naprav

Pri izboru merilne opreme potrebujemo podatke o funkcionalnih lastnostih:

- ∞ **obratovalne** lastnosti
 - razlikujemo podatke, ki se nanašajo na **merjeno veličino** od podatkov za **vplivne** veličine.
- ∞ **merilne** lastnosti:
 - ∞ **statične** lastnosti
 - ∞ **prehodni** pojav je že izvenel,
 - ∞ **dinamične** lastnosti,
 - ∞ vhodna veličina se **hipoma spremeni** (aperiodični potek),
 - ∞ vhodna veličina se **periodično spreminja**



M1 - 61



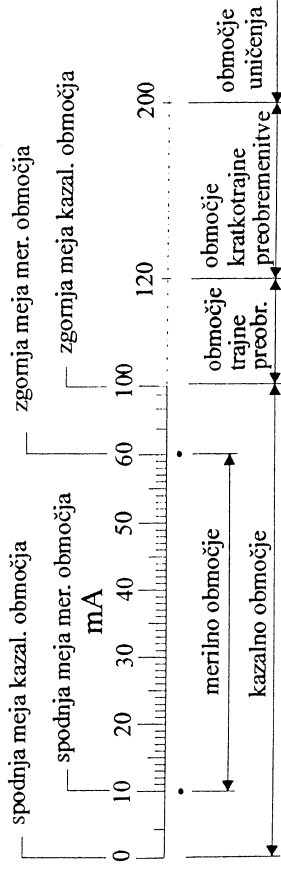
∞ območje **preobremenitev**,

∞ instrument prenese brez poškodb.



M1 - 63

1.2.1 Obratovalne lastnosti glede na merjeno veličino



Slika 1.22 Območje in meje merjene veličine

Ločimo:

- ∞ **kazalno** območje - celotno območje skale instrumenta,
- ∞ **merilno** območje - kjer instrument meri z označeno točnostjo (npr. **razred točnosti**).



M1 - 62



Pri **analognih** instrumentih poznamo **črtno skalo**,

- ∞ zaporedje črtic na številčni instrumenta,
- ∞ oštevilčenje.



Slika 1.23 Črtna skala instrumenta

Če ima instrument več območij uporabljamo za določitev kazanja **konstanto instrumenta**.

Primer: $0 \text{ mA} \dots 300 \text{ mA} \Rightarrow k_I = \frac{I_D}{y_D} = \frac{300 \text{ mA}}{6} = 50 \text{ mA}$

∞ odčitana vrednost (**neposredno kazanje**) $y = 2,34 \Rightarrow$

∞ izmerjena vrednost: $I_i = k_I y = 50 \text{ mA} \cdot 2,34 = 117 \text{ mA}$



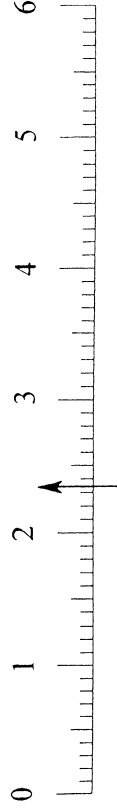
M1 - 64



Včasih se uporablja **skalna vrednost**

∞ kolikšna vrednost pripada enemu razdelku skale.

∞ Primer 60 razdelkov: $300 \text{ mA} / 60 = 5 \text{ mA}$

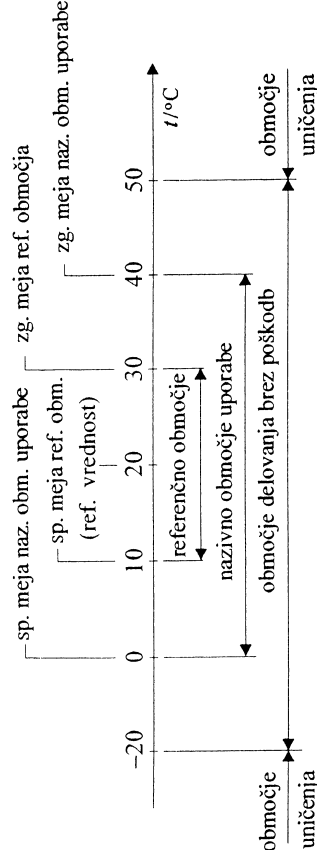


M1 - 65



1.2.2 Obratovalne lastnosti glede na vplivne veličine

Vplivna veličina je fizikalna veličina, ki jo merilni instrument ne meri, vpliva pa na kazanje (npr.: temperatura, frekvenca, položaj,...).



Slika 1.24 Območje in meje vplivne veličine

M1 - 67



Pri **digitalnih** instrumentih **digitalni prikazovalnik** kaže **številsko vrednost in enoto**.

Glede na to, katere vrednosti zavzame najbolj pomemben digit (MSD - **most significant digit**), ločimo:

∞ N - mestne, primeri $N = 3$:

∞ katerakoli cifra desetiškega sistema, največ 999

∞ $N \frac{1}{2}$ - mestne,

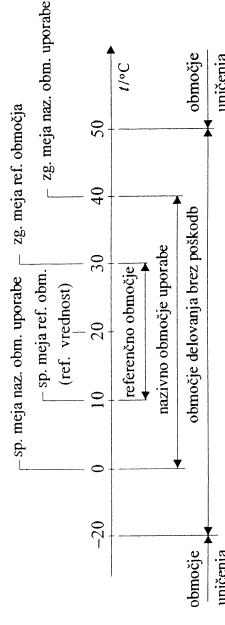
∞ prva cifra je lahko le 0 ali 1, največ 1999

∞ $N \frac{3}{4}$ - mestne,

∞ prva cifra je lahko 0, 1, 2 ali 3, največ 3999

Pogosto se obratno vrednost največjega kazanja navaja kot **ločljivost prikazovalnika**: 10^{-3} , $5 \cdot 10^{-4}$, $2,5 \cdot 10^{-4}$,

M1 - 66



Referenčna vrednost (območje) vplivne veličine je vrednost vplivne vel., pri kateri instrument meri z označeno točnostjo.

∞ merimo pri **referenčnih pogojih**,

V **nazivnem območje uporabe** se kazanje instrumenta spremeni v predpisanih mejah (npr.: odstopanje se poveča za dvakrat).

∞ razliko v kazanju imenujemo **spremenba kazanja** ali **variacija**.

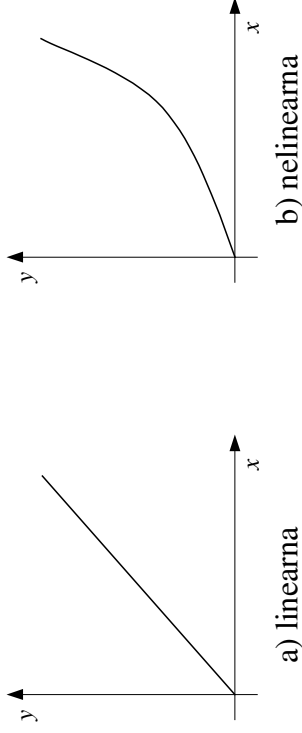
M1 - 68





1.2.3 Statične merilne lastnosti

Gre za odnos med **izhodno** y in **vhodno veličino** x , ko postaneta obe veličini od časa neodvisni.



Slika 1.25 Statični karakteristiki merilne naprave

Parameter povezave je **občutljivost**: $S = \frac{dy}{dx}$

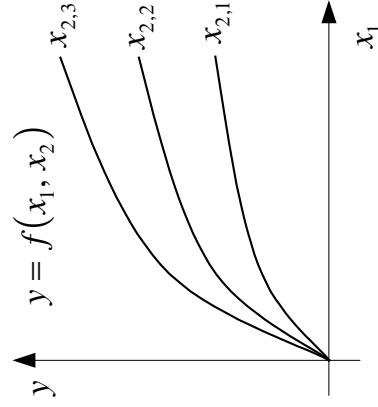


M1 - 69



Več vhodnih veličin:

∞ **polje karakteristik**:



Več **delnih** občutljivosti:

$$\begin{aligned} dy &= \frac{\partial y}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial y}{\partial x_2} dx_2 + \dots \\ \Rightarrow S_{x_1} &= \frac{\partial y}{\partial x_1}, \\ \Rightarrow S_{x_2} &= \frac{\partial y}{\partial x_2}, \dots \end{aligned}$$

Slika 1.26 Statična karakteristika merilne naprave z dvema vhodnima veličinama



M1 - 71



$S = \frac{dy}{dx}$ - razmerje **spremenbe** izhodne veličine in **spremenbe** vhodne veličine.

∞ navajamo v ustreznih **enotah**

∞ primer (občutljivi ampermeter):

$$S = \frac{dI}{dI} = \frac{\varnothing I}{\varnothing I} = \frac{2 \text{ mm}}{5 \text{ nA}} = 0,4 \text{ mm/nA}$$



M1 - 70



Druge vrste občutljivosti:

∞ z **relativno spremenbo** vhodne veličine (npr.: merilni mostiči in kompenzatorji):

$$S = \frac{\varnothing I}{\varnothing R/R} \quad \text{in} \quad S = \frac{\varnothing I}{\varnothing U/U}$$

$\varnothing I$ - sprememba toka ničelnega indikatorja



M1 - 72



Merilni prag:

- ∞ najmanjša sprememba vhodne veličine, pri kateri dobimo učinek na izhodu merilne naprave.

Ločljivost:

- ∞ vrednost vhodne veličine, ki jo še razločimo:
- ∞ ločljivost očesa pri analognih instrumentih,
- ∞ zadnje decimalno mesto pri digitalnih instrumentih.

$(\mathcal{Q}_y)_q$ - najmanjša sprememba izhodne veličine, ki jo razločimo

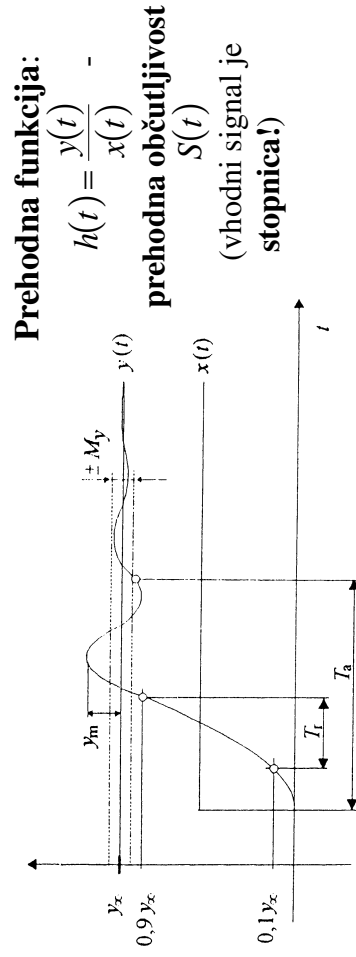
$(\mathcal{Q}_x)_q = (\mathcal{Q}_y)_q / S$ - pripadajoča sprememba vhodne veličine



M1 - 73

1.2.4 Dinamične merilne lastnosti

Tipična karakteristika pri hipni spremembi vhodne veličine:



Slika 1.27 Odziv merilne naprave na hipno spremembo vhodne veličine



M1 - 75

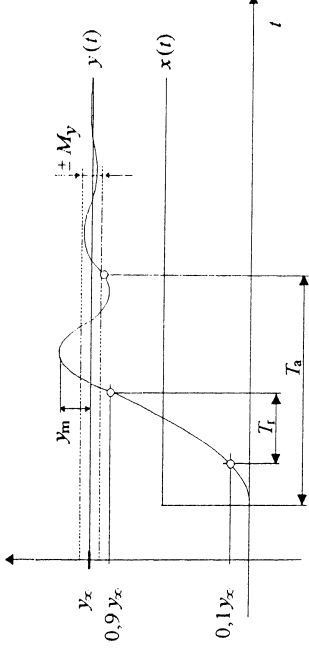


Primer:

- ∞ če ne vemo ali kaže 23,3 mA ali 23,4 mA, potem: sprememb od 23,25 mA do 23,45 mA ne ločimo in znaša ločljivost: 23,45 mA - 23,25 mA = 0,2 mA



M1 - 74



Karakteristični podatki za oceno odziva:

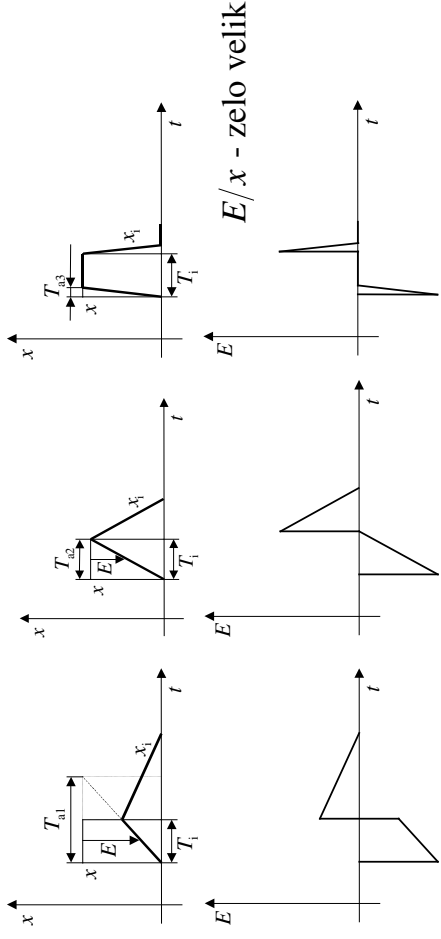
- ∞ **odzivni čas** T_a : od začetka do trenutka, ko ostane izhodna veličina **znotraj predpisanih mej** $\pm M_y$;
- ∞ **dvižni čas** T_r : ko **naraste** izhodna veličina od 10 % do 90 % končne vrednosti;
- ∞ **prenihanje** y_m : **največje odstopanje** od končne vrednosti.



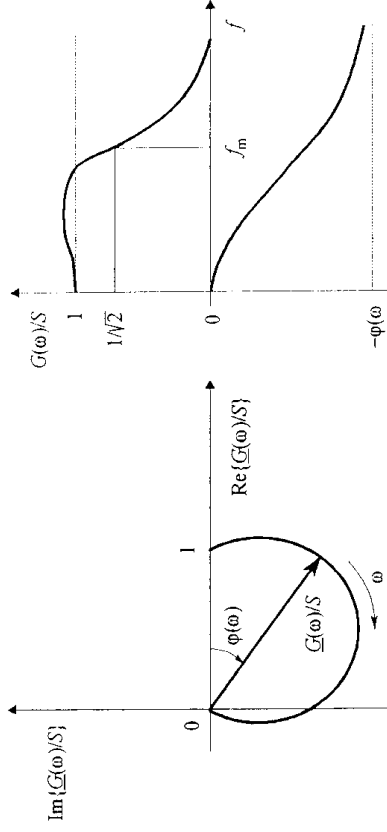
M1 - 76



Merjenje impulza in dinamični merilni pogrešek:



Slika 1.28 Merjenje impulza in dinamični merilni pogrešek pri različnih odzivnih časih mer. naprave: $T_{d1} = 2T_r$, $T_{d2} = T_r$, $T_{d3} = 0,2T_r$



Slika 1.29 Frekvenčna, amplitudna in fazna karakteristika

Frekvenčno karakteristiko delimo v:

- ∞ **amplitudno** (amplitudni odziv),
- ∞ **fazno** (fazni odziv).



Odzivanje merilne naprave na **sinusno obliko**.

- ∞ pri linearnih sistemih je izhod sinusne oblike (**amplituda in fazni kot** sta odvisna od frekvence).

Frekvenčna karakteristika:

$$\underline{G}(\omega) = \frac{\underline{Y}(\omega)}{\underline{X}(\omega)} = |\underline{G}(\omega)| e^{j\varphi(\omega)} = G(\omega) e^{j\varphi(\omega)}$$

- razmerje izhodne veličine $\underline{Y}(\omega)$ in vhodne veličine $\underline{X}(\omega)$ ima **kompleksni značaj**.

Kompleksna občutljivost $\underline{S}(\omega)$

- ∞ Pogosto jo **normiramo** s statično občutljivostjo $S = \underline{G}(0)$ (pri $\omega = 0$ ima vrednost 1)

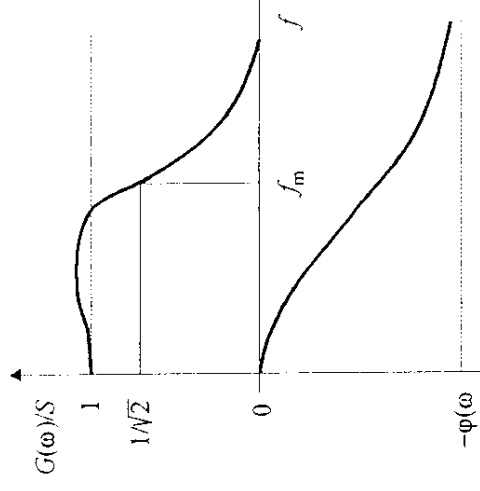


Karakteristični podatek:

∞ Frekvenčna meja

- ∞ kjer amplituda razmerja pade na $1/\sqrt{2}$ (za ca. 30%) proti dogovorjeni vrednosti

- primer: proti statični občutljivost $G(0) = S$
- ∞ ločimo **zgornjo** in **spodnjo** mejno frekvenco.



1.2.4.1 Povezava odzivnega časa in

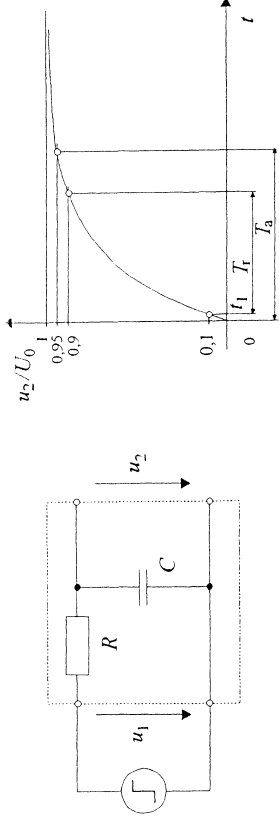
mejne frekvence

$$T_a \Leftrightarrow f_m$$

Med odzivnim časom ($M = \pm 5\%$) in zgornjo frekvenčno mejo

$$(1/\sqrt{2}) \text{ obstaja povezava: } T_a \oplus \frac{1}{2f_m}$$

Primer za člen prvega reda:



Slika 1.30 Poenostavljen model merilne naprave in odziv na stopnico

Frekvenčni prostor:

∞ odziv člena na sinusno vzbujanje (frekvenčna karakteristika):

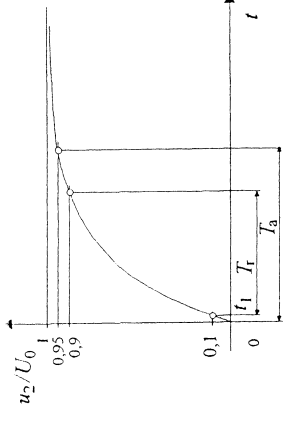
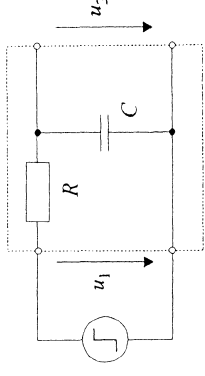
$$U_2 = U_1 \frac{1/j\omega C}{1/j\omega C + R} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{1 + j\omega\tau}$$

$$\text{oz. } \frac{U_2}{U_1} = \frac{e^{j\varphi}}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}}, \quad \varphi = -\arctg \omega\tau$$

∞ razmerje pade na $1/\sqrt{2}$ ($2\pi f_m \tau = 1$):

$$\frac{|U_2|}{|U_1|} = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f_m)^2 \tau^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow f_m = \frac{1}{2\pi\tau}$$

$$\text{Povezava med } f_m \text{ in } T_a: f_m = \frac{1}{2\pi(T_a/\ln 20)} = \frac{1}{2,097T_a} \oplus \frac{1}{2T_a}$$



Časovni prostor:

$$\infty \text{ odziv na stopnico: } u_2 = U_0(1 - e^{-t/\tau}), \quad \tau = RC;$$

∞ narast signala do 95%:

$$0,95U_0 = U_0(1 - e^{-T_a/\tau}) \Rightarrow T_a = \tau \ln 20 \oplus 3\tau$$

Povezava mejne frekvence f_m in dvižnega časa T_r :

$$\infty \text{ spodnji prag: } 0,1U_0 = U_0(1 - e^{-t_1/\tau}),$$

$$\infty \text{ zgornji prag: } 0,9U_0 = U_0(1 - e^{-(t_1+T_r)/\tau})$$

∞ povezava dvižnega časa in časovne konstante:

$$T_r = \tau \ln 9 = 2,2\tau$$

∞ povezava mejne frekvence in dvižnega časa:

$$f_m = \frac{1}{2\pi(T_r/\ln 9)} = \frac{0,35}{T_r}$$

Primer:

$$f_m = 10\text{MHz} \Rightarrow T_r = \frac{0,35}{10\text{MHz}} = 35\text{ns}$$



Prevajalno funkcijo se pogosto podaja s frekvenco v razmerju proti mejni frekvenci:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{1 + jf/f_m} \Rightarrow \frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_1} = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_m)^2}}$$

$$\infty \text{ upošteevamo: } \omega\tau = 2\pi f_m \tau f / f_m = f / f_m$$

V verigo (**kaskado**) zaporedno vezana dva člena – frekvenčna odziva se množi:

$$\frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_{m1})^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_{m2})^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_m)^2}}$$

∞ pri vzbujanju z $f = f_m$ velja:

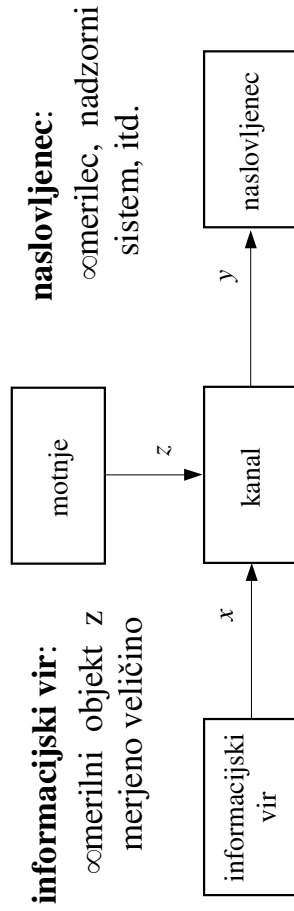
$$[1 + (f_m/f_{m1})^2][1 + (f_m/f_{m2})^2] = 2$$



M1 - 85

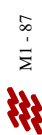
1.2.5 Lastnosti merilnih naprav v informacijskem prostoru

Merilno napravo lahko obravnavamo tudi kot komunikacijski kanal:



Slika 1.31 Prenos signala (**motnje** se kažejo v **merilnem pogrešku**)

Določeni vrednosti **oddanega** signala pripada **območje** vrednosti **sprejetega** signala.



M1 - 87



$$[1 + (f_{ms}/f_{m1})^2][1 + (f_{ms}/f_{m2})^2] = 2$$

∞ po množenju dobimo:

$$(f_{ms}/f_{m1})^2 + (f_{ms}/f_{m2})^2 + (f_{ms}/f_{m1})^2 (f_{ms}/f_{m2})^2 = 1$$

∞ ker je $f_{ms}/f_{m1} < 1$ in $f_{ms}/f_{m2} < 1$, zapišemo:

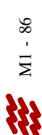
$$(f_{ms}/f_{m1})^2 + (f_{ms}/f_{m2})^2 \oplus 1$$

$$\text{in dobimo znani odnos: } \frac{1}{f_{ms}^2} \doteq \frac{1}{f_{m1}^2} + \frac{1}{f_{m2}^2}$$

∞ izraženo z **dvižnim časom**:

$$\frac{1}{(0,35/T_{rs})^2} = \frac{1}{(0,35/T_{r1})^2} + \frac{1}{(0,35/T_{r2})^2} \Rightarrow T_{rs}^2 = T_{r1}^2 + T_{r2}^2$$

$$T_{rs}^2 = T_{r1}^2 + T_{r2}^2 + \dots + T_{rm}^2$$

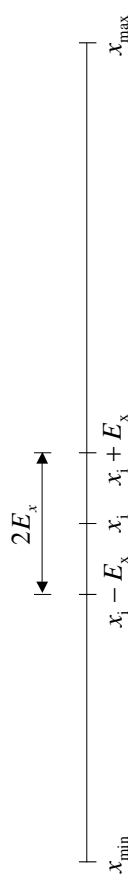


M1 - 86

Razlikujemo **m neodvisnih** stopenj - **amplitudnih** stopenj:

$$m = 1 + \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2E_x}$$

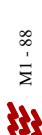
- $\infty x_{\max} - x_{\min}$ - območje merilnih vrednosti,
- $\infty \pm E_x$ - merilni pogrešek. Je konstanten, če **ni odvisen** od vrednosti merjene veličine.



Slika 1.32 Števílo amplitudnih stopenj

Kadar je E_x **odvisen** od vrednosti merjene veličine, zapišemo:

$$m = 1 + \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \frac{dx}{2E_x(x)}$$



M1 - 88

$$m = 1 + \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \frac{dx}{2E_x(x)}$$

Pimer digitalni mer. inst.: $E_x = \pm(ax+b)$

$$m = 1 + \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \frac{dx}{2(ax+b)} = 1 + \frac{1}{2a} \ln \frac{ax_{\max} + b}{ax_{\min} + b}$$

∞ enica izraža dejstvo, da je število stopenj za eno večje od intervalov (začetek štetja).

Množina informacije: $S = \text{lb}m$ - dvojiški logaritem od m v enoti **bit**.

∞ Odvisna od stopnje **zmanjšanja intervala nedoločenosti** okoli prave vrednosti!

∞ **Bolj ko zmanjšamo** interval $x_{\max} - x_{\min} \rightarrow 2E_x$, **več informacije** dobimo.



M1 - 89



Kapaciteta merilnega kanala – informacijska karakteristika merilne naprave:

$$C_k = \frac{S_{\max}}{T_M} = \frac{1}{T_M} \text{lb}m_{\max} = 2f_m \text{lb}m_{\max}$$

∞ **Maksimalno** število amplitudnih stopenj na merilnem območju:

$$m_{\max} = 1 + \frac{x_D}{2E_x}, \quad x_D = x_{\max} - \text{merilno območje } (x_{\min} = 0)$$

∞ če je pogrešek linearno odvisen od izmerjene

$$\text{vrednosti: } m_{\max} = 1 + \frac{1}{2a} \ln \left(\frac{ax_D}{b} + 1 \right)$$

Informacijski pretok ne more biti večji kot kapaciteta kanala:

$$I \leq C_k$$



M1 - 91



Hitrost prenašanja sporočil je **omejena**.

$$\text{Informacijski pretok: } I = \frac{S}{T_M} = \frac{1}{T_M} \text{lb}m$$

T_M - čas ene meritve:

- pri analognem odzivu: $T_M = T_a$ - odzivni čas
- pri digitalnem postopku: $T_M = T_s$ - vzorčni čas,
 $\infty T_a = 1/(2f_m) \Rightarrow T_s = 1/(2f_m)$

∞ I izrazimo z **mejno frekvenco**:

$$I = 2f_m \text{lb}m$$



M1 - 90



Zgled - voltmeter:

- merilno območje: $(0...30)\text{V}$,
- pogrešek: $E_U = \pm(0,007\%U + 4\text{dig})$,
 ∞ ločljivost: $100\mu\text{V}$,
- hitrost merjenja: 3,7 meritve na sekundo.

∞ število amplitudnih stopenj:

$$m_{\max} = 1 + \frac{1}{2a} \ln \left(\frac{ax_D}{b} + 1 \right) = 1 + \frac{1}{2 \cdot 7 \cdot 10^{-5}} \ln \left(\frac{7 \cdot 10^{-5} \cdot 30\text{V}}{4 \cdot 100\mu\text{V}} + 1 \right) = 13091$$

∞ največja množina informacije:

$$S_{\max} = \text{lb}m_{\max} = \text{lb}13091 = 13,7\text{bit}$$

$$\infty \text{ kapaciteta kanala: } C_k = \frac{S_{\max}}{T_M} = \frac{13,7\text{bit}}{1\text{s}/3,7} = 50,6\text{bit/s}$$



M1 - 92



1.3 Osnovni parametri časovno spremenljivih veličin

Veličine, ki jih merimo, se v splošnem spreminjajo - **dinamične veličine**

- ∞ Če se veličine s časom zelo počasi spreminjajo, jih imenujemo **kvazistatične**.

Delimo jih še na to, ali lahko matematično **opišemo trenutne vrednosti** veličin ali ne:

- ∞ **deterministične**,
- ∞ **nedeterministične** – naključne (stohastične).

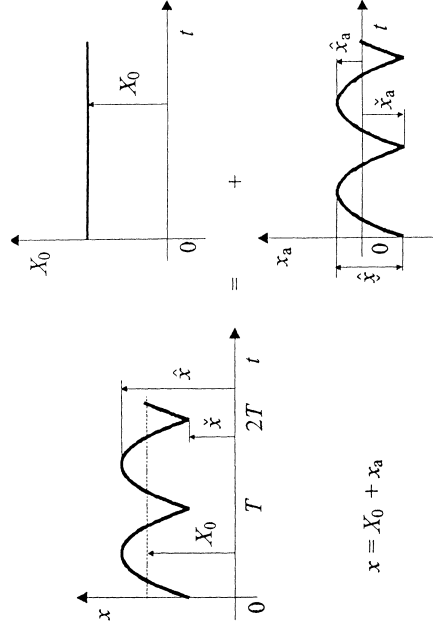


M1 - 93

1.3.1 Periodične veličine in najbolj uporabljeni parametri v časovnem prostoru

Pulzirajoča

veličina je sestavljena iz **enosmerne** in **izmenične** komponente:



Slika 1.34 Pulzirajoča veličina



M1 - 95



Kadar se **pomembni parametri** dinamičnih veličin (**aritmet. srednja vrednost**, **efektivna vrednost**, itn.) s časom **spreminjajo**, ločimo signale na:

- ∞ **stacionarne**,
- ∞ **nestacionarne**.



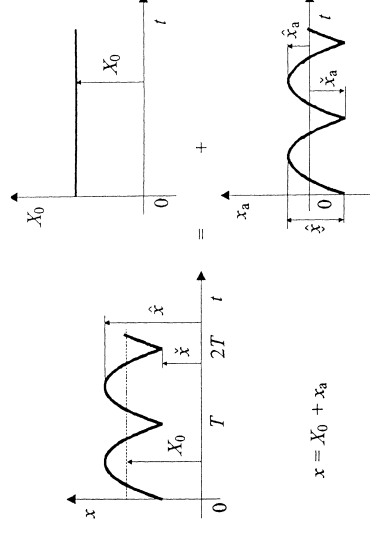
M1 - 94

Slika 1.33 Nekatere vrste signalov

STACIONARNI	DETERMINISTIČNI	NEDETERMINISTIČNI
	opisujemo jih v časovnem in frekvenčnem prostoru	opisujemo jih v frekvenčnem prostoru; zanimivi za prenos informacij
periodični		
neperiodični		
	/stikalni manevar/	/govor, glasba/



Maksimalno vrednost označujemo z $\hat{x}$ ali x_m ,
Minimalno vrednost označujemo z $\check{x}$ ali x_{min} ,
Enosmerno komponento označujemo z X_0 ,
Izmenično komp. pa z x_a



Aritmetična srednja vrednost – povprečna vrednost – je

enaka **enosmerni** komponenti: $\bar{X} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt = X_0$,

∞ ker je povprečna vrednost x_a nič: $\bar{X}_a = \frac{1}{T} \int_0^T x_a(t) dt = 0$



M1 - 96



Efektivna vrednost pulzirajoče veličine: $X = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt}$

∞ če upoštevamo $x(t) = X_0 + x_a(t)$, dobimo:

$$X = \sqrt{X_0^2 + X_a^2}$$

∞ kjer je $X_a = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x_a^2(t) dt}$ efektivna vrednost izmenične komponente.

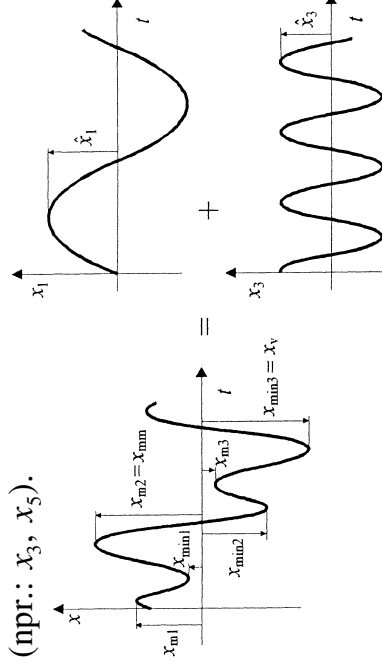


M1 - 97



1.3.2 Izmenična veličina

∞ kadar periodična veličina **nima enosmerne** komponente.
Sestavljena je iz: **osnovne komponente** x_1 in **harmonskih komponent** (npr.: x_3, x_5).



Slika 1.35 Izmenična veličina



M1 - 99



Če pulzirajoča veličina **ne spreminja predznaka**, jo imenujemo **valovita veličina**.

Kadar je enosmerna komponenta primarnega pomena, podamo **valovitost** na tri načine:

∞ pulzacijski faktor: $p = \frac{X_a}{X}$,

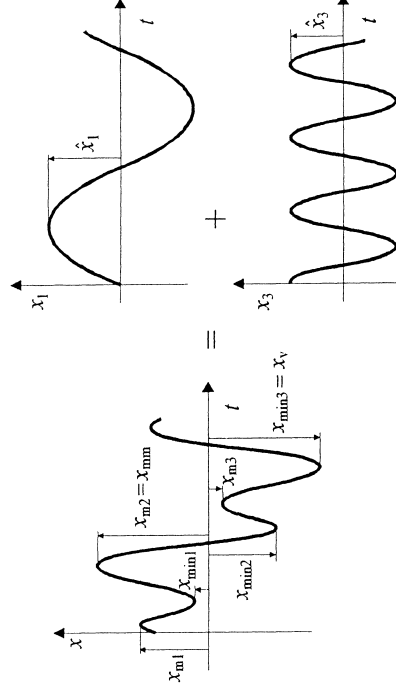
∞ temenska valovitost: $q = \frac{x_e}{|X_0|}$,

∞ **efektivna valovitost**: $r = \frac{X_a}{|X_0|}$

∞ najbolj pogosto uporabljen faktor.



M1 - 98



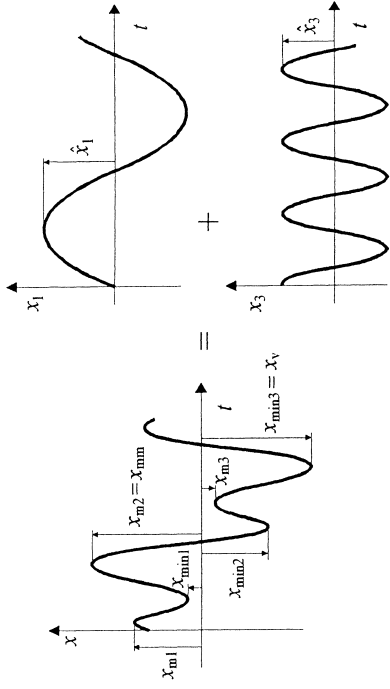
∞ maksimalne vrednosti: X_{m1}, X_{m3}, X_{m5} ;

∞ minimalne vrednosti: $X_{min1}, X_{min3}, X_{min5}$;

∞ **temenska** vrednost – največja maksimalna v.: x_{mm} ali $\hat{x}$;



M1 - 100



- ∞ **dolinska** vrednost – najmanjša minimalna v.: x_v ali $\bar{x}$;
- ∞ **temensko-dolinska** vrednost (x_{pp} ...peak-to-peak): x_e ali $\hat{x}$;



M1 - 101

Temenski faktor:

$$C = \frac{x_{\min}}{X}$$

- ∞ pomemben parameter za **instrumente** z **usmerniki**, ki se odzivajo na temenske vrednosti.

Večina enosmernih instrumentov s polprevodniškimi usmernikom se odziva na **usmerjeno vrednost**:

$$X_r = \overline{|x|} = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)| dt$$

Oblikovni faktor nam poda razmerje učinkovite in usmerjene vrednosti: $F = \frac{X}{X_r}$ (inst. z usmerniki, ločitev izgub, ...)



M1 - 103



- ∞ **delež osnovne** komponente: $f = \frac{X_1}{X}$ - kolikšna je učinkovita vrednost osnovne komponente v primerjavi s celotno učinkovito vrednostjo.

Harmonsko popačenje (harmonski faktor, faktor distorzije, faktor popačenja, klirr faktor, THD- Total harmonic distortion):

$$h_{\text{IEC}} = \frac{X_h}{X_1} = \frac{\sqrt{X_2^2 + X_3^2 + \dots}}{X_1} = \sqrt{\frac{X^2 - X_1^2}{X_1^2}}$$

- ∞ kolikšna je učinkovita vrednost (vseh) harmonskih komponent v primerjavi z osnovno.

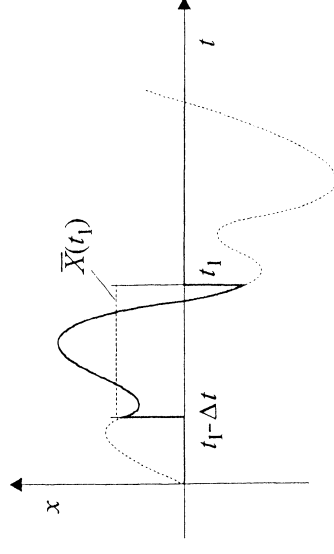
$$h_{\text{DIN}} = \frac{\sqrt{X^2 - X_1^2}}{X} - \text{primerjava s celotno učinkovito vred.}$$



M1 - 102

Tekoča povprečna vrednost je odvisna od širine opazovanja

$$\bar{x}(t) \text{ in položaja v periodi: } \bar{X}(t) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t}^t x(u) du$$



Slika 1.36 Tekoča povprečna vrednost

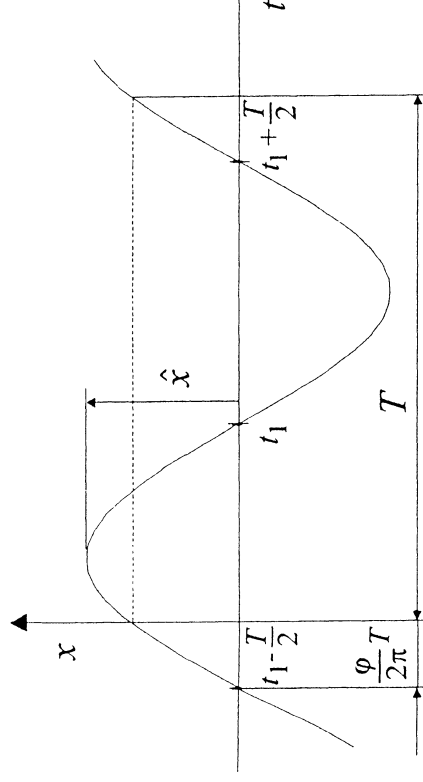


M1 - 104



Osnovna oblika izmenične veličine je sinusne oblike:

$$x = \hat{x} \sin(\omega t + \varphi), \quad \omega = 2\pi f = 2\pi/T - \text{krožna frekvenca}$$



Slika 1.37 Sinusna veličina

M1 - 105



Efektivna vrednost sinusne veličine:

$$X = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_1-T/2}^{t_1+T/2} x^2(t) dt} = \sqrt{\frac{2}{T} \int_{t_1-T/2}^{t_1} x^2(t) dt} = \sqrt{\frac{2\hat{x}^2}{\omega T} \int_{t_1-T/2}^{t_1} \sin^2(\omega t + \varphi) d\omega t}$$

$$\infty \text{ kar da: } X = \frac{\hat{x}}{\sqrt{2}}$$

Oblikovni faktor sinusne veličine:

$$F_0 = \frac{X}{X_r} = \frac{\hat{x}/\sqrt{2}}{2\hat{x}/\pi} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \oplus 1,11$$

Temenski faktor sinusne veličine:

$$C_0 = \frac{\hat{x}}{X} = \frac{\hat{x}}{\hat{x}/\sqrt{2}} = \sqrt{2} \oplus 1,414$$

M1 - 107



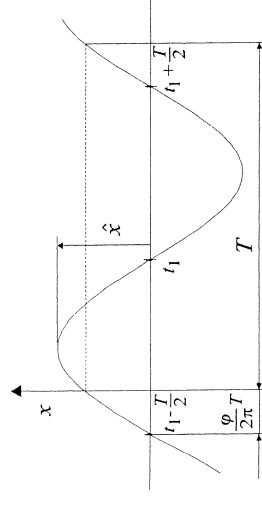
Usmerjena vrednost sinusne veličine:

$$X_r = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)| dt = \frac{1}{T} \left[\int_{t_1-T/2}^{t_1} x(t) dt - \int_{t_1}^{t_1+T/2} x(t) dt \right]$$

∞ ker sta oba dela enaka, zapišemo:

$$X_r = \frac{1}{T/2} \int_{t_1-T/2}^{t_1} x(t) dt = \frac{2\hat{x}}{\omega T} \int_{t_1-T/2}^{t_1} \sin(\omega t + \varphi) d\omega t$$

$$\infty \text{ kar da: } X_r = \frac{2}{\pi} \hat{x}$$



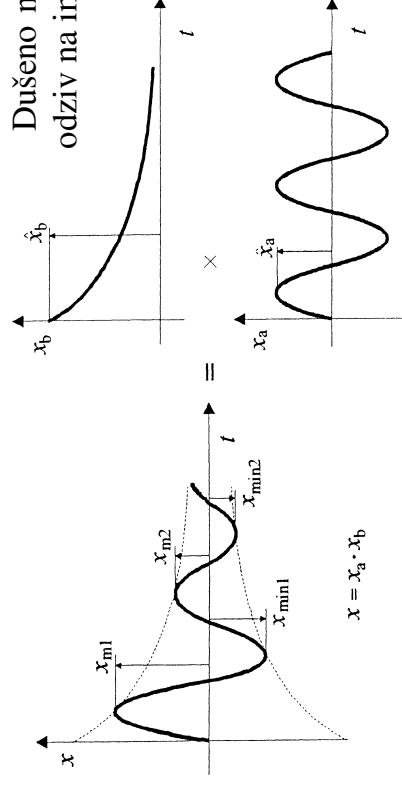
M1 - 106



1.3.3 Neperiodične veličine

- ∞ se ne obnavljajo identično v enakih časovnih intervalih,
- ∞ opis **prehodnih pojavov**.

Dušeno nihanje kot odziv na impulz.



Slika 1.38 Neperiodična veličina

M1 - 108

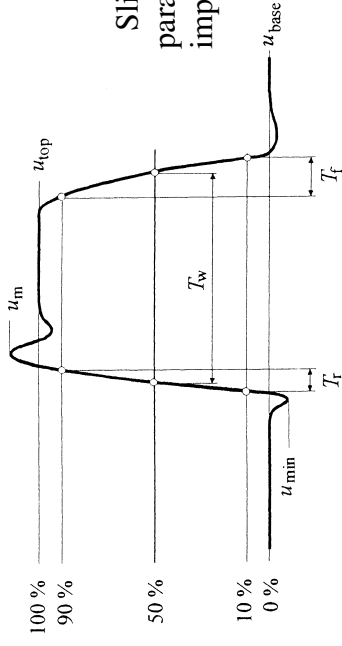




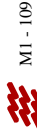
Parametri napetostnih impulzov:

- ∞ izhiščna parametra:
 - ∞ osnovni ali **spodnji** nivo (u_{base} , 0%),
 - ∞ **zgornji** nivo (u_{top} , 100%),

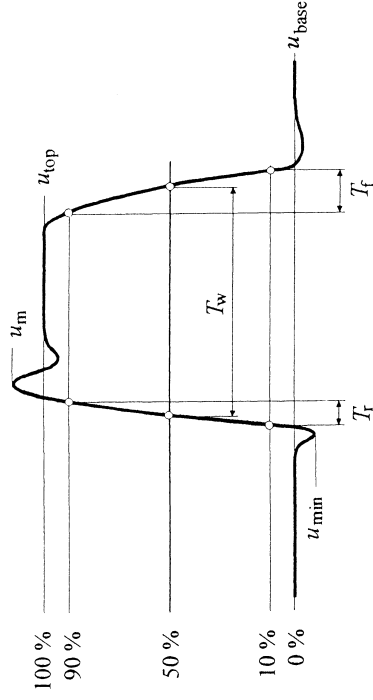
∞ **prevladujoči** vrednosti v histogramu



Slika 1.39 Nekateri parametri napetostnega impulza



M1 - 109

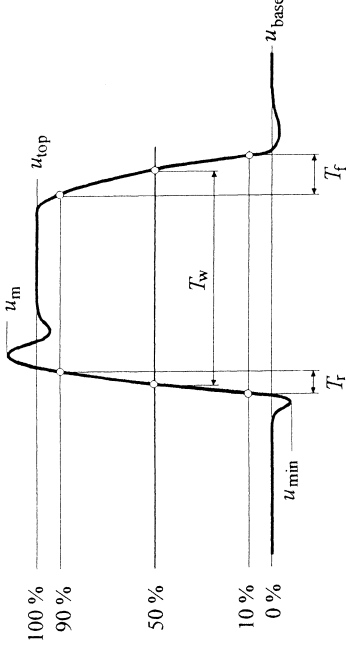


Ugotovimo lahko tudi nivo 50%, ki določa **širino impulza** T_w .

- ∞ Pri ponavljajočih pulzih je to nivo za merjenje in določanje **periode, frekvence** in **relativne širine** impulza.



M1 - 111



∞ Če ni prevladujočih vrednosti, je $u_{\text{base}} = u_{\text{min}}$ in $u_{\text{top}} = u_{\text{m}}$.

Z obema izhodiščnima nivojema 0% in 100% sta določena tudi **nivoja** 10% in 90% za določitev **dvižnega časa** T_r in **upadnega časa** T_f .



M1 - 110



Dvižni rob je popoln:

- ∞ če prečka v pozitivni smeri 10% nivo,
- ∞ 50% nivo lahko tudi večkrat (v pozitivni in negativni smeri),
- ∞ in 90% nivo, ne da bi dodatno prečkal 10% nivo.

Upadni rob

- ∞ definiran podobno kot dvižni rob le v negativni smeri (90% → 50% → 10%).



M1 - 112



2. Pogreški pri merjenju in merilna negotovost

Kljub 'objektivnosti' merilnega postopka ne dobimo prave vrednosti veličine. Vzroki:

- ∞ učinki **vplivnih** veličin,
- ∞ **nepopolnost** merilnih metod,
- ∞ **nepopolnost** merilnih naprav, ...



M2 - 1



Primer:

- ∞ izmerjena vrednost: $C_i = 62,7 \text{ nF}$;
- ∞ prava vrednost: $C = 63,4 \text{ nF}$;
- ∞ absolutni pogrešek: $E = C_i - C = 62,7 \text{ nF} - 63,4 \text{ nF} = -0,7 \text{ nF}$
- ∞ relativni pogrešek: $e = \frac{C_i - C}{C} = \frac{-0,7 \text{ nF}}{63,4 \text{ nF}} = -0,011 = -1,1\%$

Pri merah je pogrešek definiran kot:

- ∞ **razlika nazivne** (označene) vrednosti in **prave** vrednosti.

Primer:

- ∞ nazivna vrednost uporavnega etalona: $R_N = 1000$;
- ∞ s precizno napravo ugotovljena prava vrednost: $R = 999,7$
- ∞ pogrešek: $E = R_N - R = 1000 - 999,7 = 0,3$,
 $e = 3 \cdot 10^{-4}$ ali $e = 0,03\%$



M2 - 3



Opravka imamo z **merilnim** pogreškom.

- ∞ **Absolutni** (merilni) **pogrešek** podan z enotami:

$$E = x_i - x$$

- ∞ **Relativni** (merilni) **pogrešek** v razmerju do (delovne) prave vrednosti:

$$e = \frac{E}{x} = \frac{x_i - x}{x}$$

- ∞ podan v procentih ($1\% = 10^{-2}$) je **procentualni** pogrešek:

$$e = 100 \frac{E}{x} \% = 100 \frac{x_i - x}{x} \%$$

- ∞ tudi v **promilih** ($1\text{‰} = 10^{-3}$) in **milijoninkah** (ppm – part per million: $1 \text{ ppm} = 10^{-6}$).

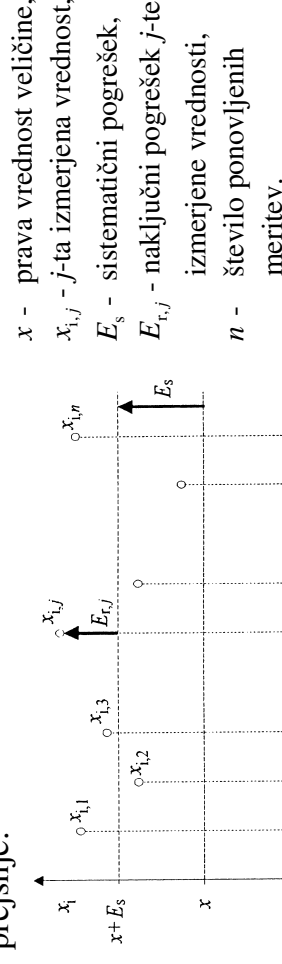


M2 - 2



2.1 Sistematični in naključni pogrešek

Če se meritev ponovi z isto merilno napravo, pod enakimi pogoji, se **nova izmerjena vrednost** v splošnem **razlikuje** od prejšnje.



Slika 2.1 Potek izmerjenih vrednosti pod enakimi pogoji



M2 - 4



Ločimo:

- ∞ **sistematični** pogrešek – meritev je **nepravilna**,
 - ∞ vzrok povzroča **nespremenjeni** učinek,
 - ∞ načeloma **ugotovljiv** in ga lahko izločimo.
- ∞ **naključni** pogrešek – meritev je **nenatančna**,
 - ∞ vzroki povzročajo **naključno** razpršenost izmerjenih vrednosti,
 - ∞ naključnega pogreška **ne moremo** kompenzirati.



M2 - 5



Povezava med izmerjeno in pravo vrednostjo:

$$x_{i,j} = x + E_j = x + E_s + E_{r,j}$$

∞ **aritmetična sredina** izmerjenih vrednosti:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{i,j} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x + E_s + E_{r,j}) = x + E_s + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n E_{r,j}$$

∞ ker je **pogostost** nastopa naključnih **pozitivnih in negativnih** pogreškov **enaka**, se njihov **vpliv s ponavljanjem manjša**:

$$n \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n E_{r,j} \rightarrow 0$$

∞ če je število ponovitev **pod 'enakimi' pogoji** veliko:

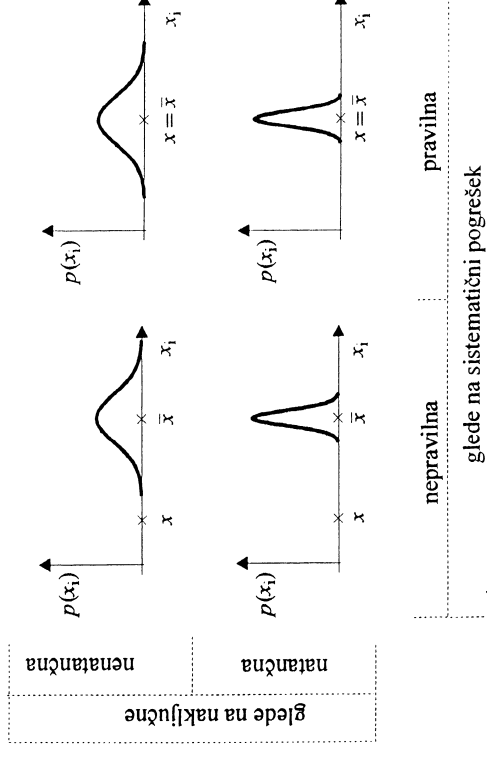
$$n \rightarrow \infty \Rightarrow \bar{x} = x + E_s$$



M2 - 7



Točna meritev je **pravilna** in **natančna**.



Slika 2.2 Meritev glede na vpliv sistematičnega in naključnih pogreškov



M2 - 6



$$n \rightarrow \infty \Rightarrow \bar{x} = x + E_s \Rightarrow E_s = \bar{x} - x$$

∞ **aritmetična sredina** neskončne množice izmerjenih vrednosti še **ni enaka** pravi vrednosti!

∞ poglavitni vir netočnosti je **sistematični pogrešek**!

∞ **odkrivamo** ga:

- ∞ z različnimi metodami,
- ∞ **spreminjamo** posamezne **dele** merilne naprave,
- ∞ **spreminjamo** vplivne veličine,
- ∞ **primerjamo** z meritvami **drugih** laboratorijev.

∞ v celoti ga ne moremo odpraviti!

∞ **znižamo** ga do tiste mere, ki je zahtevana ali **gospodarsko upravičena**.



M2 - 8



Pogrešek naj bo tolikšen, da še omogoča pravilno sklepanje in nadaljnje odločitve.

Korekcija ali popravek je enak odkritemu sistematičnega pogreška z nasprotnim predznakom.

- ∞ ker sistematski pogrešek ni v popolnosti znan, tudi **korekcija ni popolna.**

Grobi pogreški:

- ∞ odčitavanje na napačni skali,
- ∞ napačna raba instrumentov,
- ∞ napačno računanje,
- ∞ pokvarjena merila, ...



M2 - 9



$$y + dy = f(x + dx)$$

- ∞ po razvoju desne strani v **Taylorjevo vrsto** in **zanemaritvi** členov drugega in višjega reda dobimo:

$$y + dy = f(x) + \underline{f'(x)dx} + f''(x)\frac{d^2x}{2!} + \dots$$

$$\infty \text{ in od tod: } dy = f'(x)dx$$

$$\text{oz. } Qy = f'(x)Qx \text{ (končne spremembe)}$$

- če je Qx majhna, smemo člene višjih redov zanemariti!



M2 - 11



2.1.1 Razširjanje pogreškov

Sistematični in naključni pogrešek **pri posredno** merjeni veličini (npr.: $R = U/I$, $P = UI \cos \varphi$)

- ∞ določimo ga s pogreški neposredno merjenih veličin - **razširjanje pogreškov.**

- ∞ zanima nas, kako posamezna **neposredno** merjena veličina **vpliva na posredno** merjeno veličino?

$$y = f(x)$$

Sprememba x za dx povzroči spremembo y za dy :

$$y + dy = f(x + dx)$$



M2 - 10



Kadar je posredno merjena veličina **funkcija N spremenljivk:**

$$Qy = \frac{\partial y}{\partial x_1} Qx_1 + \frac{\partial y}{\partial x_2} Qx_2 + \dots + \frac{\partial y}{\partial x_N} Qx_N = \sum_{i=1}^N \frac{\partial y}{\partial x_i} Qx_i$$

- ∞ **Sistematični pogrešek** posredno merjene veličine dobimo iz sistematičnih pogreškov neposredno merjenih veličin.

$$E_{s,y} = \frac{\partial y}{\partial x_1} E_{s,1} + \frac{\partial y}{\partial x_2} E_{s,2} + \dots + \frac{\partial y}{\partial x_N} E_{s,N} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial y}{\partial x_i} E_{s,i}$$

ocenačba ima pomen **pri močno nelinearnih** sistemih.

- ∞v praksi **korigiramo** sistematske pogreške že **pri neposredno** merjenih veličinah.

- ∞ Ker je narava **naključnih pogreškov** drugačna (predznak in velikost nista znana) se drugače razširjajo - geometrično



M2 - 12



2.2 Statistična obdelava izmerjenih vrednosti

Iz vrste meritev, ki so **ponovljene pod enakimi pogoji**, dobimo najboljšo **oceno za pravo** vrednost.

Na osnovi **vzorca** (končno število izmerkov) **spoznamo lastnosti celotne** populacije (neskončno število meritev).

- ∞ **predvidimo** lahko pričakovane **rezultate bodočih merjenj** pod enakimi pogoji.
- ∞ sistematični pogrešek ne moremo odpraviti!



M2 - 13



Pri velikem n je eksperimentalni standardni odklon enak **srednji kvadratični vrednosti** naključnih pogreškov:

$$n \rightarrow \infty \Rightarrow x_{i,j} - \bar{x} = (x + E_s + E_{r,j}) - (x + E_s) = E_{r,j}$$

in zato:

$$s(x) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (x_{i,j} - \bar{x})^2}{n-1}} \oplus \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n E_{r,j}^2}{n-1}}$$

- ∞ Standardni odklon se od izmerka do izmerka ne spreminja.
- ∞ Je **ocena za srednjo kvadratično vrednost** naključnih pogreškov,
- ∞ **Merilo negotovosti** aritmetične sredine!



M2 - 15



2.2.1 Aritmetična sredina in eksperimentalni standardni odklon

Če ima vzorec n izmerkov $x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,n}$ je aritmetična sredina:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{i,j}$$

in eksperimentalni standardni odklon (merilo razpršenosti):

$$s(x) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (x_{i,j} - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Kvadrat standardnega odklona je **varianca**: $v(x) = s^2(x)$



M2 - 14



Če se izmerjene vrednosti $x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,m}$ **ponavljajo s frekvencami** (število ponovitev) $f_1, f_2, \dots, f_m$, je aritmetična sredina:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^m f_j x_{i,j}}{\sum_{j=1}^m f_j} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^m f_j x_{i,j}$$

in eksperimentalni standardni odklon:

$$s(x) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m f_j (x_{i,j} - \bar{x})^2}{n-1}}$$



M2 - 16



Zgled:

Kolikšni so aritmetična sredina, varianca in standardni odklon?

j	1	2	3	4	5	6
x_i	8,260	8,263	8,264	8,265	8,267	8,268
f	1	5	8	7	3	1

∞ aritmetična sredina:

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 8,260 + 5 \cdot 8,263 + \dots + 1 \cdot 8,268}{1 + 5 + \dots + 1} = 8,2644$$

∞ varianca:

$$s^2(x) = \frac{1 \cdot (8,260 - 8,2644)^2 + 5 \cdot (8,263 - 8,2644)^2 + \dots}{25 - 1} = 2,76 \cdot 10^{-6}$$

∞ standardni odklon: $s(x) = 0,0017$



M2 - 17



2.2.3 Grupiranje, urejanje in prikazovanje podatkov

Množico izmerjenih vrednosti (pod enakimi pogoji) moramo urediti in jo podati z **nekaj značilnimi** vrednostmi.

Tabela 2.1 Niz 24 izmerjenih vrednosti

j	$R_i/\backslash$	j	$R_i/\backslash$	j	$R_i/\backslash$	j	$R_i/\backslash$
1	999,0	7	1001,6	13	998,5	19	1002,9
2	998,4	8	1001,4	14	1001,7	20	1003,3
3	1002,4	9	999,7	15	1000,1	21	1000,9
4	1000,9	10	1003,4	16	1001,0	22	999,9
5	999,3	11	999,0	17	1001,9	23	1001,4
6	1000,2	12	1001,0	18	997,6	24	1000,0



M2 - 19



2.2.2 Združeni eksperimentalni standardni odklon

Včasih imamo na voljo **več** (r) **serij meritev** (ista merilna oprema, pod enakimi pogoji, ustaljeni merilni postopek)

∞ najboljša **ocena** standardnega odklona celotne populacije je **združeni eksperimentalni standardni odklon**:

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2(x) + (n_2 - 1)s_2^2(x) + \dots + (n_r - 1)s_r^2(x)}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1) + \dots + (n_r - 1)}}$$

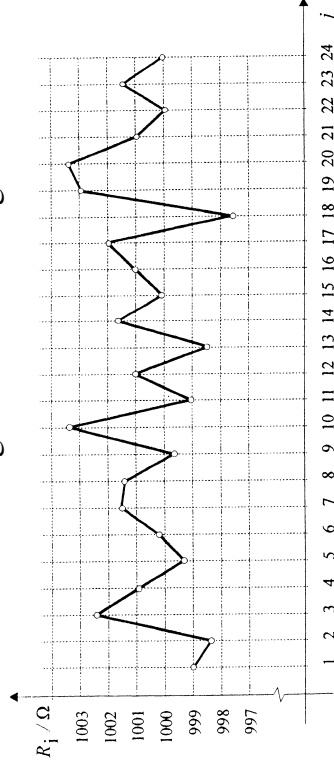
∞ n_r - število izmerkov in $s_r(x)$ - eksperimentalni standardni odklon r -te serije meritev.



M2 - 18



Časovno tendenco lahko grobo ocenimo iz grafa:



Slika 2.3 Grafična ponazoritev izmerjenih vrednosti

Korelacijski koeficient (analitični kriterij) med izmerjenimi vrednostmi in časom znaša le $r = 0,18$ → **podatki so 'neodvisni' od časa.**



M2 - 20



Za uvrstitev podatkov v posamezni razred velja načelo polodprtega intervala: $R_{k,sp} \leq R_i < R_{k,zg}$

Tabela 2.2 Frekvenčna tabela

številka razreda k	sredina razreda R_k	meji razreda		frekvenca f_k	relativna frekvenca f'_k
		spodnja $R_{k,sp}$	zgornja $R_{k,zg}$		
1	998	997,5	998,5	II	2 0,083
2	999	998,5	999,5	III	4 0,167
3	1000	999,5	1000,5	III	5 0,208
4	1001	1000,5	1001,5	III I	6 0,250
5	1002	1001,5	1002,5	III	4 0,167
6	1003	1002,5	1003,5	III	3 0,125

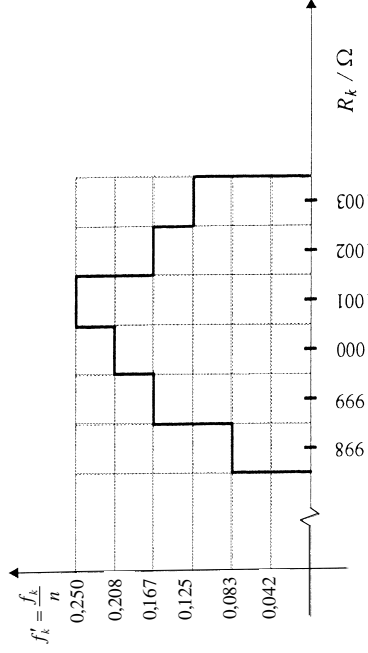


M2 - 21

2.2.3.2 Relativna frekvenca

∞ relativno število podatkov v intervalu glede na število

vseh rezultatov: $f'_k = \frac{f_k}{n}$



Slika 2.5 Histogram z relativnimi frekvencami



M2 - 23

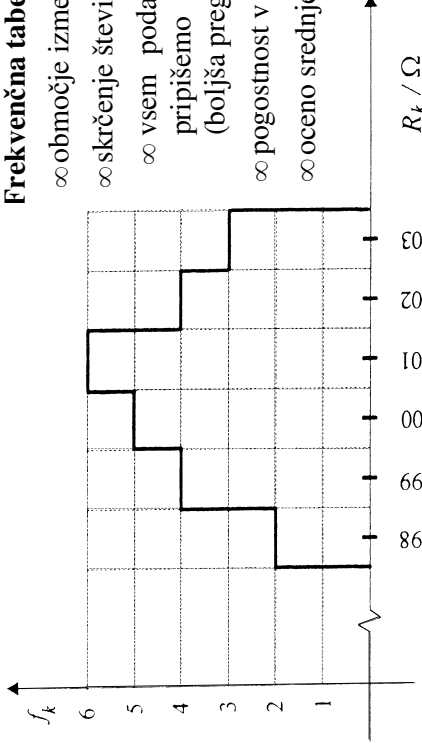


2.2.3.1 Frekvenca

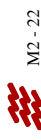
Frekvenca je število podatkov v posameznem razredu

Frekvenčna tabela pokaže:

- ∞ območje izmerjenih vrednosti,
- ∞ skrajšanje števila podatkov,
- ∞ vsem podatkom v razredu pripišemo srednjo vrednost (boljša preglednost),
- ∞ pogostnost v območju,
- ∞ oceno srednje vrednosti...



Slika 2.4 Histogram izmerjenih vrednosti upornosti



M2 - 22

Relativna frekvenca (oz. frekvenca) je lahko enaka tudi plosčini stolpca f'_k/Ω_k (oz. f_k/Ω_k)

- ∞ plosčina histograma je enaka 1 – je normirana

Kadar primerjamo podatke merjenj z različnim številom merjenj je uporabnejša relativna frekvenca!

Če je število meritev veliko pod enakimi pogoji postajajo histogrami med seboj podobni - zelo dober približek histogramu neskončne populacije (normalni ali gaussni).



M2 - 24



2.2.3.3 Gaussova ali normalna porazdelitev

Pri zelo velikem številu meritev ($n \Rightarrow \infty$) in manjšanju širine razreda ($\Delta x \Rightarrow 0$) dobi histogram zvezni značaj.

- ∞ merjena veličina lahko zavzame katerikoli vrednost,
- ∞ **verjetnost**, da zavzame neko določeno vrednost med neskončno možnostmi, **gre proti 0**.

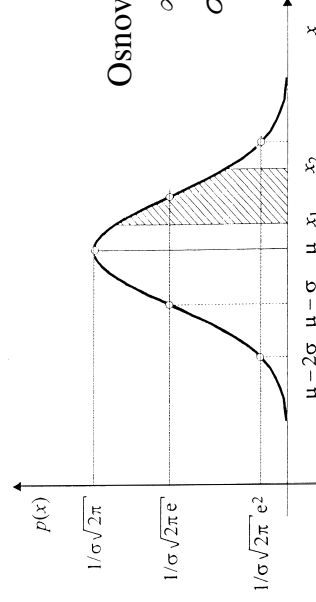
Namesto verjetnosti vpeljemo **gostoto verjetnosti**:

$$p(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x_i < x < x_i + \Delta x)}{\Delta x} - \text{gostota relativne frekvence}$$

∞ **števec** je enak **verjetnosti**, da merjena veličina **leži v intervalu** Δx - ustreza **relativni frekvenci**.



M2 - 25



Osnovna parametra populacije:

α - aritmetična sredina

σ - standardna deviacija

Verjetnost, da se vrednost nahaja med x_1 in x_2 :

$$P_{12} = P(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} p(x) dx$$

Verjetnost, da se vrednost nahaja med $-\infty$ in $+\infty$:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x) dx = 1 \quad (100\%)$$



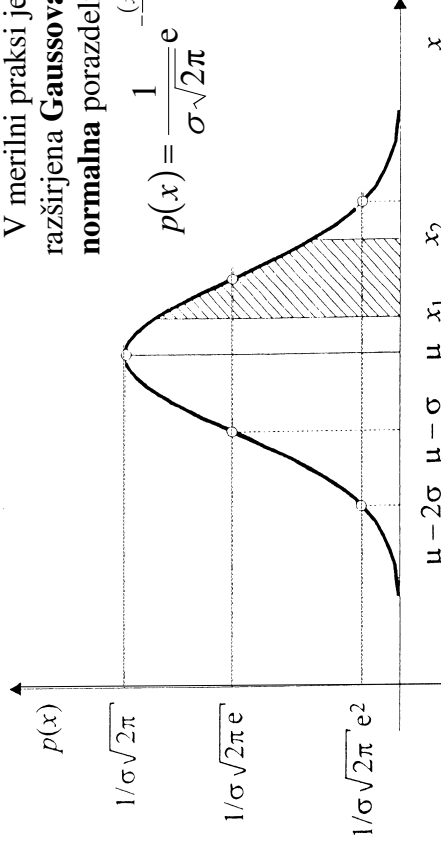
M2 - 27

Gostota verjetnosti je pogosto kopaste oblike.



V merilni praksi je najbolj razširjena **Gaussova** ali **normalna** porazdelitev:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\alpha)^2}{2\sigma^2}}$$



Slika 2.6 Gostota verjetnosti pri Gaussovi ali normalni porazdelitvi

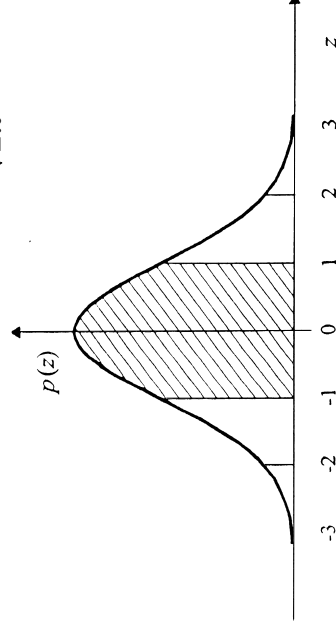


M2 - 26



Če **normiramo** spremenljivko x z osnovnima parametroma α in σ , dobimo **standardizirano normalno porazdelitev**:

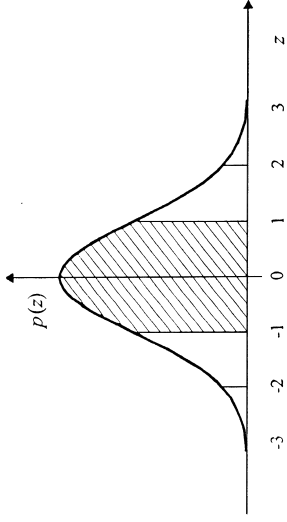
$$z = (x - \alpha)/\sigma \Rightarrow p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}$$



Slika 2.7 Standardizirana normalna porazdelitev



M2 - 28



Osnovna parametra:

$$\bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \alpha) / \sigma = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \alpha) \right) = 0$$

$$\sigma_z^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i^2 = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \alpha)^2 / \sigma^2 = \frac{1}{\sigma^2} \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \alpha)^2 = \frac{\sigma^2}{\sigma^2} = 1$$

Verjetnost, da leži spremenljivka med $z_1 = -1$ in $z_2 = +1$:

$$P_{12} = 0,683 \quad (P_{12} = 68,3\%)$$

∞ 683 izmerkov od tisoč leži med $x_1 = \alpha - \sigma$ in $x_2 = \alpha + \sigma$



M2 - 29



Zgled:

∞ Imamo oceno celotne populacije: $\alpha = 220$, $\sigma = 3$;

∞ Kolikšna je verjetnost, da pogošek pri merjenju ne bo večji od ± 2 ? $(220 \pm 2 = 218 \vee 222)$

$$z_1 = \frac{x_1 - \alpha}{\sigma} = \frac{218 - 220}{3} \oplus -0,67$$

$$z_2 = \frac{x_2 - \alpha}{\sigma} = \frac{222 - 220}{3} \oplus +0,67 \Rightarrow P_{12} = 50\%$$



M2 - 31

Tabela 2.3 Verjetnosti pri standardizirani normalni porazdelitvi

spodnja meja z_1	zgornja meja z_2	verjetnost, da se x nahaja v mejah	verjetnost, da se x nahaja izven meja
-0,675	+0,675	0,5	0,5
-1	+1	0,6826	0,3174
-1,96	+1,96	0,95	0,05
-2	+2	0,9543	0,0457
-2,58	+2,58	0,99	0,01
-3	+3	0,9973	0,0027
-3,9	+3,9	0,9999	0,0001



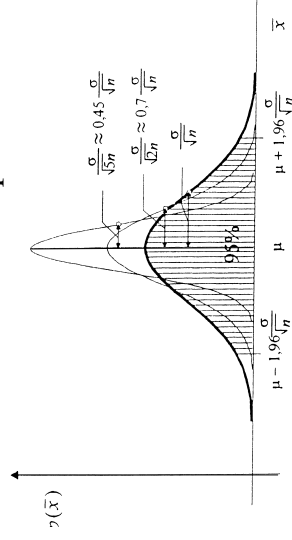
M2 - 30

2.2.3.4 Standardni odklon aritmetične sredine in interval zaupanja

Če naredimo več (r) serij meritev z isto merilno opremo pod enakimi pogoji,

∞ je razpršenost aritmetičnih sredin $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_r$ manjša od razpršenosti posameznih meritev.

■ Porazdelitev je normalna!

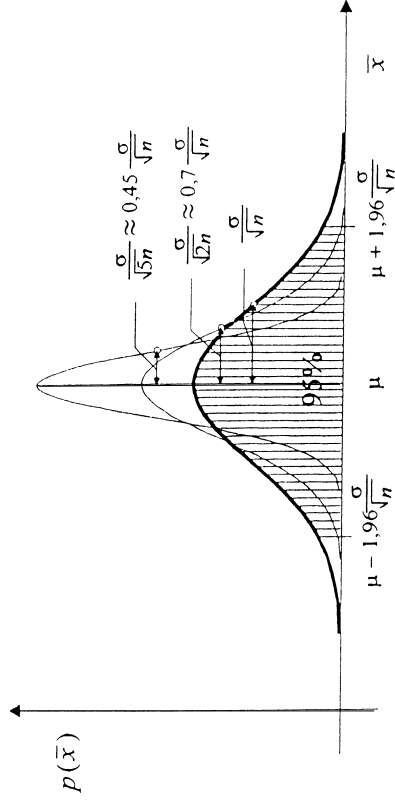


M2 - 32



Standardni odklon aritmetične sredine: $\sigma(\bar{x}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

∞ odvisen od velikosti vzorca n



Slika 2.8 Gostota verjetnosti za aritmetične sredine za tri velikosti vzorcev



M2 - 33



Verjetnost za interval se imenuje stopnja ali raven zaupanja

∞ **Primer:** stopnja zaupanja je 95%

- ∞ spodnja meja: $\alpha = \bar{x} - 1,96\sigma/\sqrt{n}$
- ∞ zgornja meja: $\alpha = \bar{x} + 1,96\sigma/\sqrt{n}$

V praksi standardni odklon populacije σ nadomestimo z eksperimentalnim standardnim odklonom $s(x)$ in posledično tudi eksperimentalnim standardnim odklon aritmetične sredine:

$$s(\bar{x}) = \frac{s(x)}{\sqrt{n}} \quad - \quad \text{tudi standardni pogrešek}$$



M2 - 35



Tudi to porazdelitev lahko standardiziramo z:

$$z = \frac{\bar{x} - \alpha}{\sigma(\bar{x})} = \frac{\bar{x} - \alpha}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Integral $P_{12} = \int_{z_1}^{z_2} p(z) dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{z_1}^{z_2} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$ ni elementaren, ∞ podan je tabelarično.

Iz obeh enačb lahko določimo interval, kjer se nahaja aritmetična sredina – **interval zaupanja**:

$$\alpha = \bar{x} \pm z\sigma(\bar{x}) = \bar{x} \pm z\sigma/\sqrt{n}$$

$$\infty \text{ spodnja meja: } \alpha = \bar{x} - z\sigma/\sqrt{n}$$

$$\infty \text{ zgornja meja: } \alpha = \bar{x} + z\sigma/\sqrt{n}$$



M2 - 34



2.2.3.5 Studentova ali t-porazdelitev

Pri končnem številu meritev uporabljamo Studentovo ali **t-porazdelitev** (po Gossetu)

- ∞ simetrična in zvončaste oblike,
- ∞ z večanjem števila izmerkov **prehaja v normalno** porazdelitev
- ∞ interval zaupanja: $\alpha = \bar{x} \pm t s(\bar{x}) = \bar{x} \pm t s(x)/\sqrt{n}$
- ∞ spodnja meja: $\alpha = \bar{x} - t s(x)/\sqrt{n}$
- ∞ zgornja meja: $\alpha = \bar{x} + t s(x)/\sqrt{n}$
- ∞ t je parameter (podobno kot z pri Gaussni porazd.)
- ∞ odvisen od **stopnje zaupanja p** in števila izmerkov n (oz. števila **prostostnih stopenj** $\nu = n - 1$!)



M2 - 36



Tabela 2.4 Vrednosti $t_p(\nu)$ za Studentovo porazdelitev za raven zaupanja p in ν prostostnih stopenj

število prostostnih stopenj ν	vrednosti za $t_p(\nu)$		število prostostnih stopenj ν	vrednosti za $t_p(\nu)$	
	$p = 95\%$	$p = 99\%$		$p = 95\%$	$p = 99\%$
1	12,71	63,66	12	2,18	3,05
2	4,3	9,92	14	2,14	2,98
3	3,18	5,84	16	2,12	2,92
4	2,78	4,60	18	2,10	2,88
5	2,57	4,03	20	2,09	2,85
6	2,45	3,71	30	2,04	2,75
7	2,36	3,50	40	2,02	2,70
8	2,31	3,36	50	2,01	2,68
9	2,26	3,25	100	1,98	2,63
10	2,23	3,17	∞	1,96	2,58



∞ parameter Studentove porazdelitve je za:

$$\nu = n - 1 = 5 - 1 = 4 \quad \Rightarrow \quad t_p(\nu) = t_{0,95}(4) = 2,78$$

∞ interval zaupanja:

$$\alpha = \bar{x} \pm t s(x) / \sqrt{n} = 276,6 \pm 2,78 \cdot 7,02 / \sqrt{5} = 276,6 \pm 8,8$$

$$\text{ali} \quad 267,8 \text{ " } \alpha \text{ " } 285,4$$



Zgled:

Kolikšen je interval zaupanja za $p = 95\%$ stopnjo zaupanja?

$$x_i: 273, 268, 275, 281, 286$$

∞ aritmetična sredina je:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{i,j} = \frac{1}{5} (273 + 268 + 275 + 281 + 286) = 276,6$$

∞ eksperimentalni standardni odklon je:

$$s(x) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (x_{i,j} - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(273-276,6)^2 + (268-276,6)^2 + \dots + (286-276,6)^2}{5-1}} = 7,02$$



2.3 Pogreški merilnih instrumentov in njihove mejne vrednosti

Rezultat merjenja je območje vrednosti (ne ena sama vrednost!).

Prispevki k nedoločenosti merjenja pri **eni sami meritvi** imajo bolj **sistematično naravo**:

- ∞ **lastni pogrešek** merilnega instrumenta,
- ∞ **spremenbo kazanja**, če nimamo referenčnih pogojev,
- ∞ **ločljivost**,
- ∞ odstopanje etalonov od nazivnih vrednosti,
- ∞ ne dovolj točen matematični model...

∞ ti prispevki so dani **z mejnimi vrednostmi**.



2.3.1 Meja (lastnega) pogreška

Pogrešek instrumenta **ne sme preseči določene vrednosti** v mejah merilnega območja in **pod referenčnimi pogoji**.

Lastni ali temeljni pogrešek je posledica **notranjih lastnosti** instrumenta.

- ∞ Je **sistematični** pogrešek, ki ga povzročajo:
 - ∞ **staranje** vgrajenih predporov, souporov in elektronskih sestavnih delov,
 - ∞ **preostala napetost**,
 - ∞ nezadostna temperaturna kompenzacija,
 - ∞ nenatančna graduacija skale,
 - ∞ trenje v ležajih,
 - ∞ necentrična namestitvev, itn.



M2 - 41



a) Največkrat je referenčna vrednost **merilni doseg** (praviloma zgornja meja merilnega območja): $M_x = \pm \frac{r}{100} x_D$ - konstanta

b) Meja pogreška **z izmerjeno vrednostjo** kot referenčno vrednostjo **linearno narašča**: $M_x = \pm \frac{r}{100} x_i$

c) Pri **merilnem razponu** – razlika zgornje in spodnje meje merilnega območja – imamo: $M_x = \pm \frac{r}{100} x_R$

d) Pri starejših instrumentih se uporablja tudi **dolžina skale**, kjer nastopa **občutljivost**: $M_x = \pm \frac{r}{100} S$



M2 - 43

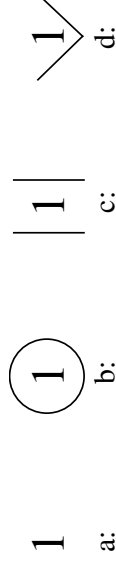


Če je instrument brezhiben **ne sme preseči določene vrednosti** – **meje pogreška**, ki je podana z **razredom točnosti** r in dogovorjeno **referenčno vrednostjo** x_r .

$$M_x = \pm \frac{r}{100} x_r$$

Referenčna vrednost x_r je lahko:

- ∞ a - **merilni doseg** x_D ,
- ∞ b – **vsakokratna** izmerjena **vrednost** x_i ,
- ∞ c - **merilni razpon** x_R ,
- ∞ d – **dolžina skale** l_b (se opušča).



a: b: c: d:



M2 - 42



Absolutna meja pogreška: M_x

Relativna meja pogreška: $m_x = \frac{M_x}{x_i}$

∞ Če je referenčna vrednost **merilni doseg**, se **relativna meja spreminja**:

$$m_x = \pm \frac{r}{100} \frac{x_D}{x_i}$$

∞ Če je referenčna vrednost **vsakokratna izmerjena vrednost**, se **relativna meja ne spreminja**:

$$m_x = \frac{M_x}{x_i} = \pm \frac{r}{100} \frac{x_i}{x_i} = \pm \frac{r}{100}$$



M2 - 44



Zgled:

∞ voltmeter: $r = 0,5$; $U_D = 100 \text{ V}$; $U_{i1} = 15,5 \text{ V}$;
 $U_{i2} = 92,4 \text{ V}$

∞ absolutna meja pogoška:

$$M_U = \pm \frac{r}{100} U_D = \pm \frac{0,5}{100} 100 \text{ V} = \pm 0,50 \text{ V}$$

∞ relativna meja pogoška:

$$m_{U_1} = \pm \frac{r}{100} \frac{U_D}{U_{i1}} = \pm \frac{0,5}{100} \cdot \frac{100 \text{ V}}{15,5 \text{ V}} = \pm 3,2 \cdot 10^{-2} = \pm 3,2 \%$$

$$m_{U_2} = \pm \frac{M_U}{U_{i2}} = \pm \frac{0,5 \text{ V}}{92,4 \text{ V}} = \pm 5,4 \cdot 10^{-3} = \pm 0,54 \%$$



M2 - 45



Včasih je delež z dosegom izražen v digitih (en **digit** – mesto **z najmanjšo vrednostjo**).

Primer: $M_U = \pm(0,5\% U_i + 2 \text{ dig})$; $U_i = 1,347 \text{ V}$
 $1 \text{ dig} = 0,001 \text{ V}$

$$M_U = \pm \left(\frac{0,5}{100} 1,347 \text{ V} + 2 \cdot 0,001 \text{ V} \right) = \pm 8,8 \text{ mV}$$

$$m_U = \frac{M_U}{U_i} = \frac{\pm 8,8 \text{ mV}}{1,347 \text{ V}} = \pm 6,5 \cdot 10^{-3} = \pm 0,65 \%$$

Meja pogoška je lahko izražena še **z več deli**:

$$M_U = \pm(0,05\% U_i + 0,03\% U_D + 2 \text{ dig} + 10 \mu\text{V})$$



M2 - 47



Pri **digitalnih** merilnih instrumentih je **meja** pogoška sestavljena **iz dveh delov** (iz dosega in izmerjene vrednosti):

$$M_x = \pm(a x_i + b x_D) \quad m_x = \pm \left(a + b \frac{x_D}{x_i} \right)$$

Primer:

∞ voltmeter: $U_D = 2 \text{ V}$; $U_i = 1,2040 \text{ V}$;

$$M_U = \pm(0,05\% U_i + 0,02\% U_D)$$

$$M_U = \pm \left(\frac{0,05}{100} 1,2040 \text{ V} + \frac{0,02}{100} 2 \text{ V} \right) = \pm(0,6 \text{ mV} + 0,4 \text{ mV}) = \pm 1,0 \text{ mV}$$

$$m_U = \frac{M_U}{U_i} = \frac{\pm 1,0 \text{ mV}}{1,2040 \text{ V}} = \pm 8,4 \cdot 10^{-4} = \pm 0,084 \%$$



M2 - 46



2.3.2 Meja spremembe kazanja

Kadar ena vplivna veličina ni v referenčnih pogojih (ostale vplivne veličine pa so) **sprememba kazanja** E_x^0 ne sme preseči **meje spremembe kazanja** M_x^0 :

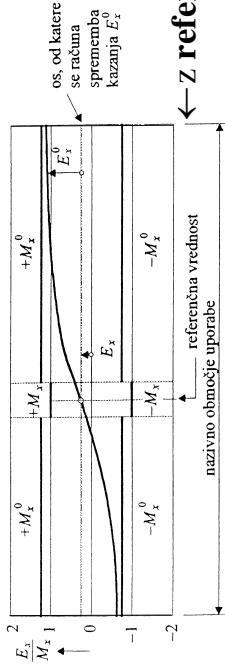
$$M_x^0 = a\% M_x - \text{delež meje lastnega pogoška} (a = 100)$$

Meja spremembe kazanja je določena na dva načina:

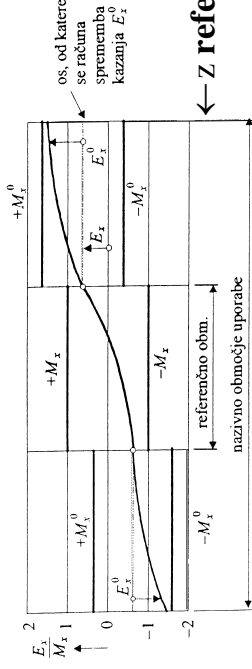
- ∞ z **referenčno vrednostjo**,
- ∞ z **referenčnim območjem**.



M2 - 48



← Z referenčno vrednostjo



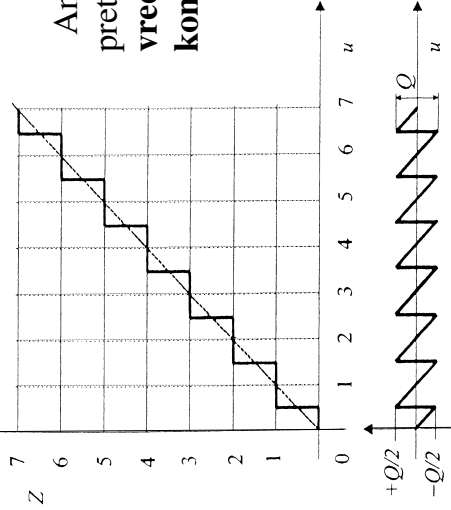
← Z referenčnim območjem

Slika 2.9 Meja pogreška in meja spremembe kazanja ($a = 100$)



M2 - 49

2.3.3 Mejni kvantizacijski pogrešek digitalnih instrumentov



Analogno-digitalni pretvorniki pretvorijo neskončno število vrednosti zveznega signala v končno število diskretnih.

Slika 2.10 Kvantizacijska karakteristika in kvantizacijski pogrešek



M2 - 51



Meja spremembe kazanja je praviloma odvisna od oddaljenosti od referenčnih pogojev.

Primer:

∞ voltmeter ima od 0°C do 20°C in od 30°C do 50°C temperaturni koeficient : $\pm(0,03\% U_i + 0,05\% U_D) / ^\circ\text{C}$

$U_i = 123,4\text{ V}$; $U_D = 200\text{ V}$ pri temperaturi: $t = 5^\circ\text{C}$

∞ meja spremembe kazanja:

$$M_U^0 = \pm \left(\frac{0,03}{100} 123,4\text{ V} + \frac{0,05}{100} 200\text{ V} \right) (5^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}) / ^\circ\text{C} = \pm 2,06\text{ V}$$

V referenčnih pogojih (npr.: od 20°C do 30°C) nas zanima meja pogreška M_x , zunaj pa tudi meja spremembe kazanja.

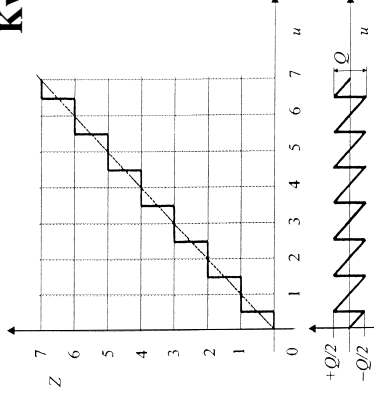
$$M_x^0 = a\% M_x$$



M2 - 50

Kvantizacijska karakteristika:

- ∞ korak Q je ločljivost digitalnega merilnega instrumenta.
- ∞ **pogrešek kvantizacije** je v mejah $-Q/2$ in $+Q/2$,
- ∞ **mejni kvantizacijski pogrešek:** $\pm Q/2$



Primer: - voltmeter: $U_D = 2\text{ V}$; $4\frac{1}{2}$ - mestni prikazovalnik

$$U_i = 1,2040\text{ V};$$

⇒ ločljivost $100\mu\text{V}$;

mejni kvantizacijski pogrešek $\pm 50\mu\text{V}$



M2 - 52

2.3.4 Mejni pogrešek odčitavanja

analognih instrumentov

Pri analognih instrumentih **moramo sami** določiti številsko vrednost (kvantizirati).

- ∞ izhodna veličina instrumenta je dolžina l (položaj kazalca,
- ∞ **človeško oko loči** spremembe ene kotne **minute**,
- ∞ pri razdalji 25cm ustreza to $\varnothing l \pm 0,07$ mm,

∞ ločljivost analognega instrumenta (+človek):

$$\varnothing G = \varnothing l / S \quad S = \varnothing l / \varnothing G - \text{občutljivost}$$

∞ pogrešek odčitavanja je **porazdeljen z enako verjetnostjo** od $-\varnothing G/2$ do $+\varnothing G/2$,

∞ **mejni pogrešek odčitavanja** je $\pm \varnothing G/2$



M2 - 53



2.4 Merilna negotovost

Merilna negotovost je **parameter**, ki **pripada merilnemu rezultatu**.

∞ Označuje **razpršenost** vrednosti, ki jih je mogoče **določeno verjetnostjo** pripisati merjeni veličini.

∞ Navaja **kakovost** merilnega rezultata: **manjša** kot je, **bolj kakovosten** je merilni rezultat.

∞ Če izhaja iz niza neodvisnih opazovanj (posledično iz **gostote verjetnosti**), govorimo **negotovosti tipa A** - u_A ;

∞ Če **ne** izhaja iz niza neodvisnih opazovanj (npr.: izhaja iz domnevne **gostote verjetnosti** pri eni meritvi), govorimo o **negotovosti tipa B** - u_B



M2 - 55



Primer: Če moremo odčitati vrednosti:

- ...52,6 mA, 52,7 mA, 52,8 mA, 52,9 mA, ...
- ⇒ - ločljivost je: 0,1 mA
- mejni pogrešek odčitavanja: $\pm 0,05$ mA

Odčitajmo vedno vsa mesta, ki jih omogoča skala instrumenta **in:**

∞ **ne** podajamo številske vrednost **bolj natančno, kot je ločljivost** instrumenta – **ni možno dokazati!**



M2 - 54



Skupna negotovost je enaka **geometrijski vsoti**:

$$u = \sqrt{u_A^2 + u_B^2}$$

Ker je negotovost določena s **standardnim odklonom**, jo imenujemo tudi **standardna negotovost**.

Če želimo imeti **večjo verjetnost** (večjo stopnjo zaupanja), da leži resnična vrednost v **območju**, ki ga določa negotovost, uporabljamo **razširjeno negotovost U**.



M2 - 56



2.4.1 Standardna negotovost tipa A - u_A

Če imamo niz izmerkov $x_1, x_2, \dots, x_n$, izmerjenih pod 'enakimi' pogoji, je:

$$\infty \text{ aritmetična sredina } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{i,j}$$

∞ je najbolj verjetna vrednost ali **najbolša ocena** aritmetične sredine $\propto$ **celotne populacije**.

$$\infty \text{ eksperimentalni standardni odklon } s(x) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (x_{i,j} - \bar{x})^2}{n-1}}$$

∞ je najboljša ocena standardnega odklona populacije σ



M2 - 57



Če nam je znan **združeni eksperimentalni standardni odklon**

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2(x) + (n_2-1)s_2^2(x) + \dots + (n_r-1)s_r^2(x)}{(n_1-1) + (n_2-1) + \dots + (n_r-1)}}$$

je **standardno negotovost** bolje oceniti z:

$$u_A(x) = \frac{s_p(x)}{\sqrt{n}}$$

Vedno je potrebno v rezultatu navesti **število meritev** oz.

$$\text{število prostostnih stopenj: } \nu = \sum_{i=1}^r (n_i - 1) = \sum_{i=1}^r \nu_i$$



M2 - 59



∞ **eksperimentalni standardni odklon aritmetične sredine**

$$s(\bar{x}) = \frac{s(x)}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (x_{i,j} - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

∞ je najbolj verjetna vrednost $\sigma(\bar{x})$ **populacije**

Ker imamo **ponovljena neodvisna opazovanja**, je **standardna negotovost tipa A** - eksperimentalni standardni odklon aritmetične sredine:

$$u_A(x) = \frac{s(x)}{\sqrt{n}} = s(\bar{x})$$



M2 - 58



2.4.2 Standardna negotovost tipa B - u_B

Kadar merilni rezultat **ne izhaja iz ponovljenih meritev**, se standardna negotovost izračuna na osnovi domneve (znanstveno in z izkušnjami) – **predpostavljene porazdelitve**:

- ∞ enakomerna, ∞ Gaussova,
- ∞ trikotna, ∞ Studentova, itn.
- ∞ trapezna,

Pri **eni meritvi** se standardna **negotovost tipa B** izračuna na osnovi:

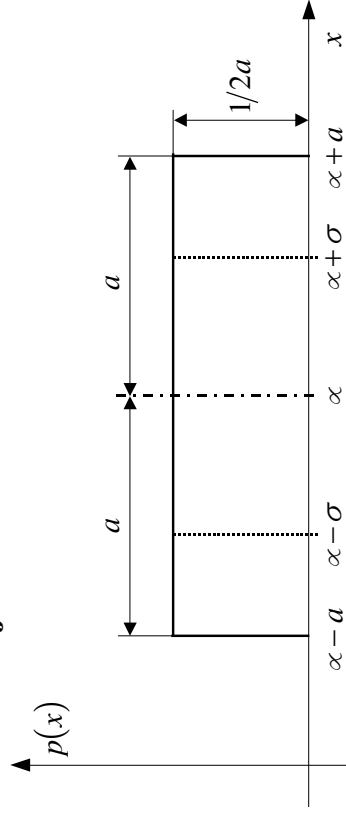
- ∞ **specifikacij** merilne opreme,
- ∞ podatkih o **umerjanju** meril,
- ∞ **toleranc** uporabljenih merilnih sredstev itn.



M2 - 60

2.4.3 Enakomerna (pravokotna) porazdelitev

- ∞ Vse vrednosti veličine med spodnjo in zgornjo mejo so enako verjetne:



Slika 2.11 Enakomerna (pravokotna) porazdelitev (gostota verjetnosti) je v mejah enakomerna $p(x) = 1/2a$

M2 - 61

Primer enakomerne porazdelitve je, kadar je podana **mejna vrednost lastnega pogreška** $a = M$.

Zgled:

- ∞ Digitalni voltmeter: $M_U = \pm(0,05\%U_i + 3\text{dig})$
 - ∞ po določenem času kaže $U_i = 56,183\text{ V}$:
- ∞ mejna vrednost pogreška: $M_U = \pm(5 \cdot 10^{-4} \cdot 56,183\text{ V} + 3 \cdot 0,001\text{ V}) = \pm 31\text{ mV}$
- ∞ standardna negotovost:

$$u(U) = \frac{M_U}{\sqrt{3}} = \frac{31\text{ mV}}{\sqrt{3}} = 18\text{ mV}$$

- ∞ popolni merilni rezultat:

$$U = 56,183\text{ V}, \quad u(U) = 18\text{ mV}, \quad n = 1 \text{ (ena meritev)}$$

M2 - 63

∞ aritmetična sredina

- (prvi vztrajnostni moment):

$$\int_{\alpha-a}^{\alpha+a} p(x)x dx = \frac{1}{2a} \frac{x^2}{2} \Big|_{\alpha-a}^{\alpha+a} = \frac{1}{2a} \frac{(\alpha+a)^2 - (\alpha-a)^2}{2} = \alpha$$

- ∞ **varianca** (drugi vztrajnostni moment):

$$\int_{\alpha-a}^{\alpha+a} p(x)(x-\alpha)^2 dx = \frac{1}{2a} \frac{(x-\alpha)^3}{3} \Big|_{\alpha-a}^{\alpha+a} = \frac{1}{2a} \frac{(+a)^3 - (-a)^3}{3} = \frac{a^2}{3}$$

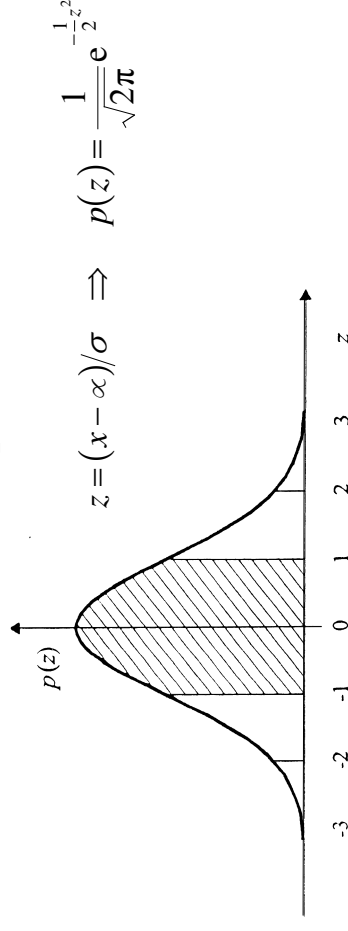
- ∞ **standardna negotovost** (tudi standardni odklon) pri enakomerni porazdelitvi:

$$u(x) = \sigma = \frac{a}{\sqrt{3}} \oplus 0,58a$$

med $\alpha - \sigma$ in $\alpha + \sigma$ ca. 58 % ($1/\sqrt{3}$) vseh vrednosti

M2 - 62

2.4.4 Gaussova ali normalna porazdelitev



- ∞ interval zaupanja: $\alpha - z\sigma/\sqrt{n} \quad \dots \quad \alpha + z\sigma/\sqrt{n}$

- ∞ **standardna negotovost**: $u(x) = \sigma/\sqrt{n}$

- ∞ $z = ?$ dobimo ga iz stopnje zaupanja p (tabela)

M2 - 64



Zgled:

∞ **Uporovni etalon:**

- ∞ nazivna vrednost: $10|$
- ∞ iz certifikata za upornost: $10,000742| \pm 129\mu|$,

∞ $U_R = 129\mu|$ - **razširjena negotovost**

∞ stopnja zaupanja $p = 99\% \Rightarrow z = 2,58$

∞ **standardna negotovost:**

$$u(R) = \frac{z\sigma/\sqrt{n}}{z} = \frac{129\mu|}{2,58} = 50\mu|$$



M2 - 65

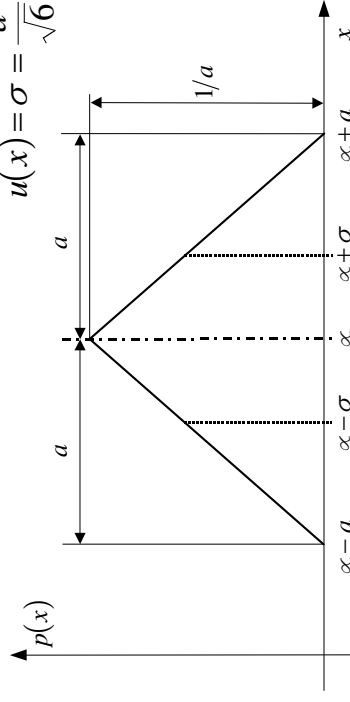
2.4.6 Trikotna porazdelitev



∞ aritmetična sredina: α

∞ standardna negotovost:

$$u(x) = \sigma = \frac{a}{\sqrt{6}} \oplus 0,41a$$



Slika 2.12 Trikotna porazdelitev

∞ Med $\alpha - \sigma$ in $\alpha + \sigma$ ca. 65% vseh vrednosti - že blizu normalne porazdelitve (68%).



M2 - 67



2.4.5 Studentova ali t-porazdelitev

- ∞ interval zaupanja: $\alpha - t s(x)/\sqrt{n} \quad \dots \quad \alpha + t s(x)/\sqrt{n}$
- ∞ **standardna negotovost:** $u(x) = s(x)/\sqrt{n}$
- ∞ parameter $t = ?$
- ∞ dobimo ga iz stopnje zaupanja p in števila meritev (tabela)

Zgled: Upor za uporovni delilnik:

- ∞ 8-krat ponovljena meritev in 95% stopnji zaupanja:
 $\Rightarrow t = 2,36$
- ∞ pri 95% stopnji zaupanja je rezultat: $1492| \pm 12|$
- ∞ standardna negotovost: $u(R) = \frac{t s(x)/\sqrt{n}}{t} = \frac{12|}{2,36} = 5|$

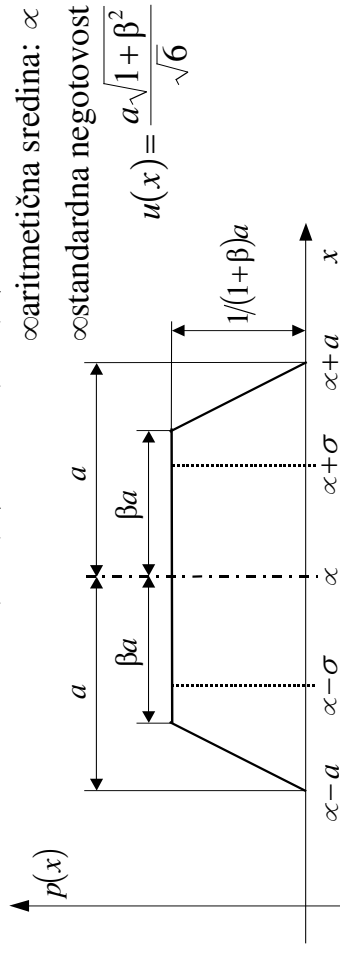


M2 - 66

2.4.7 Trapezna porazdelitev



Trapezna porazdelitev je konvolucija dveh enakomernih porazdelitev z mejama $\pm(1+\beta)a/2$ in $\pm(1-\beta)a/2$



Slika 2.13 Trapezna porazdelitev

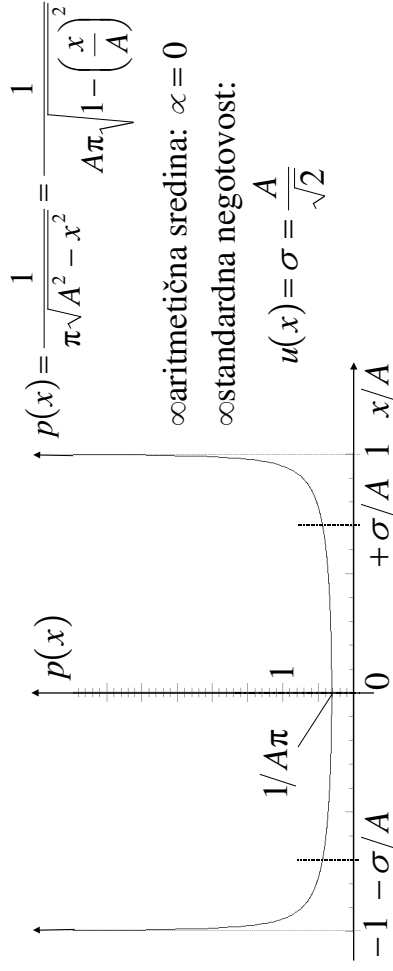
$\beta = 0 \rightarrow$ trikotna porazdelitev, $\beta = 1 \rightarrow$ enakomerna porazdelitev



M2 - 68

2.4.8 U porazdelitev

U obliko dobimo pri porazdelitvi amplitudnih vrednosti sinusnega signala $x = A \sin(\omega t)$ v eni periodi in je oblike:



aritmetična sredina: $\alpha = 0$

standardna negotovost:

$$u(x) = \sigma = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

Slika 2.14 U porazdelitev ($A = 1$)

M2 - 69

Vhodne veličine so lahko:

- ∞ medsebojno neodvisne (pogosto);
- ∞ ali medsebojno odvisne.

Vhodne veličine so medsebojno neodvisne

Po razvoju enačbe $y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$ v Taylorjevo vrsto in upoštevanju le členov prvega reda, dobimo **celotno negotovost**:

$$u_c(y) = \sqrt{[c_1 u(x_1)]^2 + [c_2 u(x_2)]^2 + \dots + [c_N u(x_N)]^2}$$

$$\text{ali } u_c(y) = \sqrt{u_1^2(y) + u_2^2(y) + \dots + u_N^2(y)}$$

∞ pri čemer so: $u_1(y) = |c_1| u(x_1), \dots, u_N(y) = |c_N| u(x_N)$

deleži zaradi negotovosti vhodnih veličin;

∝ $c_1 = \frac{\partial y}{\partial x_1}, \dots, c_N = \frac{\partial y}{\partial x_N}$ - koeficienti občutljivosti

M2 - 71

2.4.9 Standardna negotovost izhodne veličine - $u_c(y)$

Izhodna (merjena) veličina je funkcija N vhodnih veličin:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

∞ Za oceno **celotne standardne negotovosti** $u_c(y)$ (combined standard uncertainty) potrebujemo dober matematični model;

∞ Izmerjena vrednost y je le ocena izhodne veličine Y na podlagi ocen vhodnih veličin in funkcijske povezave:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

- korekcija sistematičnih pogreškov,
- pri **eni** meritvi je x_1 kar ocena X_1 ,
- pri **ponavljanju** pa je $\bar{x}$ ocena veličine X_1 .

M2 - 70

Zgled-1:

$$y = x_1 + x_2$$

∞ Koeficienta občutljivosti: $c_1 = \frac{\partial y}{\partial x_1} = 1, \quad c_2 = \frac{\partial y}{\partial x_2} = 1$;

∞ Celotna standardna negotovost: $u_c(y) = \sqrt{u^2(x_1) + u^2(x_2)}$

Zgled-2:

$$y = \frac{x_1}{x_2}$$

∞ Koeficienta občutljivosti: $c_1 = \frac{\partial y}{\partial x_1} = \frac{1}{x_2}, \quad c_2 = \frac{\partial y}{\partial x_2} = -\frac{x_1}{x_2^2}$;

∞ Prispevka k celotni standardni negotovosti:

$$u_1(y) = |c_1| u(x_1) = \left| \frac{1}{x_2} \right| u(x_1), \quad u_2(y) = |c_2| u(x_2) = \left| -\frac{x_1}{x_2^2} \right| u(x_2)$$

M2 - 72



∞ Celotna standardna negotovost:

$$u_c(y) = \sqrt{\left(\frac{1}{x_2}u(x_1)\right)^2 + \left(\frac{x_1}{x_2^2}u(x_2)\right)^2}$$

∞ Relativna oblika celotne standardne negotovosti:

$$\frac{u_c(y)}{y} = w_c(y) = \sqrt{w^2(x_1) + w^2(x_2)}$$



M2 - 73



Celotna standardna negotovost je:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N [c_i u(x_i)]^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N c_i c_j r(x_i, x_j) u(x_i) u(x_j)}$$

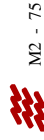
$r(x_i, x_j)$ - koeficient korelacije med -1 in $+1$

Zgled-1: $y = x_1 - x_2$

∞ Koeficienta občutljivosti: $c_1 = \frac{\partial y}{\partial x_1} = 1, \quad c_2 = \frac{\partial y}{\partial x_2} = -1;$

∞ Celotna standardna negotovost:

$$u_c(y) = \sqrt{u^2(x_1) + u^2(x_2) + 2(1)(-1)r(x_1, x_2)u(x_1)u(x_2)}$$



M2 - 75



Vhodne veličine so medsebojno odvisne - korelirane

Odvisnost se nanaša na **naključne** spremenljivke.

Merilo za medsebojno odvisnost dveh naključnih spremenljivk je (ocenjena) kovarianca.

∞ Pri n neodvisnih parih sočasnih izmerkov vhodnih veličin x_1 in x_2 je **kovarianca**:

$$u(x_1, x_2) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_{1,i} - \bar{x}_1)(x_{2,i} - \bar{x}_2)$$

∞ relativna medsebojna odvisnost je podana s **koeficientom korelacije r** :

$$r = \frac{u(x_1, x_2)}{u(x_1)u(x_2)}$$



M2 - 74



$$u_c(y) = \sqrt{u^2(x_1) + u^2(x_2) + 2(1)(-1)r(x_1, x_2)u(x_1)u(x_2)}$$

∞ če $r(x_1, x_2) = +1$: $u_c(y) = u(x_1) - u(x_2)$

∞ če $r(x_1, x_2) = -1$: $u_c(y) = u(x_1) + u(x_2)$

∞ če $r(x_1, x_2) = 0$: $u_c(y) = \sqrt{u^2(x_1) + u^2(x_2)}$



M2 - 76



2.4.10 Razširjena negotovost - U

Če želimo podati interval z večjo stopnjo zaupanja ($p = 95\%$ ali $p = 99\%$) uporabljamo **razširjeno negotovost**:

$$U = k u_c(y)$$

- ∞ s **faktorjem razširitve k** pomnožena (celotna) standardna negotovost,
- ∞ popolni merilni rezultat je sedaj: $Y = y \pm U$



M2 - 77



Kadar želimo poudariti stopnjo zaupanja p , napišemo:

$$U_p = k_p u_c(y) = t_p(v_{\text{eff}}) u_c(y)$$

- ∞ U_{95} pomeni razširjeno negotovost s stopnjo zaupanja 95%

Zgled:

- ∞ U smo merili 10-krat: $\bar{U} = 120,51 \text{ V}$ in $s(U) = 0,79 \text{ V}$,
- ∞ R smo merili 5-krat: $\bar{R} = 15,643 \text{ k}\Omega$ in $s(R) = 0,084 \text{ k}\Omega$,
- ∞ $u_c(P) = ?$, $U_c(P) = ?$ pri $p = 99\%$!



M2 - 79



Povezava med faktorjem razširitve k in stopnjo zaupanja p ni enoznačna.

- ∞ Odvisna od **porazdelitve** izhodne veličine.

Kot prvi približek se uporablja kar **normalna porazdelitev** ($k = z$).

Pri **manjšem številu** meritev je bolje uporabiti **t -porazdelitev**, ki ima v_{eff} **efektivnih stopenj prostosti**:

$$v_{\text{eff}} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N u_i^4(y)/v_i} \quad (\text{zaokrožimo navzdol}) \rightarrow t \text{ dobimo iz tabele}$$

$$\infty \text{ velja } v_{\text{eff}} \approx \sum_{i=1}^N v_i$$



M2 - 78



$$\infty \text{ moč na upor: } P = \frac{U^2}{R} = \frac{(120,51 \text{ V})^2}{15,643 \text{ k}\Omega} = 928,381 \text{ mW}$$

- ∞ celotna standardna negotovost:

$$u_c(P) = \sqrt{u_1^2(P) + u_2^2(P)}$$

- ∞ prispevka k celotni negotovosti:

$$u_1(P) = |c_1| u(U) = \frac{2U s(U)}{R \sqrt{n_1}} = \frac{2 \cdot 120,51 \text{ V} \cdot 0,79 \text{ V}}{15,643 \text{ k}\Omega \sqrt{10}} = 3,85 \text{ mW}$$

$$u_2(P) = |c_2| u(R) = \frac{U^2 s(R)}{R^2 \sqrt{n_2}} = \frac{(120,51 \text{ V})^2 \cdot 0,084 \text{ k}\Omega}{(15,643 \text{ k}\Omega)^2 \sqrt{5}} = 2,23 \text{ mW}$$

- ∞ celotna standardna negotovost:

$$u_c(P) = \sqrt{u_1^2(P) + u_2^2(P)} = \sqrt{(3,85 \text{ mW})^2 + (2,23 \text{ mW})^2} = 4,45 \text{ mW}$$



M2 - 80



$$u_c(P) = \sqrt{u_1^2(P) + u_2^2(P)} = \sqrt{(3,85 \text{ mW})^2 + (2,23 \text{ mW})^2} = 4,45 \text{ mW}$$

∞ število efektivnih stopenj prostosti:

$$v_{\text{eff}} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N u_i^4(y)/v_i} = \frac{(4,45 \text{ mW})^4}{(3,85 \text{ mW})^4/9 + (2,23 \text{ mW})^4/4} = 12,8$$

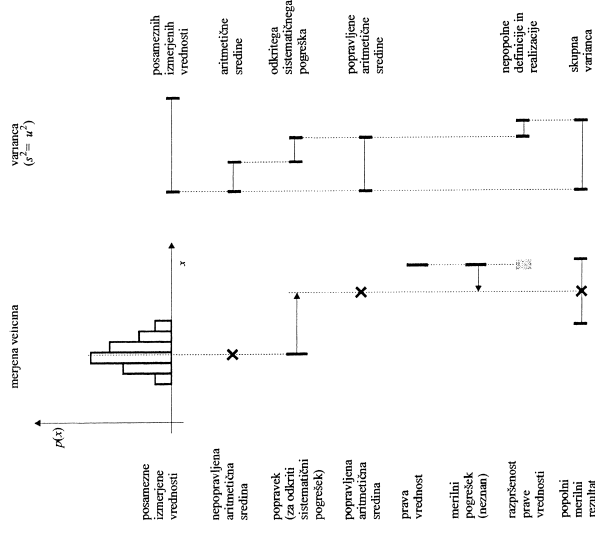
$$v_{\text{eff}} = 12,8 \rightarrow 12 \rightarrow t_p(v) = t_{99}(12) = 3,05$$

∞ razširjena negotovost:

$$U_{99} = k_{99} u_c(P) = t_{99}(12) u_c(P) = 3,05 \cdot 4,45 \text{ mW} = 13,6 \text{ mW}$$



M2 - 81



Slika 2.15 Prikaz odnosov med izmerjenimi vrednostmi, pogreški in negotovostmi



M2 - 83



∞ popolni merilni rezultat s **standardno** negotov.::

$$P = 928,4 \text{ mW}, \quad u_c(P) = 4,5 \text{ mW}, \quad v_{\text{eff}} = 12$$

∞ sama celotna standardna negotovost še ne omogoča sklepanja o stopnji zaupanja!

∞ popolni merilni rezultat z **razširjeno negotovostjo**:

$$P = 928 \text{ mW} \pm 14 \text{ mW}, \quad k = 3,05, \quad v_{\text{eff}} = 12, \quad p = 99\%$$

ali

$$P = 928(1 \pm 1,5 \cdot 10^{-2}) \text{ mW},$$

$$k = 3,05, \quad v_{\text{eff}} = 12, \quad p = 99\%$$



M2 - 82



2.5 Zaokrožanje številskih vrednosti

Popolni merilni rezultat navajamo v obliki intervala:

∞ **Z izmerjeno vrednostjo in merilno negotovostjo.**

Pri navajanju popolnega merilnega rezultata **moramo zaokrožiti**:

- ∞ **najprej** negotovost,
- ∞ **in nato** izmerjeno vrednost.



M2 - 84



Negotovost podajamo z največ dvema veljavnima ciframa.

∞ Zaokrožamo jo **navzgor**, pri zaokrožanju pa upoštevamo samo prvo cifro, ki jo že opustimo.

$$u = 12, \underline{1}4 \Rightarrow u = 13 \quad u = 45 \underline{6}, 7 \Rightarrow u = 4,6 \cdot 10^2$$

$$u = 0,012 \underline{0}3 \Rightarrow u = 0,012 \quad u = 4,5 \underline{0}6 \Rightarrow u = 4,5$$

Uporabi ene same veljavne cifre pri merilni negotovosti **se izogibamo**, zato da ni vpliv zaokrožitve prevelik.

∞ Primer zaokrožitve na eno cifro $u = 0,031$ na $u_z = 0,04$:

- učinek je enak, kot bi dodali negotovost u_d !:

$$\sqrt{u^2 + u_d^2} = u_z \Rightarrow u_d = \sqrt{u_z^2 - u^2} = \sqrt{0,04^2 - 0,031^2} = 0,025$$

Pri **vmesnih računih** merilne negotovosti obdržimo še **eno ali dve dodatni cifri**.



M2 - 85



3. Merski sistemi

To je celota, ki jo sestavljajo:

- ∞ **sistemi veličin**,
 - ∞ **sistemi merskih enot in etalonov**.
- Poznamo merske sisteme:
- ∞ mehanike (CentimeterGramSekunda; MKS),
 - ∞ elektromagnetike (1901 G. Giorgi predlaga:

- MeterKilogramSekundaAmper),

- ∞ optike (MKS Kandela),
- ∞ toplote (MKS Kelvin) itn.
- ∞ Mednarodni sistem enot (Système International d'Unités)



M3 - 1



Izmerjeno vrednost zaokrožimo na **decimalnem** mestu, ki ga **določa (zaokrožena) negotovost**.

∞ Če je desno od mesta zaokrožitve ena od cifer 0 do 4, zaokrožimo navzdol:

$$X = 12,543 \underline{4} \dots$$

$$u = 0,012 \Rightarrow X = 12,543$$

∞ Če je desno od mesta zaokrožitve ena od cifer 5 do 9, zaokrožimo navzgor:

$$X = 12,543 \underline{5} \dots$$

$$u = 0,012 \Rightarrow X = 12,544$$

Tudi za izmerjene vrednosti velja, da **uporabljamo več cifer**, kot jih **bomo rabili pri navajanju končnega rezultata**.



M2 - 86



3.1 Veličine in njihova medsebojna povezanost

Veličine so **merljive lastnosti** pojavov, procesov in stanj.

Primer:

dolžina	palice
višina	sobe
dolžina	elektromagnetnega sevanja
↑	↑

merljive lastnosti objekti

Veličino lahko opredelimo po **kvaliteti** in **kvantiteti**.

- ∞ zgoraj omenjene spadajo v isto vrsto – dolžino
- ∞ po kvaliteti: palica ima maso, gostoto, temperaturo, ...



M3 - 2



Neko **področje fizike** pozna **osnovne veličine** in **ostale izpeljane veličine**.

∞ Primer za **geometrijo**:

- **osnovna** veličina: **dolžina**,
- **ostale izpeljane veličine**:
 - ∞ ploščina: $A = a \cdot b$
 - ∞ prostornina: $V = a \cdot b \cdot c$
 - ∞ obseg: $O = 2(a + b)$

Vsaka na novo definirana veličina poveča število enačb za eno.

∞ Na področju **geometrije** je **število enačb za eno manjše** kot je **število vseh** veličin.



M3 - 3



Vseh osnovnih veličin za **celotno fiziko**, ki se po dogovoru štejejo za neodvisne je **sedem**. K osnovnim štirim še:

- ∞ termodinamična temperatura,
- ∞ svetilnost,
- ∞ množina snovi.

Veličine lahko delimo še na:

- ∞ **intenzivne** (posamezni deli **niso** različni od celote),
- ∞ **ekstenzivne** (posamezni deli **so** različni od celote).



M3 - 5



Področje **kinematike** doda novo osnovno veličino: **čas**

$$v = \frac{l}{t} \quad - \quad \text{izmed dveh novih veličin (hitrost in čas) je bil izbran čas. Hitrost je izpeljana veličina!}$$

V **mehaniki** je vpeljana **tretja osnovna veličina**: po dogovoru **masa**:

$$F = ma$$

∞ Sila, vztrajnostni moment, gostota, tlak,... so izpeljane veličine

V **elektromagnetiki** se doda **električni tok**, kot četrta osnovna veličina.

$$F = IIB$$



M3 - 4



3.1.1 Temeljna enačba metrologije

$$G = \{G\}[G]$$

veličina = **številska vrednost**(mersko število) **enota**

G – veličina
 $\{G\}$ – številska vrednost
 $[G]$ – enota za veličino G

∞ za enoto lahko izberemo različne konkretne vrednosti:

$$l = 1,524\text{m} = 1524\text{mm} = 60\text{in} = 5\text{ft} = \dots$$

- zmnožek je vedno enak ne glede na izbrano enoto – vrednost veličine je **invariantna, neodvisna od enote!**



M3 - 6



Med številsko vrednostjo enoto **ne** vstavljamo znaka za množenje:

∞ primeri napačnih zapisov:

$$l = 1,524.\text{m}, l = 1,524 \times \text{m}, l = 1,524[\text{m}], l = 1,524(\text{m})$$



M3 - 7



Primer:

Če želimo ugotoviti velikost padca napetosti na uporu, vstavimo namesto znaka za veličino zmnožek:

$$I = 25 \text{ mA}$$

$$R = 100\Omega \Rightarrow$$

$$U = IR = 25 \text{ mA} \cdot 100\Omega = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ A} \cdot 100\Omega = 2,5 \text{ V}$$



M3 - 9



3.1.2 Veličinska in številna enačba

Veličinske enačbe

∞ črkovni simboli predstavljajo veličine
∞ primer Ohmov zakon:

$$U = IR \quad U, I, R - \text{veličine}$$

∞ v enačbah lahko nastopajo **matematično fizikalni faktorji**
∞ primer plosčine krogle:

$$A = 4\pi r^2 \quad A, r - \text{veličini}; \quad 4\pi - \text{mat. fiz. faktor}$$

∞ Primerne so za **analizo problemov** – govorijo o **povezanosti veličin**.



M3 - 8



3.1.3 Številne enačbe

∞ črkovni **simboli** predstavljajo **številne vrednosti**.
∞ številne vrednosti so **odvisne od enot**!

Izhodiščna veličinska enačba:

$$G = f A^\alpha B^\beta C^\gamma$$

∞ G, A, B, C - veličine,

∞ α, β, γ - celoštevilčni eksponenti,

∞ f - matematično fizikalni faktor.

preuredimo: $\{G\}[G] = f\{A\}^\alpha [A]^\alpha \{B\}^\beta [B]^\beta \{C\}^\gamma [C]^\gamma$

$$\text{in: } \{G\} = f\{A\}^\alpha \{B\}^\beta \{C\}^\gamma \frac{[A]^\alpha [B]^\beta [C]^\gamma}{[G]}$$



M3 - 10



ulomek $\frac{[A]^x[B]^y[C]^z}{[G]}$ odvisen od izbranih enot!

∞ če je ulomek **1**, je številsko enačba enaka veličinski.

Primer $\{[U]=V, [I]=mA, [R]=\}$:

$$U = IR \Rightarrow \{U\}\{U\} = \{I\}\{I\}\{R\}\{R\}, \{U\} = \{I\}\{R\} \frac{[I][R]}{[U]}$$

$$\frac{[I][R]}{[U]} = \frac{mA\Omega}{V} = 10^{-3}$$

$$\{U\} = 10^{-3}\{I\}\{R\} \quad \{U\} = 10^{-3} \cdot 25 \cdot 100 = 2,5$$

Ponavadi se zaviti oklepaji izpustijo ($U = 10^{-3} IR$). **Vedno je potrebno pojasnilo o uporabljenih enotah!**

Napačna uporaba: $U = 10^{-3} IR = 10^{-3} \cdot 25 mA \cdot 100 = 0,0025 V$



M3 - 11



3.2 Mednarodni sistem enot (SI)

Osnovne veličine imajo osnovne enote, izpeljane veličine pa izpeljane enote,

Če so veličinske enačbe nekega sistema enake številskim enačbam imamo **koherenten sistem enot**.

∞ Uveljavil se je **Mednarodni sistem enot** (1971).

∞ Poznamo še:

∞ US Customary System,

∞ UK System,

- enota dolžine **yard**, USgalona 1 UKgalona
- enota mase **pound**. 3,78 l $\uparrow$ 4,55 l



M3 - 13



3.1.4 Prikrojene veličinske enačbe

Veličine in izbrane enote v obliki ulomkov:

$$U = IR \Rightarrow U \frac{V}{V} = I \frac{mA}{mA} R \frac{mA \cdot \Omega}{V}$$

$$U/V = I/mA \cdot R/$$

končna oblika: $U/V = 10^{-3} I/mA \cdot R/$

$U/V, I/mA, R/$ - eksplicitno izražene številске vrednosti

$$U/V = 10^{-3} 25 mA/mA \cdot 100/ = 2,5 \Rightarrow U = 2,5 V$$



M3 - 12



3.2.1 Osnovne in izpeljane enote SI

Tabela 3.1 Osnovne veličine in enote

	osnovne veličine		osnovne enote SI	
	ime	znak	ime	znak
1.	dolžina	l, L	meter	m
2.	masa	m	kilogram	kg
3.	čas	t	sekunda	s
4.	električni tok	I	amper	A
5.	termodinamična temperatura	T	kelvin	K
6.	svetilnost	$I_v, (I_v)$	kandela	cd
7.	množina (snovi)	n	mol	mol



M3 - 14



Definicije osnovnih enot SI:

1. Dolžina:

Meter je dolžina poti, ki jo v vakuumu napravi svetloba v $1/299\,792\,458$ sekunde (1983).

2. Masa:

Kilogram je masa mednarodnega etalona kilograma (1901).

3. Čas:

Sekunda je trajanje $9\,192\,631\,770$ period sevanja, ki ustreza prehodu med dvema hiperfinima nivojema osnovnega stanja atoma cezija 133 (1967).



M3 - 15



6. Svetilnost:

Candela je svetilnost vira v določeni smeri, ki oddaja monokromatsko sevanje frekvence $540 \cdot 10^{12}$ hertzov, katerega energijska jakost v tej smeri je $1/683$ watta na steradian (1979).

7. Množina (snovi):

Mol je množina (snovi) sistema, ki vsebuje toliko osnovnih delcev, kolikor je atomov v $0,012$ kilograma ogljika 12 (1971).

∞ Pri molu je potrebno navesti osnovne delce: atomi, molekule, ioni, elektroni,



M3 - 17



4. Električni tok:

Ampere je nespremenljiv električni tok, ki pri prehodu skozi dva premočrtna, vzporedna, neskončno dolga vodnika zanemarljivega krožnega prereza, postavljena v vakuumu v medsebojni razdalji 1 metra, povzroča med njima silo $2 \cdot 10^{-7}$ newtna na meter dolžine (1948).

5. Termodinamična temperatura:

Kelvin je termodinamična temperatura, ki je $1/273,16$ del termodinamične temperature trojne točke vode (1967).



M3 - 16



Vse ostale enote SI imenujemo **izpeljane enote**.

∞ Dobimo jih iz definicij za ustrezne izpeljane veličine s pomočjo enačb.

∞ Primer:

∞ veličinska enačba: $Y = f X_1^\alpha X_2^\beta X_3^\gamma$

∞ enotska enačba: $[Y] = f [X_1]^\alpha [X_2]^\beta [X_3]^\gamma$

∞ primer za hitrost:

$$l = vt \Rightarrow [l] = [v] [t] \Rightarrow [v] = \frac{[l]}{[t]}$$

izpeljana enota za hitrost: $[v] = \frac{[l]}{[t]} = \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{m/s}$



M3 - 18



Nekater izpeljane enote imajo svoja imena:

- ∞ hertz ($\text{Hz} = \text{s}^{-1}$),
 - ∞ newton ($\text{N} = \text{mks}^{-2}$),
 - ∞ pascal ($\text{Pa} = \text{N}/\text{m}^2 = \text{m}^{-1}\text{kgs}^{-2}$),
 - ∞ joule ($\text{J} = \text{Nm} = \text{Ws} = \text{m}^2\text{kgs}^{-2}$),
 - ∞ watt ($\text{W} = \text{J}/\text{s} = \text{m}^2\text{kgs}^{-3}$),
 - ∞ coulomb ($\text{C} = \text{As}$),
 - ∞ volt ($\text{V} = \text{W}/\text{A} = \text{m}^2\text{kgs}^{-3}\text{A}^{-1}$),
 - ∞ radian, steradian, ...
- Lahko jih **izrazimo** z osnovnimi ali **drugimi izpeljanimi** enotami:
- ∞ ohm ($\Omega = \text{V}/\text{A}$), tesla ($\text{T} = \text{Vs}/\text{m}^2$), farad ($\text{F} = \text{As}/\text{V}$), ...



M3 - 19



Tabela 3.2 Predpone SI

ime	znak	vrednost	ime	znak	vrednost
jokto	y	10^{-24}	deka	da	10^1
zepto	z	10^{-21}	hekto	h	10^2
ato	a	10^{-18}	kilo	k	10^3
femto	f	10^{-15}	mega	M	10^6
piko	p	10^{-12}	giga	G	10^9
nano	n	10^{-9}	tera	T	10^{12}
mikro	μ	10^{-6}	peta	P	10^{15}
mili	m	10^{-3}	eksa	E	10^{18}
centi	c	10^{-2}	zeta	Z	10^{21}
deci	d	10^{-1}	jota	Y	10^{24}

Nekatere decimalne enote imajo svoja imena:



M3 - 21



Decimalne enote

∞S predponami SI zvečane (zmanjšane) enote imenujemo **decimalne merske enote**

- Primeri: $\text{nV} = 10^{-9} \text{V}$, $\mu\text{V} = 10^{-6} \text{V}$, $\text{mV} = 10^{-3} \text{V}$,
 $\text{kV} = 10^3 \text{V}$, $\text{MV} = 10^6 \text{V}$

Predpone SI smemo postaviti pred vse enote SI, razen pred **kilogram**, kjer jih moramo **združiti z gramom**:

$$10^{-9} \text{kg} = 10^{-6} \text{g} = \mu\text{g}, \quad 1 \text{mg} = 10^{-3} \text{g}, \quad 1 \text{dag} = 10 \text{g}$$



M3 - 20



$$\infty \text{ liter: } 1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3,$$

$$\infty \text{ tona: } 1 \text{ t} = 1 \text{ Mg} = 10^3 \text{ kg},$$

$$\infty \text{ bar: } 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa:}$$

∞ dodamo jim lahko predpone SI (dl, hl, mbar, ...)

Decimalne enote **niso koherentne!** –

∞ previdnost pri uporabi. Pri računanju jih zamenjamo s številskimi vrednostmi!

Predpona in enota se pišeta skupaj.

Eksponent se nanaša na predpono in enoto:

$$\text{cm}^2 = (\text{cm})^2 = (10^{-2} \text{m})^2 = 10^{-4} \text{m}^2$$

Številaska vrednost naj bo med 1 in 1000:



M3 - 22



nepregledno	pregledno
0,00123 V	1,23 mV
0,0123 A	12,3 mA
0,123 · 10 ⁻³ H	123 μH
12300	12,3 k
1,23 · 10 ⁸ W	123 MW

Dodatne enote:

- ∞ enote časa **večje od sekunde** so: minuta (min), ura (h), dan (d),
- ∞ za **ravninski kot**: (kotna) stopinja (°), minuta (′), sekunda (″).
- ∞ za energijo (eV), ...



M3 - 23



3.3 Etaloni

Definicija enote je največkrat šele natančno formulirana naloga, **kako** enoto **realizirati**.

3.3.1 Primarni etaloni

Naprava, s katero **realiziramo** osnovno ali izpeljano enoto je **primarni etalon**.

- ∞ Ima največjo meroslovno kakovost.
- ∞ Ne sklicuje se na noben drug etalon.



M3 - 25



Sestavljene dodatne enote:

- ∞ za električno delovno energijo: 1 kWh = 3,6 · 10⁶ J = 3,6 MJ
- ∞ enote za **logaritemsko razmerja**:

$$\infty \text{ bel: } B = \lg \frac{P}{P_0},$$

$$\infty \text{ napetost v decibelih: } U(\text{dB}) = 10 \lg \frac{P}{P_0} = 20 \lg \frac{U}{U_0}$$

$$\infty \text{ referenčni nivo } U_0 = 1 \text{ V: } \text{dBV} = 20 \lg \frac{U}{1 \text{ V}}$$



M3 - 24



Osnovna enota elektromagnetike: **amper**

- ∞ Reprodukcijska je izvedena z Ayrtonovo-Jonesovo **tokovno tehniko** (1963).

- ∞ aritmetična sredina 40 meritev je bila 1,018601 A,
- ∞ merilna negotovost: nekaj 10⁻⁶

- ∞ Amper se zaradi **problemov** (izmere tokovne tehtnice, necentričnost tuljav in njihov položaj, zemeljski pospešek, temperatura, ...) **redko realizira** (le v vrhunskih metroloških laboratorijih).

- ∞ Amper se hrani večinoma **posredno preko razmerja napetost in upornosti**.

- ∞ zahtevana velika časovna stabilnost.



M3 - 26



Prva izpeljana enota elektromagnetika je **volt**

∞ Definicija:

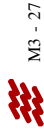
∞ Je potencialna razlika med dvema točkama na homogenem žičnem vodniku, v katerem je stalen tok enega ampera, porabljena moč zaradi toka pa en watt.

∞ **Težave** so še **večje** kot pri amperu (diferencialni kalorimeter),

∞ negotovost: ca. 10^{-5}

Z vsako nadaljno izpeljano enoto se **negotovost večja**.

∞ Obstajajo pa **izjeme**: enota za induktivnost **henry** in kapacitivnost **farad**, ker je realizacija bistveno **odvisna** le od **geometrije**.



M3 - 27



∞ **Električna konstanta** ε_0 je preko **svetlobne hitrosti** v vakuumu $c = 299\,792\,458\text{ m/s}$ absolutno točno določena z enačbo:

$$c^2 \varepsilon_0 \mu_0 = 1 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_0 = \frac{1}{c^2 \mu_0}$$

∞ Negotovost pri realizaciji **Henrya**: ca. 10^{-6} ,

∞ Negotovost pri realizaciji **Farada**: ca. 10^{-7} ,



M3 - 29



Henry in farad

∞ **Relativna permeabilnost** in **relativno dielektričnost** sta v praznem prostoru enaki 1.

∞ **Magnetna konstanta** je absolutno točna (posledica definicije ampera): $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ Vs/Am}$

▪ **Amper** je tok, ki pri prehodu skozi dva vodnika v vakuumu v medsebojni razdalji 1 metra, povzroča med njima silo $2 \cdot 10^{-7}$ newtna na meter dolžine.

$$F = lIB = l\mu_0 \frac{I^2}{2\pi d} \Rightarrow$$

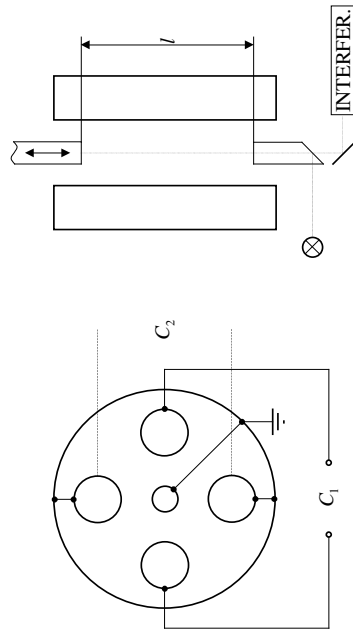
$$\mu_0 = \frac{F 2\pi d}{l I^2} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{N} \cdot 2\pi \cdot 1\text{m}}{\text{m} (1\text{A})^2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$



M3 - 28



Farad realiziran s Thompson-Lampard križnim kondenzator



V kovinskem ohišju sta **dva para** nasproti ležečih elektrod (C_1, C_2).

V sredini sta nameščeni kovinski cevi, od katerih se ena premika,

∞ Odvisno od razdalje l se spreminjata C_1 in C_2 .

Slika 3.1 Thompson-Lampardov križni kondenzator

Avtorja sta dokazala, da je aritmetična sredina enaka

$$\text{križni kapacitivnosti: } C = \frac{1}{2}(C_1 + C_2) = \frac{\varepsilon_0 \ln 2}{\pi} l$$



M3 - 30



S pomočjo **mostičev z induktivnimi deliniki** se da **prenesti** realizirano vrednost (med 0,1 pF in 1 pF) na kondenzatorje **večjih vrednosti**.

Tudi **ohm** se da realizirati preko induktivnosti in kapacitivnosti bolj točno, kot preko definicije:

- En **ohm** je električna upornost vodnika, v katerem ni lastne napetosti in v katerem povzroča stalna potencialna razlika enega volta med koncema tok enega ampera.



M3 - 31



3.3.2 Sekundarni etaloni

Umerimo jih s pomočjo primarnih etalonov.

- Njihova **negotovost je večja**.
- Na področju **elektromagnetike** sta pomembna sekundarni etalon **napetosti** in **upornosti**!



M3 - 33



Volt se da realizirati načelno celo bolj točno kot amper.

- Enoto napetosti se da realizirati na podlagi merjenja sile, kapacitivnosti in razdalje (**napetostna tetnica**), ker je sila med ploščama kondenzatorja:

$$F = \frac{1}{2} U^2 \frac{\partial C}{\partial d}$$

negotovost: ca. 10^{-6}

Da ima realizacija ampera večjo negotovost je krivda v definiciji, da je vrednost za magnetno konstanto α_0 absolutno točna.

Ker je **realizacija** osnovnih in izpeljanih enot tako **zahtevna**, se za **prenos** in **ohranjanje** enot uporabljajo **zelo stabilna** merilna sredstva – **sekundarni etaloni**.



M3 - 32



3.3.2.1 Sekundarni etaloni napetosti:

- Westonov normalni člen**,
 - zasičena raztopina kadmijevega sulfata,
 - $U = 1,01865 \text{ V}$ pri 20°C ,
 - časovna **stalnost**: 10^{-7} na leto,
 - povprečna vrednost** v grupo vključenih členov (10-30), je napetost sekundarnega etalona.
- Polprevodniške diode**,
 - temperaturni koeficient $10^{-6} / \text{K}$,
 - relativno **velika** izhodna **napetost** (10 V),
 - velika dopustna **obremenitev** (10 mA),
 - časovna **stabilnost**: 10^{-6} na leto,
 - v grupi je do šest etalonov.

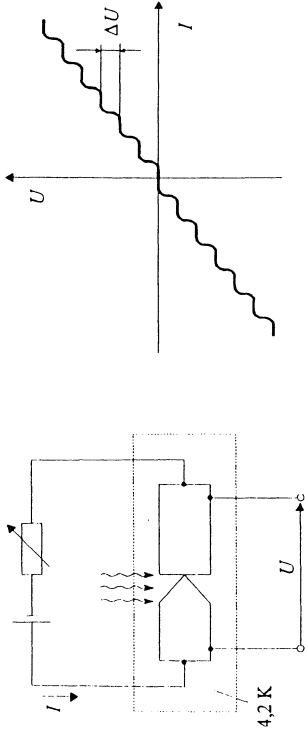


M3 - 34



Josephsonov člen

- prevladujoč za vzdrževanje etalona napetosti.



Slika 3.2 Josephsonov člen in njegova karakteristika

Sestavljen iz dveh šibko sklopljenih superprevodnikov.

Če mesto dotika (točkast) obsevamo z mikrovalovi, dobimo stopničasto UI karakteristiko.



M3 - 35

$$U = n \frac{h}{2e} f = n \frac{f}{K_j}$$

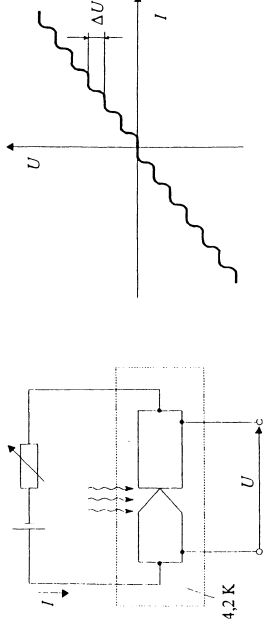
Josephsonova konstanta:

$$K_j = 2e/h$$

- ∞ odvisna je od negotovosti pri realizaciji ampera
- ∞ naravna konstanta,
 - neodvisna od časa, kraja in materialnih lastnosti,
- ∞ po dogovoru ji je pripisana vrednost (1990):
 $K_{j-90} = 483\,597,9 \text{ GHz/V}$



M3 - 37



Višina stopnic je enaka in odvisna od Plankove konstante h , osnovnega naboja e in frekvence f elektromagnetnega sevanja

$$\Phi U = \frac{h}{2e} f$$

Celotna napetost je odvisna od števila stopnic (štetje):

$$U = n \frac{h}{2e} f = n \frac{f}{K_j}$$



M3 - 36

Stalnost Josephsonovega vira je 10^{-10} na leto.

∞ vzdrževanje etalona napetosti je zelo zanesljivo.

Višina ene stopnice UI karakteristike pri frekvenci 70 GHz:

$$\Phi U = \frac{70 \text{ GHz}}{483\,597,9 \text{ GHz/V}} = 1,447484 \cdot 10^{-4} \text{ V} \oplus 145 \mu\text{V}$$

∞ pri $n = 20$ stopnicah že dobimo napetost $U \oplus 3 \text{ mV}$,

∞ v serijo vezanih ca. 20000 Josephsonovih členov predstavlja napetost 10 V.



M3 - 38

3.3.2.2 Sekundarni etalon upornosti

Tvori **grupa uporov** z upornostjo enega ohma.

- ∞ naviti z žico iz zlitine Cu-Mn-Ni (manganin, omal),
- ∞ temperaturni koeficient pod $10^{-5}/\text{K}$,
- ∞ po umetnem staranju ima grupa stalnost ca. 10^{-7} na leto.

Za **vzdrževanje enote upornosti** se da izkoristiti **kvantiziran Hallov upor** (von Klitzingov efekt).



M3 - 39

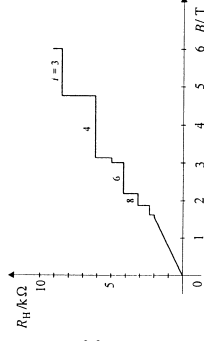
Razmerje Hallove napetosti in krmilnega toka je **Hallova upornost**:

$$R_H = \frac{U_H}{I_k} = \frac{1}{ned} B$$

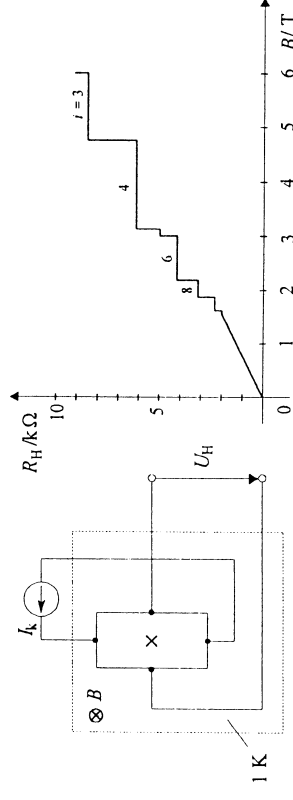
Če dosežemo:

- ∞ nosilci elektrone se gibljejo le v ravnini,
- ∞ $B > 2\text{ T}$,
- ∞ termodinamična temperatura pod 1K;

karakteristika postane stopničasta:



M3 - 41



Slika 3.3 Kvantiziran Hallov upor in njegova karakteristika
Napetost klasične Hallove sonde je:

$$U_H = \frac{1}{ned} I_k B$$

- n – koncentracija nosilcev elektrone,
- e – osnovni naboj,
- d – debelina sonde,
- I_k – krmilni tok,
- B – magnetna indukcija.



M3 - 40

Vrednost upornosti je celoštevilčni mnogokratnik **von Klitzingove konstante** $R_k = h/e^2$:

$$R_{H,i} = \frac{1}{i} \frac{h}{e^2} = \frac{R_k}{i}; \quad i = 1, 2, \dots$$

Ker nastopata v izrazu dve naravni konstanti, je tako reproducirana enota upornosti neodvisna od časa in kraja.

∞ **von Klitzingove konstante** se ne da absolutno točno določiti, ∞ odvisna od realizacije ampera.

∞ po dogovoru (1990): $R_{k-90} = 25\,812,807\, \Omega$

Za **kvantiziran Hallov upor** velja, da imamo **časovno zelo stabilno upornost**!



M3 - 42



3.3.3 Delovni etaloni

Za neposredno delo se uporabljajo delovni etaloni.

- ∞ Še večja negotovost kot pri sekundarnih etaloni.
- ∞ Različne vrednosti.
- ∞ Za prenos vrednosti se uporabljajo kompenzatorji in mostiči.

3.3.4 Metrološka piramida

Ta ima določeno enoto na vrhu (**primarni etalon**);

- ∞ pod njim **sekundarne etalone**;

∞ pod njim pa **delovne etalone**.

Enota, ki jo vzdržuje etalon nižjega reda, izhaja **iz enote**, ki jo vzdržuje etalon višjega reda.

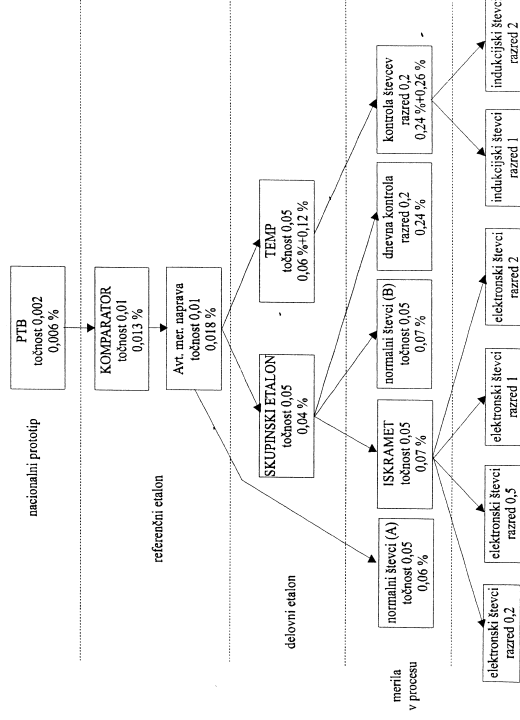
Vsako merilo je **posredno umerjeno** s primarnim etalom!



M3 - 43



M3 - 44



Slika 3.4 Metrološka piramida sledljivosti (Iskraemeco)



M3 - 44



Vsak korak v hierarhičnem postopku mora biti dokumentiran.

- ∞ razviden 'rodovnik' merilnega rezultata - negotovost,
- ∞ govorimo o sledljivosti.

Veda, ki znanstve proučuje področje združljivosti merilnih rezultatov na mednarodnem področju se imenuje **Zakonska metrologija**.

Pri nas je najvišji organ, ki je odgovoren za to področje:

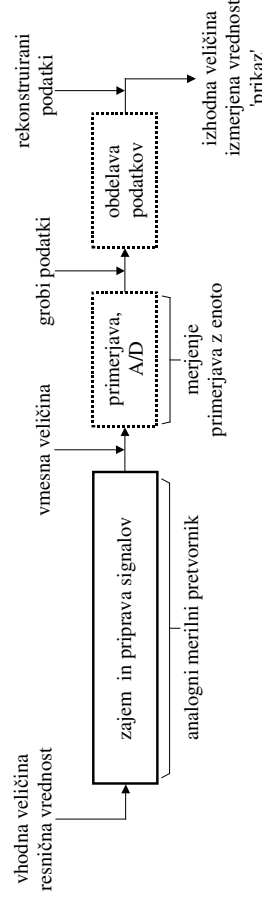
Urad za standardizacijo in meroslovje



M3 - 45



4. Analogni merilni pretvorniki in priprava signalov



Slika 4.1 Analogni merilni pretvorniki v merilnem sistemu



M4 - 1

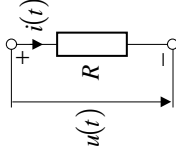
4.1 Prireditev z zmanjšanjem (atenuacijo) velikosti signalov

Za prireditev signalov uporabljamo pasivne in aktivne električne elemente:

- ∞ linearni pasivni člen (npr.: R, L, C),
- ∞ nelinearni pasivni člen (npr.: dioda),
- ∞ linearni aktivni člen (npr.: napetostni ojačevalnik),
- ∞ nelinearni aktivni člen (npr.: tranzistor) itd.

Pri zmanjšanju signalov pogosto uporabljamo linearne **pasivne** električne elemente, kot so:

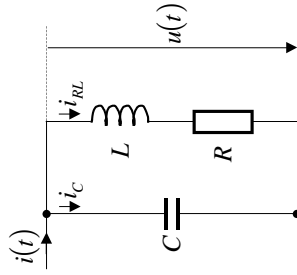
- ∞ **Upor** z upornostjo **R** : $u(t) = Ri(t)$
- ∞ kompleksni zapis impedance: $\underline{Z}_R = R$



M4 - 2

4.1.1 Realni upor

Vsak realni upor ima zaradi induktivnosti uporabljenega vodnika (npr. induktivnost žice navite na telo, itd.) še **induktivno komponento**, ki jo tipično ponazorimo z **zaporedno vezavo tuljavnice** k upor, in tudi **kapacitivno komponento** zaradi stresane kapacitivnosti med obem koncema upora, ki jo ponazorimo z **vzporedno vezavo kondenzatorja**.

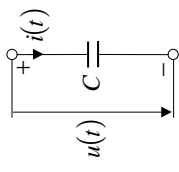


Impedanco danega vezja $\underline{Z}$ sestavljata impedanca kapacitivne veje $\underline{Z}_C = 1/j\omega C$ in impedanca induktivne veje $\underline{Z}_{RL} = R + j\omega L$:

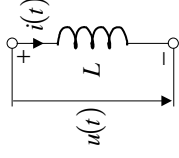
$$\frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \underline{Z} = \underline{Z}_C \parallel \underline{Z}_{RL} = \frac{\underline{Z}_C \cdot \underline{Z}_{RL}}{\underline{Z}_C + \underline{Z}_{RL}} = \frac{1/j\omega C (R + j\omega L)}{R + j\omega L + 1/j\omega C}$$

M4 - 4

- ∞ **Kondenzator** s kapacitivnostjo **C** : $i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$
- ∞ kompleksni zapis impedance: $\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$



- ∞ **Tuljava** z induktivnostjo **L** : $u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$
- ∞ kompleksni zapis impedance: $\underline{Z}_L = j\omega L$



M4 - 3

Dano vezje analizirajmo še v časovnem prostoru. Velja:

$$u = Ri_{RL} + L \frac{di_{RL}}{dt}, \quad i_C = C \frac{du}{dt};$$

Vsota tokov v vozliščni točki je enaka nič.

Ker je $i_{RL} = i - i_C$, zapišemo:

$$u = Ri_{RL} + L \frac{di_{RL}}{dt} = R \left(i - C \frac{du}{dt} \right) + L \frac{d}{dt} \left(i - C \frac{du}{dt} \right)$$

Po odvajanju in preureditvi dobimo nehomogeno linearno diferencialno enačbo člena drugega reda:

$$LC \frac{d^2 u}{dt^2} + RC \frac{du}{dt} + u = Ri + L \frac{di}{dt}$$

M4 - 5

$$LC \frac{d^2 u}{dt^2} + RC \frac{du}{dt} + u = 0 - \text{homogeni del}$$

Če primerjamo karakteristični homogeni del enačbe z osnovno homogeno linearno diferencialno enačbo člena drugega reda

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{2\xi}{\omega_0} \frac{du}{dt} + u = 0$$

sta **stopnja dušenja** $\xi = \frac{RC\omega_0}{2} = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$ in **lastna kotna frekvenca** nedušenega nihanja člena drugega reda:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \infty \text{ zelo visoka } (C_{\text{stresna}} \oplus \times 10 \text{ pF}, L_{\text{vodnika}} \oplus \times 10 \text{ nH}): \quad \omega_0 \oplus 1 \text{ GHz}$$

Impedanco realnega upora sedaj zapišemo:

$$\underline{Z} = \frac{1/j\omega C(R + j\omega L)}{R + j\omega L + 1/j\omega C} = \frac{R + j\omega L}{1 + j\omega RC - \omega^2 LC} = \frac{R + j\omega L}{1 - \omega^2/\omega_0^2 + j\omega RC}$$

M4-6

4.2 Zmanjšanje in prireditev napetostnih signalov

Za zmanjšanje in prireditev napetostnih signalov uporabljamo najbolj pogosto **napetostne delilnike** in **napetostne merilne transformatorje**.

Poznamo več vrst napetostnih delilnikov:

- ∞ uporovni delilnik,
- ∞ uporovno-kapacitivni delilnik,
- ∞ kapacitivni delilnik,
- ∞ induktivni delilnik,
- ∞ uporovni induktivno-kapacitivni delilnik, itd.



M4-8

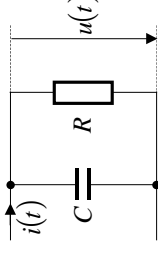


$$\underline{Z} = \frac{R + j\omega L}{1 - \omega^2/\omega_0^2 + j\omega RC}$$

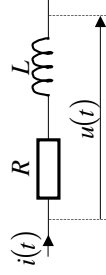
Kadar uporabljamo upor pri nižjih frekvencah $\omega^2 \ll \omega_0^2$, preide enačba impedance realnega upora v obliko: $\underline{Z} \doteq \frac{R + j\omega L}{1 + j\omega RC}$

in je **značaj impedance** odvisen od vrednosti upornosti.

∞ pri **velikih vrednostih** upornostih ($R \gg \omega L$) dobimo **kapacitivni** značaj:

$$\underline{Z} \doteq \frac{R}{1 + j\omega RC}$$


∞ pri **majhnih vrednostih** upornostih ($R \ll 1/\omega C$) dobimo **induktivni** značaj:

$$\underline{Z} \doteq R + j\omega L$$


M4-7

4.2.1 Napetostni delilniki

Napetostne delilnike v osnovi delimo na **uporovne**, **kapacitivne** in **induktivne**.

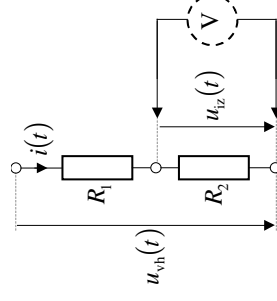
4.2.1.1 Uporovni napetostni delilnik

Izhodno in vhodno napetost povezuje enačba člena ničtega reda $u_{iz} = k \cdot u_{vh}$. Konstanto k določa **uporovni delilnik**:

$$k = \frac{u_{iz}}{u_{vh}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

∞ Uporovni delilniki nudijo široko frekvenčno območje (od enosmernih vrednosti do več sto kilohertzov).

∞ Sami zase ne omogočajo galvanске ločitve vhodne napetosti od izhodne.



M4-9



Zaporedna razširitev merilnega območja voltmetra

Voltmetru razširimo merilno območje **z** zaporedno vezanim preduporom R_p (večkratni predupor).

$$k = \frac{u_{iz}}{u_{vh}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

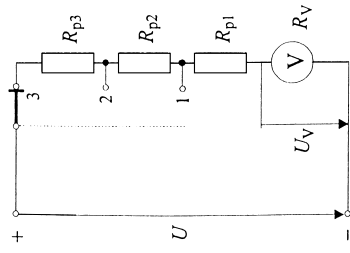
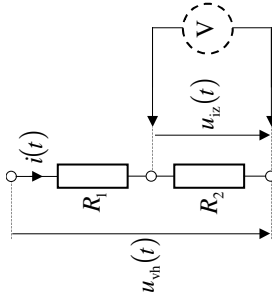
Standardna negotovost prenosnega faktorja k se izrazi z:

$$u(k) = \sqrt{\left(\frac{\partial k}{\partial R_1} u(R_1)\right)^2 + \left(\frac{\partial k}{\partial R_2} u(R_2)\right)^2} = \frac{1}{(R_1 + R_2)^2} \sqrt{(R_2 u(R_1))^2 + (R_1 u(R_2))^2}$$

$$w(k) = \frac{u(k)}{k} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \sqrt{\left(\frac{u(R_1)}{R_1}\right)^2 + \left(\frac{u(R_2)}{R_2}\right)^2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \sqrt{w^2(R_1) + w^2(R_2)}$$



M4 - 10

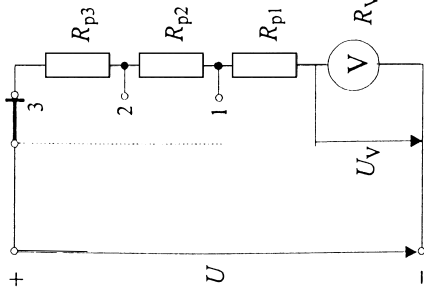


Primer: $R_{V0} = 10\text{ k} \text{ } / \text{V}$; $I_V = 1/(10\text{ k} \text{ } / \text{V}) = 100\text{ }\mu\text{A}$

∞ Če želimo razširiti območje za 100 V moramo imeti $R_p = 100\text{ V} \cdot 10\text{ k} \text{ } / \text{V} = 1\text{ M}$



M4 - 12



Slika 4.9. Razširitev merilnega območja voltmetra

Merilni doseg (narisani položaj 3) je:

$$U_3 = \frac{U_V}{R_V} (R_{p1} + R_{p2} + R_{p3} + R_V)$$

$R_{V0} = \frac{R_V}{U_V}$ - karakteristična upornost voltmetra

∞ od $100 \text{ } / \text{V}$ do $100\text{ k} \text{ } / \text{V}$

∞ upornost, ki **razširi merilno območje za en volt**



M4 - 11



Skupna upornost $R_1 + R_2$ mora biti **čim večja**, kot kaže enačba dopustne moči, če želimo meriti veliko vhodno napetost.

$$R_1 + R_2 > U_{vh}^2 / P_{max}$$

∞ Večanje upornosti pa na drugi strani zmanjšuje dinamiko delilnika. Upori dobivajo kapacitivni značaj ($\tau \oplus RC$).

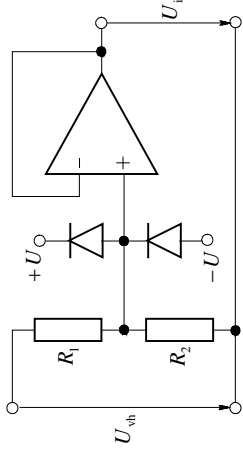
∞ Za napetosti nizkonapetostnega sekundarnega omrežja ($230\text{ V} / 400\text{ V}$) so vrednosti upornosti delilnika okoli enega megahma.



M4 - 13



∞ Praktična realizacija napetostnega delilnika



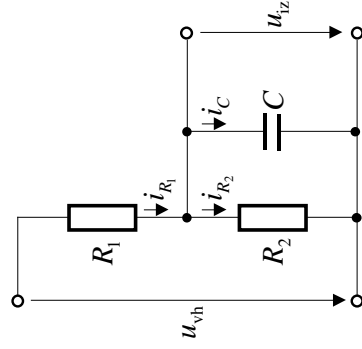
Slika 4.11 Napetostni delilnik z diodno zaščito in impedančno ločitvijo

Za neobremenjenost izhoda delilnika lahko skrbi napetostni izravnavalnik z visoko vhodno impedanco ($Z_{vh} \gg 1M \parallel 100pF$) in majhno preostalo napetostjo ($U_p \approx 100 \mu V$), ki ima zaščiten vhod z diodama.



M4 - 14

S temi predpostavkami je za analizo pred nami naslednji merilni člen.



Velja:

$$i_{R_1} = \frac{u_{vh} - u_{iz}}{R_1}, \quad i_{R_2} = \frac{u_{iz}}{R_2}, \quad i_C = C \frac{du_{iz}}{dt}$$

Vsota tokov v vozliščni točki med uporoma je enaka nič ($i_{R_1} - i_{R_2} - i_C = 0$), zato zapišemo:

$$\frac{u_{vh} - u_{iz}}{R_1} - \frac{u_{iz}}{R_2} - C \frac{du_{iz}}{dt} = 0$$

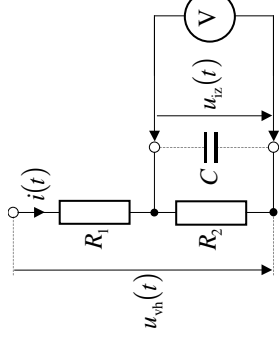
Po preureditvi dobimo:

$$\frac{du_{iz}}{dt} + \frac{u_{iz}}{C} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{u_{vh}}{CR_1} \rightarrow \frac{du_{iz}}{dt} + \frac{u_{iz}}{C} \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} = \frac{u_{vh}}{CR_1}$$

$$\infty \frac{du_{iz}}{dt} + \frac{1}{\tau} u_{iz} = \frac{k}{\tau} u_{vh}$$



M4 - 16



Pri dinamičnem obnašanju vezja pa ne moremo zanemariti vplive:

- ∞ stresane kapacitivnosti na upor, ∞ kapacitivnosti vhodne stopnje voltmetra
- ∞ in priključnih kablov,

ki jih ponazorimo s kondenzatorjem C . Vpliv vhodne upornosti voltmetra lahko zanemarimo, ker je dovolj visoka (tipično $10M \Omega$) proti upor R_2 .



M4 - 15

$$\frac{du_{iz}}{dt} + \frac{1}{\tau} u_{iz} = \frac{k}{\tau} u_{vh}$$

V izrazu je τ časovna konstanta vezja, ki jo sestavljata delilno razmerje $k = R_2 / (R_1 + R_2)$ in časovna konstanta $\tau_1 = R_1 C$:

$$\tau = \frac{R_2}{R_1 + R_2} R_1 C = k R_1 C = k \tau_1$$

a) **Odziv napetostnega delilnika na skočno spremembo vhodne napetosti** $u_{vh} = U_0$

Napetostni delilnik aproksimiramo s členom 1. reda.

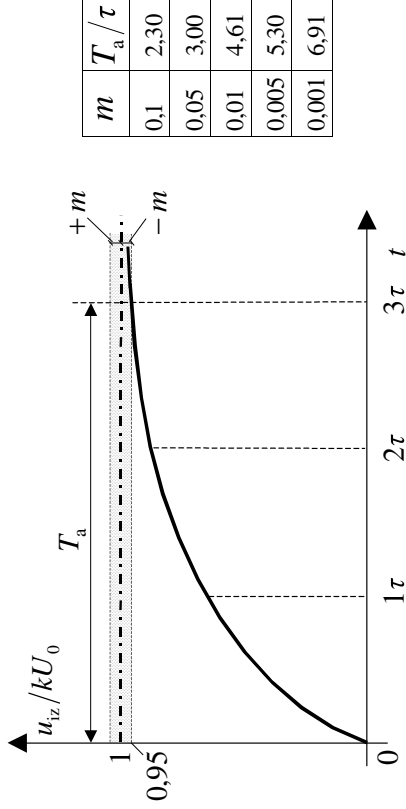
Rešitev diferencialne enačbe člena 1. reda $\frac{du_{iz}}{dt} + \frac{1}{\tau} u_{iz} = \frac{k}{\tau} u_{vh}$ nam da:

$$u_{iz} = k U_0 (1 - e^{-t/\tau})$$


M4 - 17



Potek izhodne napetosti prikazuje naslednja slika:



M4 - 18

Pri željeni mejni vrednosti m , je odzivni čas enak:

$$\frac{u_{iz}}{kU_0} = 1 - m = (1 - e^{-T_a/\tau}) \Rightarrow T_a = \tau \ln(1/m)$$



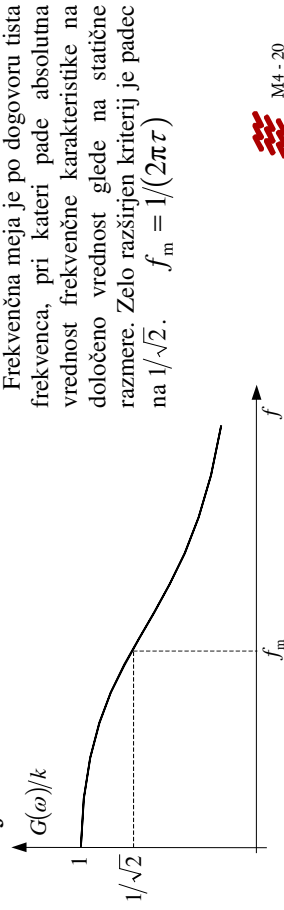
Razmerje izhodne in vhodne napetosti imenujemo frekvenčno karakteristiko $G(j\omega)$ in je v našem primeru:

$$G(j\omega) = \frac{U_{iz}}{U_{vh}} = \frac{U_{iz}(j\omega)}{U_{vh}(j\omega)} = \frac{k}{1 + j\omega\tau} = k \frac{1 - j\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}$$

Njena absolutna vrednost je enaka:

$$|G(j\omega)| = G(\omega) = k \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}} = \frac{\hat{u}_2(\omega)}{\hat{u}_1(\omega)}$$

in se imenuje amplitudna karakteristika, prikazuje pa jo naslednja slika:



M4 - 20



b) Odziv napetostnega delilnika na sinusno obliko vhodne napetosti

Odnos med izhodno in vhodno napetostjo napetostnega delilnika določata upor R_1 in impedanca Z_2 vzporedne vezave upora R_2 in kondenzatorja C :

$$\underline{Z}_2 = R_2 \parallel \frac{1}{j\omega C} = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C}$$

Pri sinusni vzbujačni napetosti zapišemo za napetostni delilnik:

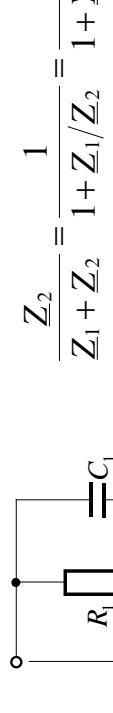
$$\underline{U}_{iz} = \underline{U}_{vh} \frac{\underline{Z}_2}{R_1 + \underline{Z}_2} = \underline{U}_{vh} \frac{\frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C}}{R_1 + \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C}} = \underline{U}_{vh} \frac{R_2}{(R_1 + R_2) + j\omega R_1 R_2 C} = \underline{U}_{vh} \frac{k}{1 + j\omega\tau}$$



M4 - 19

4.2.1.2 Uporovno-kapacitivni delilnik

Kadar moramo upoštevati tudi kapacitivnost, paralelno k uporu R_1 , dobimo **uporovno-kapacitivni** delilnik:



izražen z admitancama:

$$\underline{Y}_1 = 1/\underline{Z}_1 = 1/R_1 + j\omega C_1, \\ \underline{Y}_2 = 1/\underline{Z}_2 = 1/R_2 + j\omega C_2$$

Delilnik je frekvenčno odvisen:

$$\frac{\underline{U}_{iz}}{\underline{U}_{vh}} = \frac{(1/R_1 + j\omega C_1)}{(1/R_1 + j\omega C_1) + (1/R_2 + j\omega C_2)} = \frac{(1 + j\omega R_1 C_1)/R_1}{(1 + j\omega R_1 C_1)/R_1 + (1 + j\omega R_2 C_2)/R_2}$$



M4 - 21



$$\frac{U_{iz}}{U_{vh}} = \frac{(1/R_1 + j\omega C_1)}{(1/R_1 + j\omega C_1) + (1/R_2 + j\omega C_2)} = \frac{(1 + j\omega R_1 C_1)/R_1}{(1 + j\omega R_1 C_1)/R_1 + (1 + j\omega R_2 C_2)/R_2}$$

Če izberemo $R_1 C_1 = R_2 C_2$, ga naredimo frekvenčno neodvisnega

$$\frac{U_{iz}}{U_{vh}} = \frac{(1 + j\omega R_1 C_1)/R_1}{(1 + j\omega R_1 C_1)/R_1 + (1 + j\omega R_2 C_2)/R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

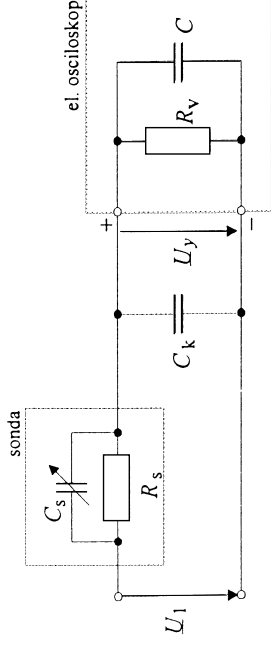
∞ napetostno razmerje neodvisno od f .

Primer:

∞ Osciloskop z napetostno sondo



M4 - 22



Vhodno impedanco osciloskopa sestavljata:

∞ **vzporedna upornost:** $R_v \oplus 1M\Omega$,

∞ **kapacitivnost:** $C(30\text{ pF} \sqrt{50\text{ pF}})$.

Koaksialni kabel ima svojo impedanco, katere bistveni del je **kapacitivnost** C_k podana na dolžino (ca. 50 pF/m).

∞ je frekvenčno odvisna. $C_v = C + C_k$

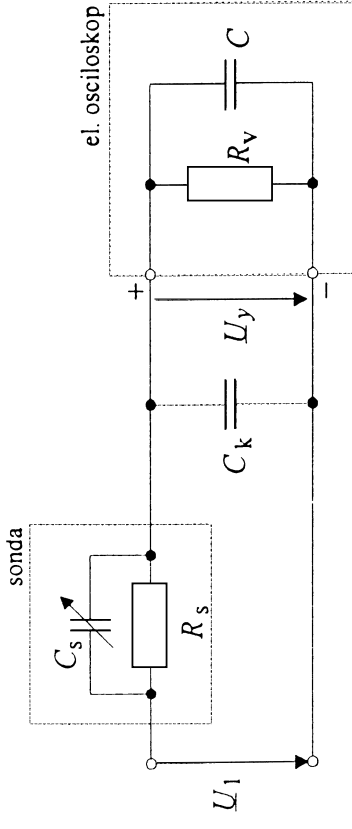


M4 - 24



Osciloskop z napetostno sondo

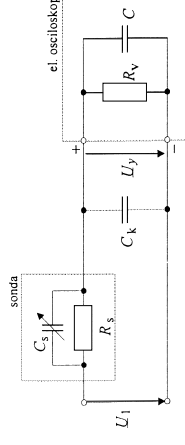
Delilnik sestavljajo elementi sonde, koaksialen kabel in sam vhod EO (BNC vhod).



Slika 4.16 Nadomestno vezje osciloskopa z napetostno sondo



M4 - 23



Frekvenčno odvisnost kompenziramo s **frekvenčno kompenzirano napetostno sondo**.

∞ ne pači signal, manj obremenjuje vir, signal pa slabi.

Napetostni delilnik:

$$\frac{U_y}{U_1} = \frac{Z_v}{Z_v + Z_s} = \frac{1}{1 + \frac{Z_s}{Z_v}} = \frac{1}{1 + \frac{Y_v/Y_s}{Y_s + Y_v}} \quad \text{z elementi:}$$

$$\frac{U_y}{U_1} = \frac{(1/R_s + j\omega C_s)}{(1/R_s + j\omega C_s) + (1/R_v + j\omega C_v)} = \frac{(1/R_s + j\omega C_s)/R_s}{(1/R_s + j\omega C_s)/R_s + (1/R_v + j\omega C_v)/R_v}$$

∞ s C_s nastavimo $R_s C_s = R_v C_v$ in **kompenziramo** sondo:

$$\frac{U_y}{U_1} = \frac{R_v}{R_v + R_s} = \frac{C_s}{C_s + C_v} \quad \text{- napetostno razmerje neodvisno od } f$$



M4 - 25

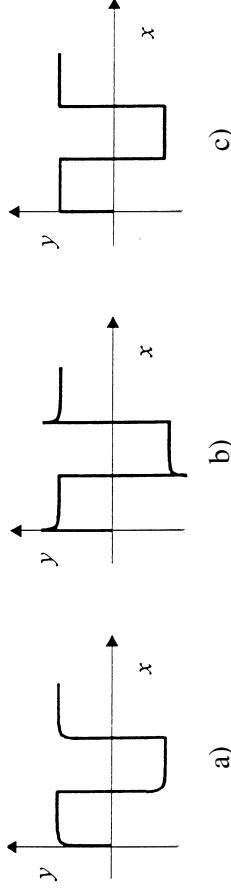


∞ sondo kompenziramo s pomočjo **pravokotnega signala** (priključek na osciloskopu):

∞ **podkompenzirana** (a): $R_s C_s < R_v C_v$

∞ **nadkompenzirana** (b): $R_s C_s > R_v C_v$,

∞ **pravilno kompenzirana** (c): $R_s C_s = R_v C_v$,



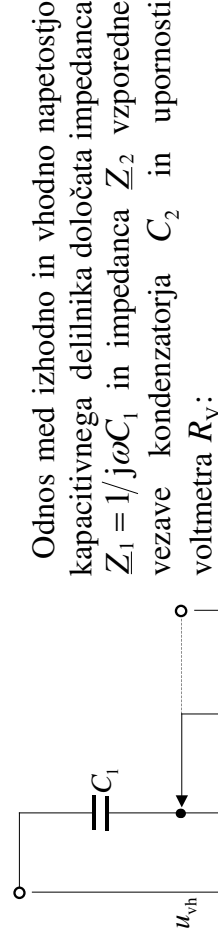
Slika 4.17 Slika na zaslonu EO za različne stopnje kompenzacije sonde



M4 - 26

4.2.1.3 Kapacitivni napetostni delilnik

Napetostno območje lahko razširimo tudi s kapacitivnim delilnikom. **Kapacitivni delilniki** se običajno uporabljajo za merjenje napetosti višjih od 150 kV. Sestavljeni so iz zaporedno vezanih kondenzatorjev C_1 in C_2 ($C_1 \ll C_2$).



$$Z_2 = R_v \parallel \frac{1}{j\omega C_2} = \frac{R_v}{1 + j\omega R_v C_2}$$

Slika 4.18 Kapacitivni delilnik



M4 - 28



Impedanca osciloskopa je še vedno **odvisna od frekvence**:

$$Z = Z_s + Z_v = \frac{1}{Y_s} + \frac{1}{Y_v} = \frac{1}{1/R_s + j\omega C_s} + \frac{1}{1/R_v + j\omega C_v} = \frac{R_s + R_v}{1 + j\omega R_v C_v}$$

∞ če je sonda 1:10, je Z destkrat večja kot Z_v brez sonde.

$$Z = \frac{R_s + R_v}{R_v} \frac{R_v}{1 + j\omega R_v C_v} = \frac{R_s + R_v}{R_v} \frac{1}{1/R_v + j\omega C_v} = 10 Z_v$$



M4 - 27



Pri sinusni vzbujaalni napetosti zapišemo za kapacitivni delilnik:

$$\underline{U}_{iz} = \underline{U}_{vh} \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \underline{U}_{vh} \frac{\frac{R_v}{1 + j\omega R_v C_2}}{\frac{1}{j\omega C_1} + \frac{R_v}{1 + j\omega R_v C_2}}$$

Problem te vezave je upornost voltmetra, saj močno vpliva na izmerjeno napetost. Če bi bila upornost voltmetra neskončna, bi bila napetost odvisna samo od kondenzatorjev.

$$R_v = \infty \Rightarrow \frac{U_{iz}}{U_{vh}} = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

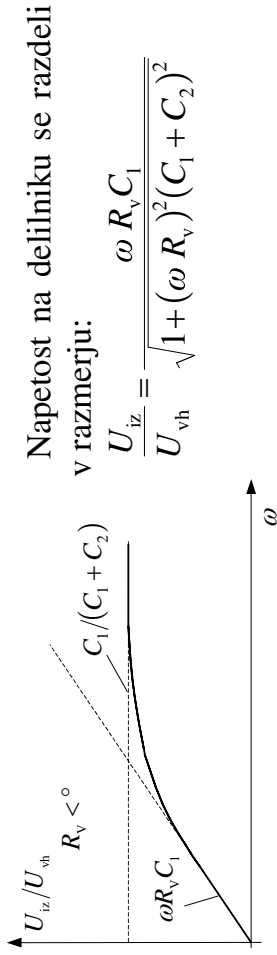


M4 - 29



Ob končni upornosti voltmetra temu ni tako.

$$U_{iz} = \frac{j\omega \frac{C_1}{C_1 + C_2}}{j\omega + \frac{1}{R_V(C_1 + C_2)}} \cdot U_{vh} \oplus \left\{ \frac{j\omega R_V C_1 U_{vh}}{C_1 + C_2} \Leftrightarrow R_V \ll \frac{1}{j\omega(C_1 + C_2)} \right. \\ \left. \frac{C_1}{C_1 + C_2} U_{vh} \Leftrightarrow R_V \gg \frac{1}{j\omega(C_1 + C_2)} \right.$$



M4 - 30

Vpliva prenizke obremenitve se lahko znebimo tako, da delilno razmerje kapacitivnega delilnika zmanjšamo in uporabimo dodatni merilni transformator.

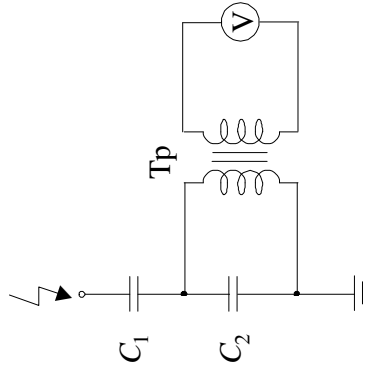
Naj bo nazivna prestava tega transformatorja $k_{Tp} = 10 \text{ kV}/100 \text{ V} = 100$. Zato mora biti delilno razmerje kapacitivnega delilnika zmanjšano na 10.

$$U_{vh} = 100 \text{ kV}, U_{iz} = 10 \text{ kV},$$

$$C_1 = 1 \text{ nF}, C'_2 = 9 \text{ nF} \Rightarrow Z_{iz} \oplus 0,32 \text{ M}\Omega$$

Upornost voltmetra na primarni strani transformatorja, ki jo čuti kapacitivni delilnik, pa je: $(10 \text{ kV}/100 \text{ V})^2 1 \text{ k}\Omega = 10 \text{ M}\Omega$

Na ta način je postala upornost instrumentarija ($10 \text{ M}\Omega$) večja, kot je impedanca kapacitivnega delilnika Z_{iz} ($0,32 \text{ M}\Omega$), kar sistematični pogrešek zmanjša.



Slika 4.20 Kapacitivni delilnik s transformatorjem



M4 - 32

Poglejmo si razmere na primeru. Denimo, da je

$$U_{vh} = 100 \text{ kV}, U_{iz} = 100 \text{ V}, C_1 = 1 \text{ nF}, C_2 = 999 \text{ nF}$$

Ob navedenih podatkih je impedanca delilnika Z_{iz} (notranja impedanca delilnika na izhodu):

$$Z_{iz} = \frac{1}{\omega(C_1 + C_2)} \oplus 3,2 \text{ k}\Omega \quad (f = 50 \text{ Hz})$$

Nazivna obremenitev napetostnega delilnika z nazivno močjo $S_n = 10 \text{ VA}$ je

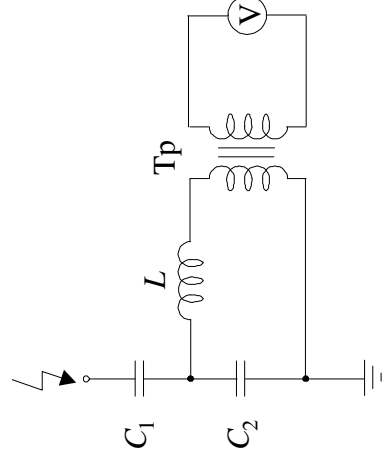
$$Z_n = \frac{U_{iz}^2}{S_n} = \frac{100^2 \text{ V}^2}{10 \text{ VA}} = 1 \text{ k}\Omega = R_V$$

Vidimo, da je nazivna obremenitev (upornost voltmetra) celo manjša od impedance delilnika, kar vnaša nesprejemljiv sistematični pogrešek zaradi vključitve instrumentarija. Med obema je sicer 90° zamik, kar nekoliko ublaži razmere.



M4 - 31

Opisani sistematični pogrešek zaradi vključitve instrumentarija pa lahko še bolj zmanjšamo, če uporabimo dodatno kompenzacijsko tuljavo, ki hkrati izniči tudi fazne premike (ni kotnih pogreškov).



Ker ima impedanca delilnika $Z_{iz} \oplus 0,32 \text{ M}\Omega$ negativno imaginarno komponento, jo s primerno dimenzionirano tuljavo (pozitivna imaginarna komponenta) lahko učinkovito izničimo.

$$\omega L = 1/(\omega(C_1 + C_2))$$

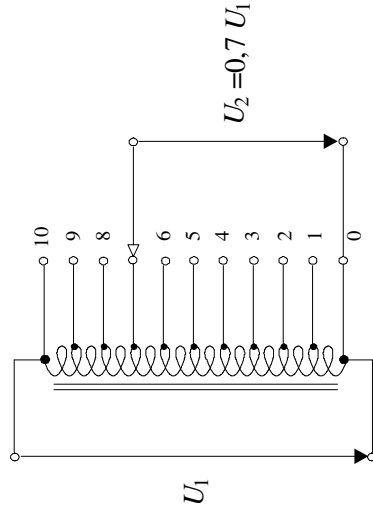
Slika 4.21 Kapacitivni delilnik s transformatorjem in tuljavo



M4 - 33

4.2.1.4 Induktivni napetostni delilnik

Induktivni delilniki so napetostniki - napetostni transformatorji, ki s svojimi odcepi omogočajo zelo natančne porazdelitve pritisnjene napetosti.



Slika 4.22 Člen induktivnega delilnika

Visoko točnost dosežemo s prepletanjem vodnikov enakih presekov, ki so naviti okoli jedra odlične magnetne vodljivosti. Vodniki so nato vezani zaporedno. Takšna vezava omogoča, da teče po vsakem delu praktično enak magnetni pretok, zaradi česar se v vseh delih inducira enaka napetost.

M4 - 34

4.2.1.5 Uporovni induktivno-kapacitivni napetostni delilnik

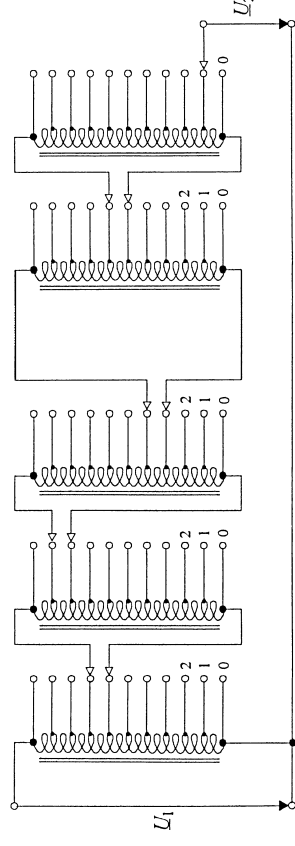
Kadar zmanjšamo napetostni signal le delno (<1%), je upor R_1 precej manjši kot upor R_2 in imamo namesto upora R_1 serijsko nadomestno vezavo z induktivnostjo (velja za majhne vrednosti upornosti) in poleg upora R_2 še paralelno nadomestno vezavo kapacitivnosti (velja za velike vrednosti upornosti).

Dano vezje analizirajmo v časovnem prostoru. Velja:

$$u_{vh} = R_1 i + L \frac{di}{dt} + u_{vz} \quad \text{in} \quad i = i_R + i_C = \frac{u_{vz}}{R_2} + C \frac{du_{vz}}{dt}$$

M4 - 36

Več takšnih členov lahko vežemo v kaskado (verigo), tako da dobimo celo 8-stopenjske kaskade z zelo točno napetostno prestavo. Dosežemo lahko napetostne pogreške manjše od 10^{-7} .



Slika 4.23 Večstopenjski induktivni delilnik $U_2 = 0,683xxx51U_1$

- ∝ bremenitev predhodne dekad je minimalna, ker je magnetilni tok majhen,
- ∝ izhodna impedanca je majhna, ker je žica velikega preseka.

M4 - 35

$$u_{vh} = R_1 i + L \frac{di}{dt} + u_{vz} \quad \leftarrow \quad i = i_R + i_C = \frac{u_{vz}}{R_2} + C \frac{du_{vz}}{dt}$$

Po vstavitvi toka iz druge enačbe v prvo, odvajanju in preureditvi dobimo linearno **diferencialno enačbo drugega reda**:

$$u_{vh} = \frac{R_1}{R_2} u_{vz} + R_1 C \frac{du_{vz}}{dt} + \frac{L}{R_2} \frac{du_{vz}}{dt} + LC \frac{d^2 u_{vz}}{dt^2} + u_{vz}$$

$$LC \frac{d^2 u_{vz}}{dt^2} + \left(R_1 C + \frac{L}{R_2} \right) \frac{du_{vz}}{dt} + \frac{R_1 + R_2}{R_2} u_{vz} = u_{vh}$$

Če primerjamo dobljeno enačbo z osnovno linearno diferencialno enačbo člena drugega reda

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = x$$

M4 - 37



so parametri obnašanja merilnega člena drugega reda naslednji:

- ∞ **prenosni faktor** ali delilno razmerje stacionarnega stanja:

$$k = \frac{u_{iz}}{u_{vh}} = \frac{1}{a_0} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

- ∞ **lastna kotna frekvenca** nedušenega nihanja:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{a_0}{a_2}} = \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{R_2 LC}}$$

- ∞ **in stopnja dušenja**:

$$\xi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0 a_2}} = \frac{R_1 C + L/R_2}{2\sqrt{LC \cdot (R_1 + R_2)/R_2}}$$



M4 - 38

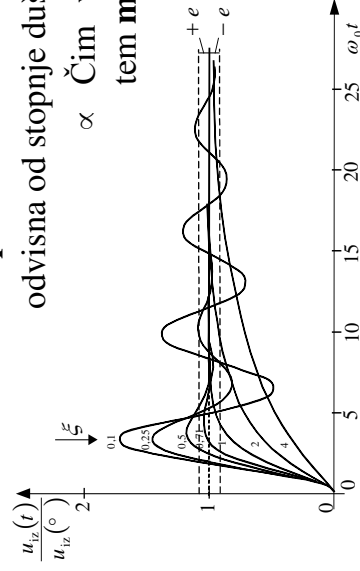
Če je stopnja dušenja $\xi < 1$, je rešitev enačbe dušeno nihanje:

$$\frac{u_{iz}}{u_{vh}} = 1 - \frac{e^{-\xi \omega_0 t}}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin(\sqrt{1 - \xi^2} \omega_0 t + \arccos \xi)$$

- ∞ Za **podkritično dušenje** je kotna frekvenca ω_d

odvisna od stopnje dušenja: $\omega_d = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - \xi^2}$

- ∞ Čim večja je stopnja dušenja, tem manjša je kotna frekvenca.



Slika 4.26: Primeri različnih vrst odzivov sistema drugega reda na stopničasti vhod



M4 - 40



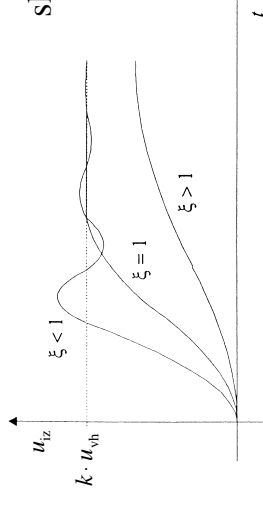
Če se vhodna veličina – napetost – **hipno spremení**, izhodna napetost merilnega člena **ne more v trenutku** zavzeti nove vrednosti.

Tudi **ustaviti se ne more v trenutku** (niha okrog novega ravnovesnega položaja).

- ∞ Da lahko čim hitreje odčitamo novo vrednost, mora biti **nihanje dušeno**.

Značilne odzive razdelimo v tri skupine:

- ∞ podkritično dušenje $\xi < 1$,
- ∞ kritično dušenje $\xi = 1$,
- ∞ nadkritično dušenje $\xi > 1$.



Slika 4.25 Gibanje izhodne napetosti po priključitvi stalne napetosti na vходу



M4 - 39

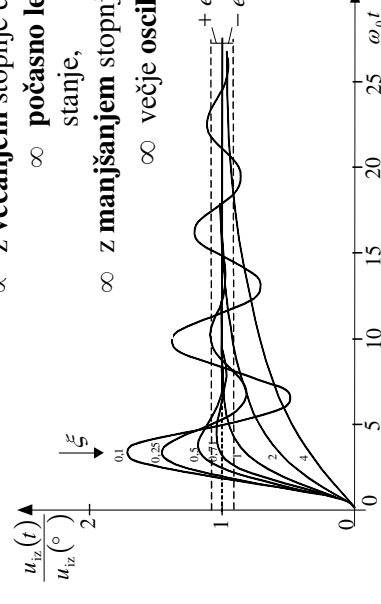


Dvižni čas je čas, ki je potreben, da signal izhoda preleti interval med 10 % in 90 % svoje končne vrednosti.

- ∞ Čim večja je stopnja dušenja, tem daljši je dvižni čas.

Odzivni čas merilnega člena znotraj odstopanja e od končnega odklona se:

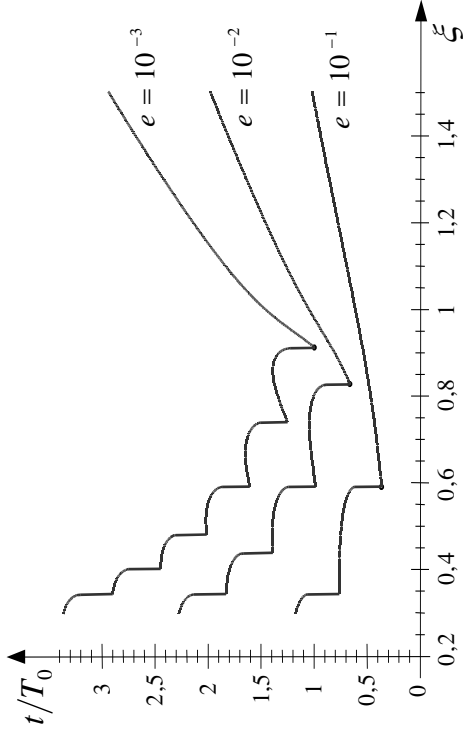
- ∞ z **večanjem** stopnje dušenja **povečuje**
- ∞ **počasno lezenje** v novo stacionarno stanje,
- ∞ z **manjšanjem** stopnje dušenja **tudi povečuje**, večje **oscilacije**.



Kompromisna vrednost stopnje dušenja: $\xi = 0,8 \sqrt{0,9}$



M4 - 41



Slika 4.27 Odzivni čas v odvisnosti od stopnje dušenja pri različnih vrednostih e ($T_0 = 2\pi/\omega_0$ - nihajni čas nedušenega nihanja)



M4 - 42

Odziv člena drugega reda na sinusno obliko

Če imamo na vходу sinusna obliko napetostnega signala, je takšne oblike v ustaljenem stanju tudi izhodna napetost:

$$u_{vh} = \hat{u}_{vh} e^{j\omega t} \Rightarrow u_{iz} = \hat{u}_{iz} e^{j(\omega t + \varphi)}$$

Kompleksna oblika enačbe spreminjanja je:

$$LC \frac{d^2 u_{iz}}{dt^2} + (R_1 C + \frac{L}{R_2}) \frac{du_{iz}}{dt} + \frac{R_1 + R_2}{R_2} u_{iz} = u_{vh}$$

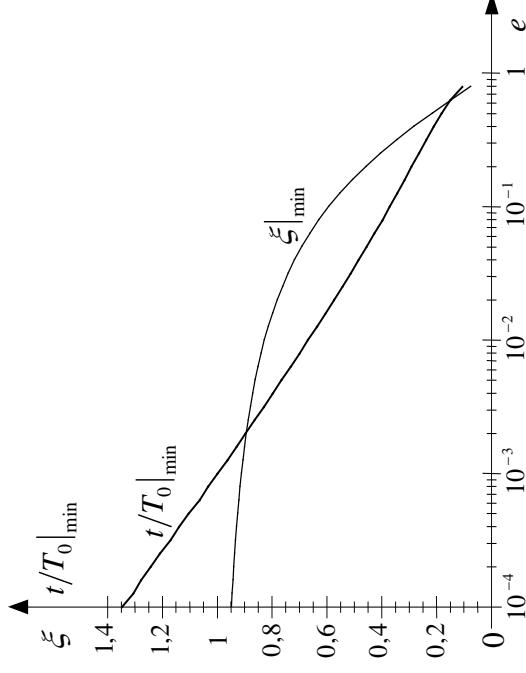
$$a_2 \frac{d^2 u_{iz}}{dt^2} + a_1 \frac{du_{iz}}{dt} + a_0 u_{iz} = u_{vh}$$

$$\infty \text{ kjer sta odvoda: } \frac{du_{iz}}{dt} = j\omega \hat{u}_{iz} e^{j(\omega t + \varphi)} = j\omega u_{iz}$$

$$\frac{d^2 u_{iz}}{dt^2} = -\omega^2 u_{iz}$$



M4 - 44



Slika 4.28 Najkrajši odzivni čas in stopnja dušenja v odvisnosti od e



M4 - 43

Relativna frekvenca:

$$\nu = \omega/\omega_0$$

∞ razmerje frekvence ω vsiljene napetosti v primerjavi z lastno frekvenco nedušenega nihanja.

Povezava med vhomom in izhodom je:

$$u_{iz} = \frac{u_{vh}}{a_0 - \omega^2 a_2 + j\omega a_1} \quad \text{oz.} \quad u_{iz} = \frac{u_{vh}}{a_0} \cdot \frac{1}{(1 - \nu^2) + j2\nu\xi}$$

Zanimata nas temenska vrednost izhodnega signala (**amplitudna karakteristika**):

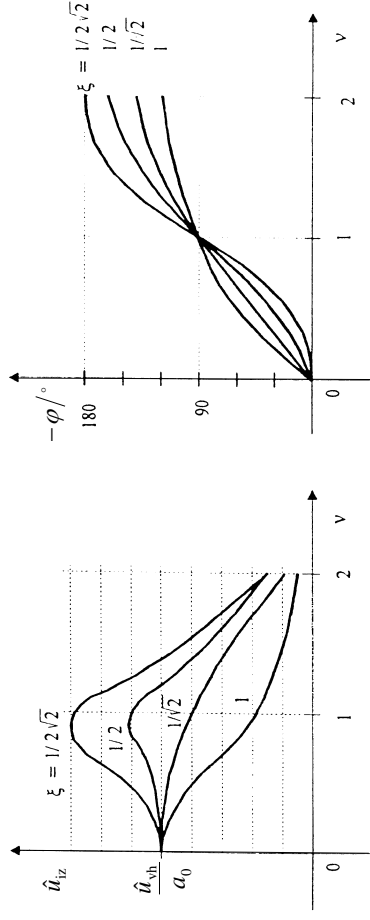
$$\hat{u}_{iz} = \frac{\hat{u}_{vh}}{a_0} \frac{1}{\sqrt{(1 - \nu^2)^2 + (2\nu\xi)^2}}$$

in fazni zamik (**fazna karakteristika**): $\varphi = -\arctg \frac{2\nu\xi}{1 - \nu^2}$



M4 - 45





Slika 4.29 Amplitudni in fazni odziv merilnega člena drugega reda
 $\hat{u}_{iz} = \hat{u}_{vh} / a_0$ - odklon pri konstantni vhodni napetosti



M4 - 46



4.2.2 Napetostni merilni transformator

Z njim **razširimo** (zožimo) **merilno območje** voltmetrov, vatmetrov itn.

Sestavljen je iz:

- ∞ **feromagnetnega jedra**,
- ∞ **primarnega navitja**,
- ∞ in **galvansko ločenega sekundarnega navitja**.

Poznamo:

- ∞ **tokovni merilni transformator** (tokovnik),
- ∞ **napetostni merilni transformator** (napetostnik).



M4 - 48



Kadar je **lastna frekvenca** majhna se merilni člen drugega reda obnaša kot **nizkoprepustni filter**.

- ∞ Za **odklon** je bolj pomembna **povprečna vrednost**.

Primer: $\xi = 1$, $T_0 = 1s$, frekvenca vzbujaanja je $f = 50Hz$
 Kolikokrat manjši je odklon kot pri konstantnem vzbujaanju $f = 0Hz$?

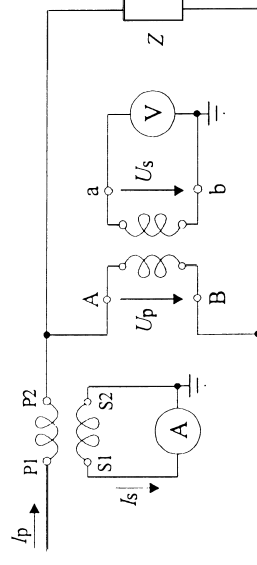
$$\nu = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{2\pi/T}{2\pi/T_0} = T_0 f = 1s \cdot 50Hz = 50$$

$$\frac{a_0 \hat{u}_{iz}}{\hat{u}_{vh}} = \frac{1}{\sqrt{(1-\nu^2)^2 + (2\nu\xi)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1-50^2)^2 + (2 \cdot 50 \cdot 1)^2}} = 4 \cdot 10^{-4}$$

- ∞ Tako male relativne spremembe zaznamo le z instrumentom, ker **človeško oko tega ne opazi**.



M4 - 47



Slika 4.30 Priključek tokovnika in napetostnika

Poznati moramo **prestavo** transformatorja (K_i oz. K_u):

- ∞ $U_p = K_u U_s$ - za napetostnik

- ∞ napetost primarnega navitja dobimo tako, da napetost sekundarnega navitja, ki jo merimo z voltmetrom, pomnožimo s prestavo!

- ∞ $I_p = K_i I_s$ - za tokovnik



M4 - 49

Razmerje med primarno in sekundarno napetostjo – **prestava napetostnika** – je **odvisno od**:

- ∞ velikosti napetosti,
- ∞ bremena na sekundarni strani,
- ∞ frekvence, uporabljenega materiala...

Suče se okoli **nazivne vrednosti** prestave:

$$K_{un} = U_{pn} / U_{sn} - \text{razmerje primarne nazivne napetosti in sekundarne nazivne napetosti (podani)}$$

- ∞ **odstopanje je odvisno od razreda** točnosti merilnega transformatorja.

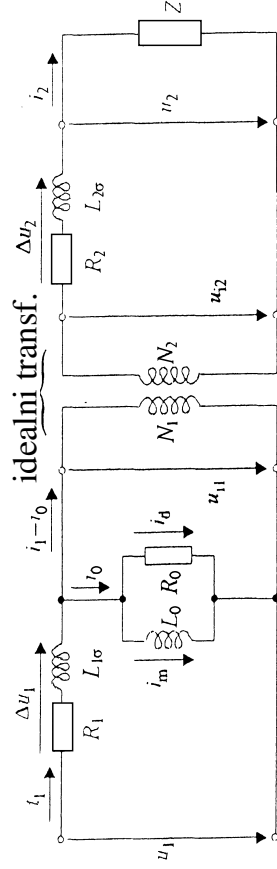
Ker uporabljamo pri izračunih primarnih vrednosti **nazivne** prestave namesto dejanskih, nastane **prestavni pogrešek**:

$$e = \frac{K_n - K}{K} \text{ oz. napetostni prestavni pogrešek: } e_u = \frac{K_{un} U_s - U_p}{U_p}$$



M4 - 50

Nadomestno vezje merilnega transformatorja



Slika 4.32 Nadomestno vezje merilnega transformatorja

- ∞ R_1 - ohmska upornost primarnega navitja,
- ∞ $L_{1\sigma}$ - stresana induktivnost primarnega navitja,
- ∞ R_2 - ohmska upornost sekundarnega navitja,
- ∞ $L_{2\sigma}$ - stresana induktivnost sekundarnega navitja,

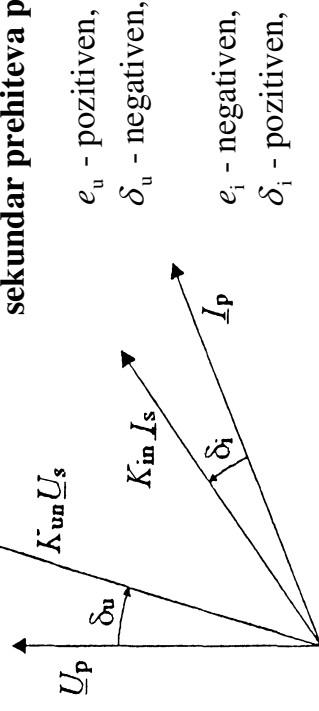


M4 - 52

Pri posrednem mmerjenju moči, energije, ... moramo upoštevati tudi **kotni pogrešek**:

- ∞ **fazna razlika** med fazorjema primarnega in sekundarnega navitja.

∞ po dogovoru je **pozitiven**, če **sekundar prehiteva primar**.



e_u - pozitiven,

δ_u - negativen,

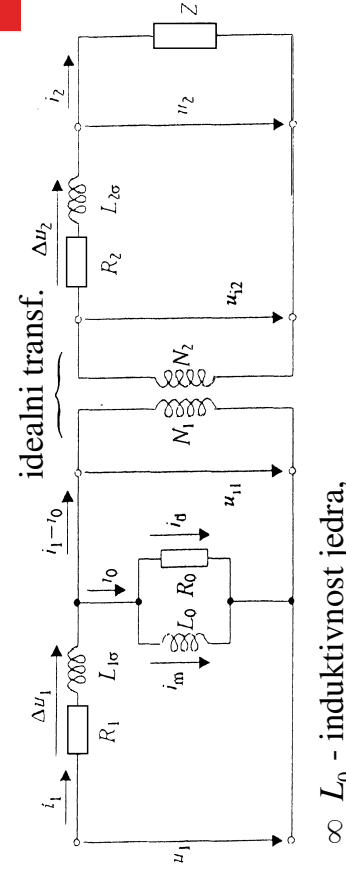
e_i - negativen,

δ_i - pozitiven,

Slika 4.31 Pogreška tokovika in napetostnika



M4 - 51



∞ L_0 - induktivnost jedra,

- z magnetilnim tokom i_m vzbuja magnetni pretok v jedru

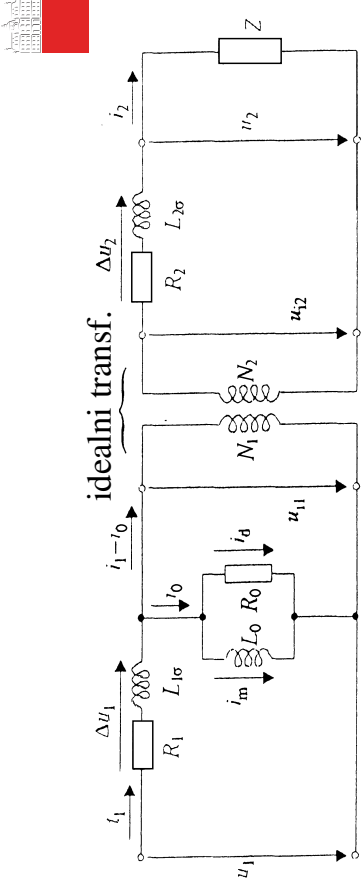
∞ R_0 - upornost jedra,

- z i_d ponazarja izgube v jedru

∞ na sekundarju imamo priključeno impedanco Z



M4 - 53



Slika 4.32 Nadomestno vezje merilnega transformatorja

Pri **napetostniku** imamo **vsiljeno napetost** (tok i_1 čim manjši).

Velja:

$$\frac{u_{11}}{u_{12}} = \frac{N_1 \frac{d\phi}{dt}}{N_2 \frac{d\phi}{dt}} = \frac{N_1}{N_2}$$



M4 - 54

Osnovni podatki napetostnih merilnih transformatorjev

Po mednarodnih priporočilih IEC 186-1987 so napetostniki razvrščeni v pet razredov točnosti:

$$0,1 - 0,2 - 0,5 - 1 - 3$$

∞ pogoji:

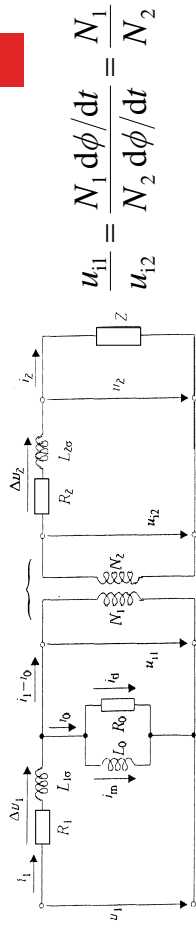
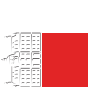
- ∞ nazivna frekvenca,
- ∞ napetost med 80% in 120% nazivne napetosti,
- ∞ breme med 25% in 100% nazivnega bremena,
- ∞ faktor moči 0,8 induktivnega značaja.

Tabela 4.1 Meje pogreškov napetostnikov

razred točnosti	0,1	0,2	0,5	1	3
meje napetostnega pogreška	± 0,1%	± 0,2%	± 0,5%	± 1,0%	± 3,0%
meje kotnega pogreška	± 5'	± 10'	± 20'	± 40'	/



M4 - 56



Upoštevati moramo še **padce napetosti** $\mathcal{E}u_1$ oz. $\mathcal{E}u_2$

∞ na **upornostih** navitij (R_1, R_2) in stresanih **induktivnostih**

$$(L_{\sigma 1}, L_{\sigma 2}). \quad u_1 - u_{11} - \mathcal{E}u_1 = 0 \quad u_{12} - u_2 - \mathcal{E}u_2 = 0$$

$$u_2 + \mathcal{E}u_2 = u_{12} = \frac{u_{12}}{u_{11}} u_{11} = \frac{N_2}{N_1} (u_1 - \mathcal{E}u_1)$$

$$u_2 = u_1 \frac{N_2}{N_1} \left[1 - \left(\frac{\mathcal{E}u_1}{u_1} + \frac{\mathcal{E}u_2}{u_2} \right) \right]$$

∞ **prestava** je odvisna tudi **od padcev napetosti** na navitjih.



M4 - 55

Priporočene **standardne vrednosti**:

- ∞ primarna nazivna napetost v skladu z nazivnimi vrednostmi omrežij,
- ∞ sekundarna nazivna napetost: 100 V, (200 V)
- ∞ **nazivna moč**: (10 – 25 – 50 – 100 – 200 – 500) VA.

∞ To je **vrednost navidezne moči**, ki jo napetostnik daje v sekundarni tokokrog pri **nazivni sekundarni napetosti** in **nazivni obremenitvi**:

$$S_n = U_{sn}^2 Y_n$$



M4 - 57



∞ **nazivno breme** je admitanca podana v siemensih:

$$Y_n = \frac{S_n}{U_{sn}^2} = \frac{50 \text{ VA}}{(100 \text{ V})^2} = 5 \text{ mS}$$

∞ ustreza impedanci 200|

∞ 25 % nazivnega bremena:

$$Y_{25\%} = \frac{S_{25\%}}{U_{sn}^2} = \frac{12,5 \text{ VA}}{(100 \text{ V})^2} = 1,25 \text{ mS}$$

∞ ustreza impedanci 800|

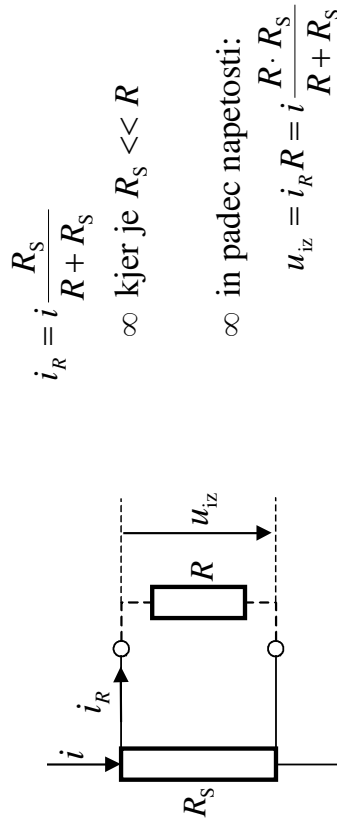


M4 - 58



4.3.1 Tokovni delilnik s souporom

Osnovno shemo prilagoditve na tokovni vhod z notranjo upornostjo R predstavlja tokovni delilnik upora R in soupora R_S



Slika 4.33 Tokovni delilnik s souporom



M4 - 60



4.3 Zmanjšanje in prireditev tokovnih signalov

Za zmanjšanje in prireditev tokovnih signalov uporabljamo najbolj pogosto pasivne merilne člene:

- ∞ tokovne delilnike in
- ∞ tokovne merilne transformatorje.



M4 - 59



Standardna negotovost prenosnega faktorja k se izrazi z negotovostjo samega soupora:

$$k = \frac{u_{iz}}{i} = \frac{R \cdot R_S}{R + R_S} \rightarrow k = \frac{u_{iz}}{i} \oplus R_S \rightarrow w_k \oplus w_{R_S}$$

Tudi pri souporih si stojita nasproti dve zahtevi: upornost mora biti zaradi dopustne moči $R_S < P_{\max}/I^2$ čim manjša in izhodna napetost zaradi razmerja signal/šum čim večja. Z manjšanjem upornosti se večja tudi časovna konstanta ($\tau \oplus L/R$).

Za tokove do 10A se uporabljajo soupori 0,1| , 0,01| ($P_{\max} \oplus 1 \text{ W} \vee 10 \text{ W}$).



M4 - 61



Razširitev merilnega območja ampermetra

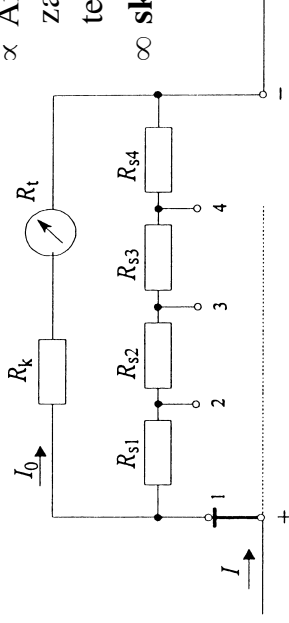
Ampermetru razširimo merilno območje z vzporedno vezanim souporom R_s .

- ∞ Večkratni soupor imenujemo **univerzalni** ali **Ayrtonov soupor**:

∝ Ampermetru lahko dodamo zaporedno upor R_k za temper. kompenzacijo.

- ∞ **skupna upornost** :

$$R_0 = R_k + R_t.$$



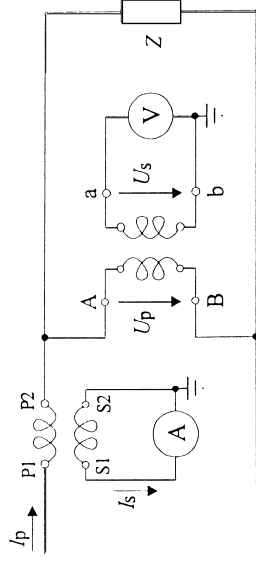
Slika 4.34 Razširitev merilnega območja ampermetra



M4 - 62

4.3.2 Tokovni merilni transformator (tokovnik)

Z njimi **razširimo** (zožimo) **merilno območje** ampermetrov, vatmetrov itn.



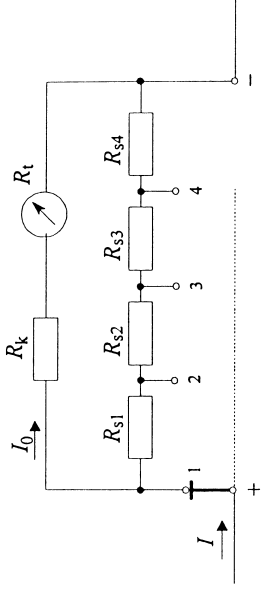
Slika 4.30 Priključek tokovnika in napetostnika

Poznati moramo **prestavo** transformatorja: $I_p = K_i I_s$

- ∞ Tok primarnega navitja dobimo tako, da tok sekundarnega navitja, ki ga merimo z ampermetrom, pomnožimo s prestavo!



M4 - 64



Merilni doseg (narisani položaj 1) je:

$$I_1 = I_0 \frac{R_0 + R_{s1} + R_{s2} + R_{s3} + R_{s4}}{R_{s1} + R_{s2} + R_{s3} + R_{s4}}$$

I_0 - največji tok čez sam merilni instrument.

Karakteristični padec napetosti (U_{A_0} - napetost med + in - vhodom) je malo odvisen od merilnega območja:

- ∞ od $I_0 R_0$ do $I_0 (R_0 + R_{s1} + R_{s2} + R_{s3}) \rightarrow U_{A_0} \doteq I_0 R_0$
- ∞ zadnji del ni bistveno večji: $R_{s1} + R_{s2} + R_{s3} < R_0$



M4 - 63



Razmerje med primarnim in sekundarnim tokom – **prestava tokovnika** – je **odvisna od**:

- ∞ velikosti toka,
- ∞ bremena na sekundarni strani,
- ∞ frekvence,
- ∞ uporabljenega materiala...

Suče se okoli **nazivne vrednosti** prestave:

$$K_{in} = I_{pn} / I_{sn} - \text{razmerje primarnega nazivnega toka in sekundarnega nazivnega toka (podana)}$$

- ∞ **odstopanje** je **odvisno od razreda** točnosti merilnega transformatorja.
- ∞ za izračun I_p uporabimo **nazivno prestavo**: $I_p = K_{in} I_s$



M4 - 65



Ker uporabljamo pri izračunih primarnih vrednosti nazivne prestave namesto dejanskih, nastane **prestavni pogrešek**:

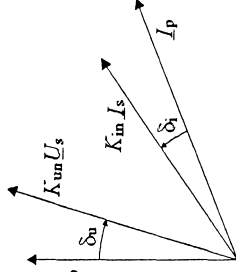
$$e = \frac{K_n - K}{K}$$

∞ tokovni prestavni pogrešek:

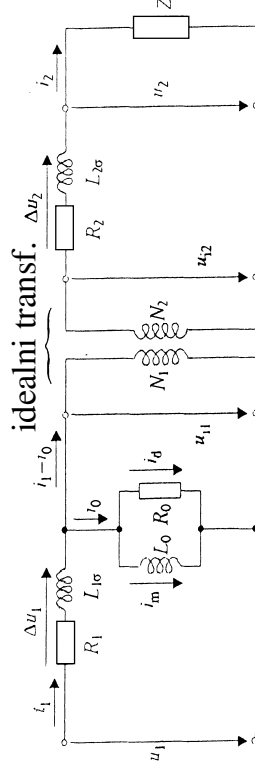
$$e_i = \frac{K_{in} I_s - I_p}{I_p}$$

Pri posrednem mmerjenju moči, energije, ... moramo upoštevati tudi **kotni pogrešek**:

- ∞ **fazna razlika** med fazorjema primarnega in sekundarnega navitja.
- ∞ po dogovoru je **pozitiven**, če **sekundar prehiteva primar**.



M4 - 66

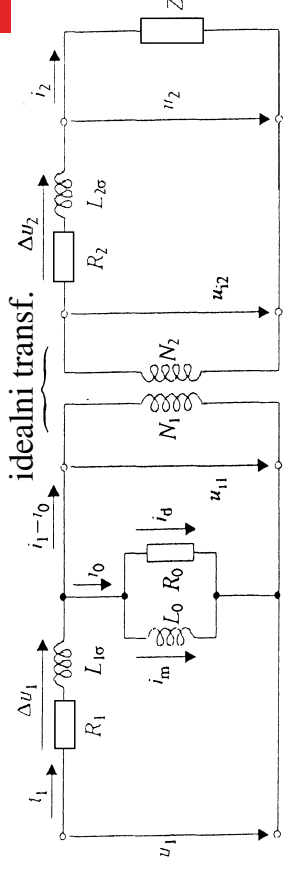


Povečano breme povzroči tudi povečano magnetenje,

- ∞ višja magnetna indukcija $u_{12} = -N_2 A dB/dt$ potegne za sabo večje magnetenje,
- ∞ poveča se vzbujaalni tok i_0 ,
- ∞ malo se spremeni prestavno razmerje.

$$i_2 = i_1 \frac{N_1}{N_2} \left(1 - \frac{i_0}{i_1} \right)$$

M4 - 68



Slika 4.32 Nadomestno vezje merilnega transformatorja

Pri **tokovniku** imamo **vsiljen tok** (napetost u_1 čim manjša).

$$\oint H ds = (i_1 - i_0)N_1 - i_2N_2 = 0 \Rightarrow i_2 = i_1 \frac{N_1}{N_2} \left(1 - \frac{i_0}{i_1} \right)$$

- ∞ **prestavo** določa **razmerje števila ovojev** in **tudi tok** i_0 potreben za magnetenje jedra.

M4 - 67



Osnovni podatki tokovnih merilnih transformatorjev

Po mednarodnih priporočilih IEC 185-1987 so tokovniki razvrščeni v šest razredov:

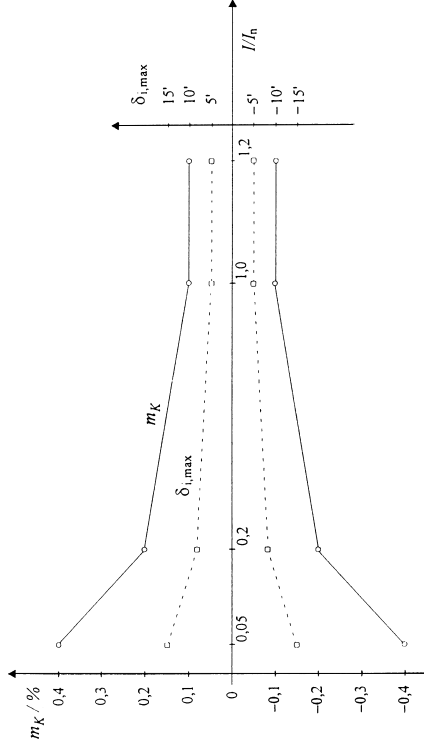
$$0,1 - 0,2 - 0,5 - 1 - 3 - 5$$

- ∞ **razred določa najvišji**, še dopustni prestavni **pogrešek**.

Tabela 4.2 Meje pogreškov tokovnikov

razred točnosti	meje prestavnega pogreška $\pm m_K$ v % pri tokovih				meje kotnega pogreška $\pm \delta_{i, \max}$ v minutah pri tokovih			
	$0,05 I_n$	$0,2 I_n$	$1,0 I_n$	$1,2 I_n$	$0,05 I_n$	$0,2 I_n$	$1,0 I_n$	$1,2 I_n$
0,1	0,4	0,2	0,1	0,1	15	8	5	5
0,2	0,75	0,35	0,2	0,2	30	15	10	10
0,5	1,5	0,75	0,5	0,5	90	45	30	30
1,0	3,0	1,5	1,0	1,0	180	90	60	60

M4 - 69



Slika 4.35 Značilen potek mej prestavnega in kotnega pogreška (razred 0,1)

Razreda točnosti 0,2S in 0,5S tokovnikov za posebno rabo, ki merijo od 1% do 120% nazivnega toka.



M4-70



∞ **nazivno breme** (primer): $Z_n = \frac{S_n}{I_{sn}^2} = \frac{5 \text{ VA}}{(5 \text{ A})^2} = 0,2$

∞ faktor moči 0,8

∞ 25% nazivnega bremenja:

$$Z_{25\%} = \frac{S_{25\%}}{I_{sn}^2} = \frac{1,25 \text{ VA}}{(5 \text{ A})^2} = 0,05$$

Pri uporabi moramo paziti, da **sekundarni sponki** ne ostaneta **nikdar odprti** ⇒ inducirala bi se **zelo velika napetost**, ki je lahko nevarna (tokovni vir!).



M4-72



Oba pogreška morata biti znotraj predpisanih mej, če je **breme od 25% do 100% nazivnega bremenja** in pri nazivni frekvenci.

Priporočene **standardne vrednosti**:

- ∞ primarni nazivni tok: (10–15–20–30–50–75)A
- ∞ sekundarni nazivni tok: 1A, 2A in priporočeno 5A,
- ∞ **nazivna moč**: (2,5–5–10–15–30)VA.

∞ To je vrednost **navidezne moči**, ki jo tokovnik daje **pri nazivnem bremenu** in **nazivni vrednosti sekundarnega toka**:

$$S_n = I_{sn}^2 Z_n$$



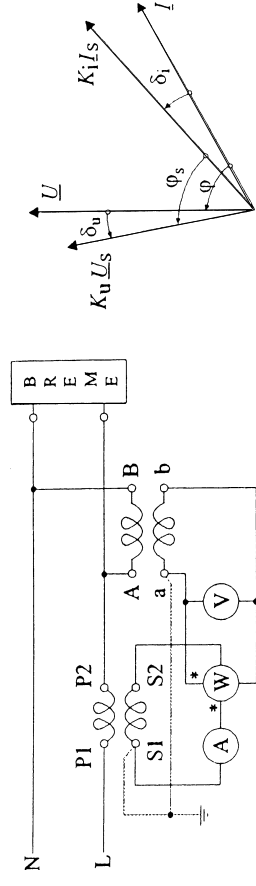
M4-71



Vpliv merilnih transformatorjev na merilno negotovost

Pri merjenju **moči**, **energije** in **faktorja moči** moramo upoštevati tudi **merilne transformatorje**:

- ∞ **prestavni** pogrešek,
- ∞ **kotni** pogrešek!



a) b) Slika 4.36 Indirektno merjenje delovne moči



M4-73



Delovna moč porabnika:

$$P_i = K_{un} K_{in} P_{W,i}$$

∞K_{un} , K_{in} - nazivni prestavi,

$\infty P_{W,i}$ - kazanje vatmetra.

∞ Vsem trem veličinam **pripadajo negotovosti**.

∞ Manjkajo še prispevki **kotnih pogreškov**.

Točni vatmeter bi kazal:

$$P_W = U_s I_s \cos \varphi_s$$

Realni vatmeter (z lastnim pogreškom e_w) kaže:

$$P_{W,i} = U_s I_s \cos \varphi_s \cdot (1 + e_w)$$



M4-74



Celotna enačba s pogreški:

$$P_i = K_{un} K_{in} P_{W,i} \Rightarrow$$

$$P_i = K_u (1 + e_u) K_i (1 + e_i) \cdot U_s I_s \cos[\varphi + (\delta_u - \delta_i)] \cdot (1 + e_w)$$

∞ če bi bili **vsi pogreški nič**:

$$P_i = K_u K_i \cdot U_s I_s \cos \varphi = (K_u U_s)(K_i I_s) \cos \varphi = UI \cos \varphi = P$$

∞ enačbo preoblikujemo:

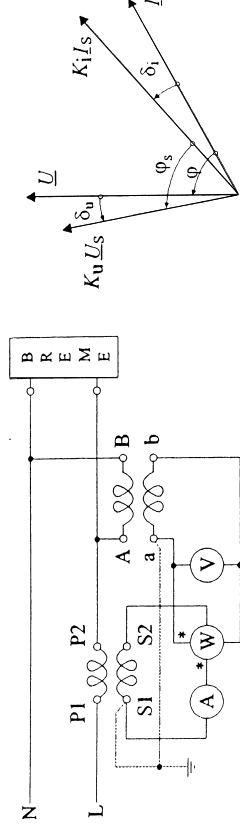
$$P_i = (1 + e_u)(1 + e_i)(1 + e_w) \cdot UI [\cos \varphi \cos(\delta_u - \delta_i) - \sin \varphi \sin(\delta_u - \delta_i)]$$

∞ ker je $\cos(\delta_u - \delta_i) \oplus 1$, $\sin(\delta_u - \delta_i) \oplus (\delta_u - \delta_i)$:

$$P_i = (1 + e_u)(1 + e_i)(1 + e_w) \cdot UI [\cos \varphi - (\delta_u - \delta_i) \sin \varphi]$$



M4-76



Slika 4.36 Indirektno merjenje delovne moči

Prispevki merilnih transformatorjev:

∞ **Kotni pogreški**. Iz fazorskega diagrama:

$$\varphi_s + \delta_i = \varphi + \delta_u \Rightarrow \varphi_s = \varphi + \delta_u - \delta_i$$

∞ **Prestavni pogreški**. **Nazivne prestave** (približki) izrazimo z realnimi:

$$K_{un} = K_u (1 + e_u), \quad K_{in} = K_i (1 + e_i)$$



M4-75



$$P_i = (1 + e_u)(1 + e_i)(1 + e_w) \cdot UI [\cos \varphi - (\delta_u - \delta_i) \sin \varphi]$$

∞ Če izpostavimo $\cos \varphi$, dobimo **izhodiščno enačbo** za račun standardne negotovosti:

$$P_i = P(1 + e_u)(1 + e_i)(1 + e_w)[1 - (\delta_u - \delta_i) \tan \varphi]$$

Če bi bili merilna transformatorja in vatmeter **umerjeni**, bi bila negotovost odvisna od **negotovosti umerjanja**.

Praviloma pa so instrumenti skladni s specifikacijami (**pogreški so dani z mejami**).



M4-77



$$P_i = P(1 + e_u)(1 + e_i)(1 + e_w)[1 - (\delta_u - \delta_i)\text{tg}\varphi]$$

Račun prispevkov k celotni negotovosti (vrednosti pogreškov so majhne!):

$$u_1(P) = \left[\frac{\partial P_i}{\partial e_u} \cdot u(e_u) \oplus P \cdot u(e_u) \right], \quad u_2(P) = \left[\frac{\partial P_i}{\partial e_i} \cdot u(e_i) \oplus P \cdot u(e_i) \right]$$

$$u_3(P) = \left[\frac{\partial P_i}{\partial e_w} \cdot u(e_w) \oplus P \cdot u(e_w) \right]$$

$$u_4(P) = \left[\frac{\partial P_i}{\partial \delta_u} \cdot u(\delta_u) \oplus P \text{tg}\varphi \cdot u(\delta_u) \right], \quad u_5(P) = \left[\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} \cdot u(\delta_i) \oplus P \text{tg}\varphi \cdot u(\delta_i) \right]$$

Celotna standardna negotovost:

$$u_c(P) = P \sqrt{u^2(e_u) + u^2(e_i) + u^2(e_w) + \text{tg}^2\varphi [u^2(\delta_u) + u^2(\delta_i)]}$$



M4 - 78



∞ **prispevki prestavnih pogreškov** in vatmetra:

$$u(e_u) = \frac{m_{K,u}}{\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{3}} = 1,15 \cdot 10^{-3} = u(e_i) = u(e_w)$$

∞ kotni pogrešek v radianih:

$$u(\delta_u) = \frac{\delta_{u,\max}}{\sqrt{3}} = \frac{10 \cdot \pi / (60 \cdot 180)}{\sqrt{3}} = 1,68 \cdot 10^{-3} = u(\delta_i)$$

Iskana negotovost:

$$w_c(P) = \sqrt{(1,15 \cdot 10^{-3})^2 + (1,15 \cdot 10^{-3})^2 + (1,15 \cdot 10^{-3})^2 + \text{tg}^2 60^\circ [(1,68 \cdot 10^{-3})^2 + (1,68 \cdot 10^{-3})^2]}$$

$$w_c(P) = 4,6 \cdot 10^{-3}$$

∞ prispevek prestavni pogreškov : $2,0 \cdot 10^{-3}$

∞ prispevek kotnih pogreškov: $4,1 \cdot 10^{-3}$



M4 - 80



Celotna standardna negotovost:

$$u_c(P) = P \sqrt{u^2(e_u) + u^2(e_i) + u^2(e_w) + \text{tg}^2\varphi [u^2(\delta_u) + u^2(\delta_i)]}$$

∞ če je **breme ohmsko**:

$$u_c(P) = P \sqrt{u^2(e_u) + u^2(e_i) + u^2(e_w)}$$

Zgled:

Koliko je (relativna) standardna negotovost

$$w_c(P) = u_c(P) / P = ?, \quad \text{če so:}$$

∞ transformatorji in vatmeter:

razred točnosti 0,2,

$$\infty P_{w,i} = P_D,$$

$$\infty \alpha = 60^\circ$$



M4 - 79



Če bi bil fazni kot $\varphi = 37^\circ$ ($\cos\varphi = 0,8$),

∞ bi bil prispevek kotnih pogreškov: $1,8 \cdot 10^{-3}$,

∞ in celotna standardna negotovost: $2,7 \cdot 10^{-3}$

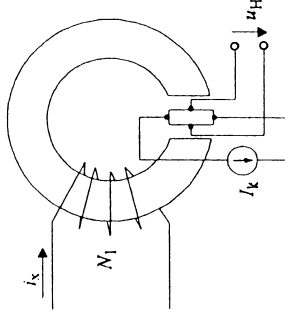
Bliže kot smo kotu $\varphi = 90^\circ$, večji je relativni prispevek kotnih pogreškov in skupna negotovost!

$$w_c(P) \rightarrow \circ_{\varphi \rightarrow 90^\circ}$$



M4 - 81

4.3.3 Posredno merjenje toka z uporabo magnetnega kroga.



- ∞ magnetni krog se zaključí preko **toroidnega feromagnetnega jedra**,
- ∞ jedro se vzbuja z merjenim tokom i_x preko N_1 ovojjev

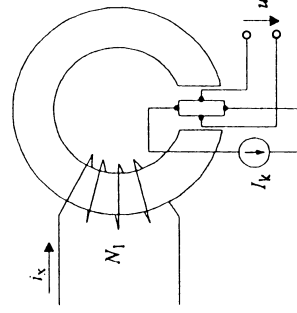
Slika 4.37 Merjenje toka prek magnetnega kroga s Hallovo sondo

∞ v reži se nahaja **Hallova sonda**:

- ∞ skoraj linearna povezava: $u_H = \frac{1}{ne d} I_k B \oplus \text{konst.} \cdot i_x$
- ∞ občutljivost sonde od nič do 10 MHz neodvisna od frekvence!
- ∞ slaba stran je v **temperaturni odvisnosti in nelinearnosti**.



M4-82



Na tem principu temeljijo **tokovne klesče**.

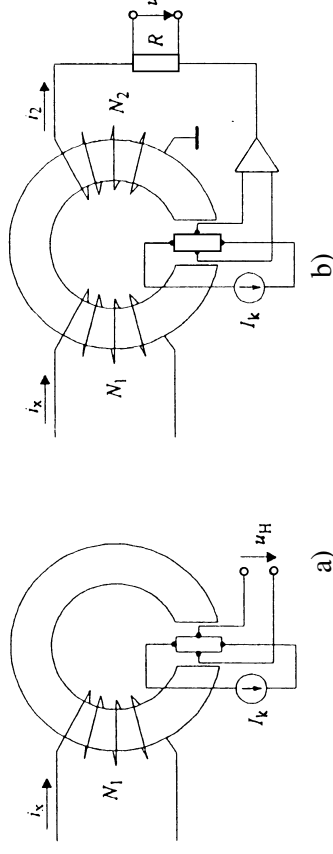
- ∞ tok merimo brez prekinitve vodnika,
- ∞ pri montaži razklenemo jedro,
- ∞ **primar ima en sam ovoj**.



M4-84

Nelinearnost izboljšamo s **kompensacijskim** navitjem (b)

- ∞ ravnotežje vzpostavimo s tokom i_2 , ki ga preko ojačevalnika krmili napetost u_H



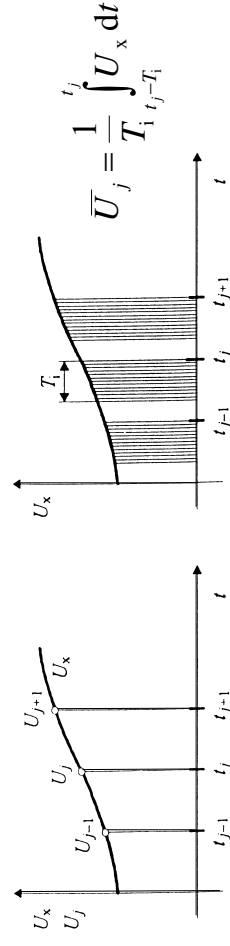
Slika 4.38 Merjenje toka prek magnetnega kroga s Hallovo sondo
Kadar je **magnetni pretok kompenziran**, imamo:

$$u_H = 0 \Rightarrow i_x N_1 = i_2 N_2 \Rightarrow i_x = \frac{N_2}{N_1} u$$

M4-83

4.4 Prireditev signalov za instrumente z odzivom na povprečno vrednost

Instrumenti z nizko mejno frekvenco se odzovejo na signal tako, da ovrednotijo **povprečno vrednost** in delujejo kot nizko prepustno sito. Signale zajemajo na **integracijski način**.



Slika 4.39 Trenutni in integrirajoči način zajemanja

Da bi lahko z njimi merili parametre izmeničnega signala (efektivna vrednost, temenska vrednost, itd.) uporabimo **usmerniška vezja** za prireditev.



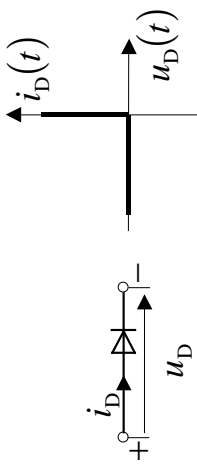
M4-85



Najbolj tipični **pasivni nelinearni** element, ki se uporablja za usmerjanje signalov je **dioda**

∞ **Idealna dioda:**

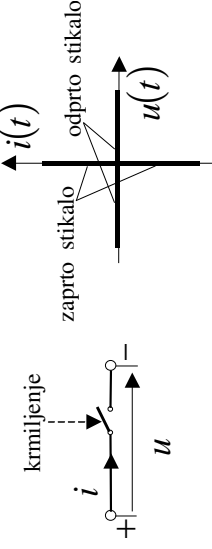
$$\begin{aligned} i_D(t) &= 0 & \text{za } u_D(t) < 0 \\ u_D(t) &= 0 & \text{za } i_D(t) \geq 0 \end{aligned}$$



in tipični časovno spremenljivi nelinearni element je **stikalo**.

∞ **Idealno stikalo:**

$$\begin{aligned} i(t) &= 0 & \text{- odprto stikalo} \\ u(t) &= 0 & \text{- zaprto stikalo} \end{aligned}$$

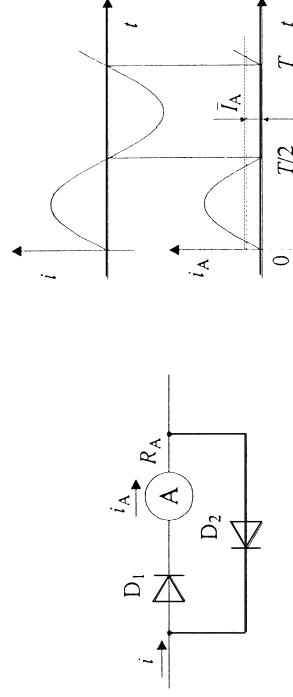


M4 - 86



Polvalno usmerjanje:

$$\overline{I_A} = \frac{1}{T} \int_0^T i_A dt = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} i \sin \omega t d\omega t = \frac{i_m}{\omega T} \int_0^{\pi} \sin \omega t d\omega t = \frac{i_m}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} I$$



a) Slika 4.42 Polvalno usmerjanje



M4 - 88



4.4.1 Instrument z odzivom na povprečno vrednost in polprevodniški usmerniki

Kadar imamo instrument z nizko mejno frekvenco, se odziva na **povprečno vrednost** signala.

- ∞ voltmeter z integracijskim analogno-digitalnim pretvornikom, instrument z vrtljivo tuljavo, itd.

Če želimo meriti z njim izmenični tok, moramo **tok** najprej **usmeriti**.

- ∞ s polprevodniškimi **diodami**. Razlikujemo
- ∞ **polvalno** in
- ∞ **polnovalno** usmerjanje.

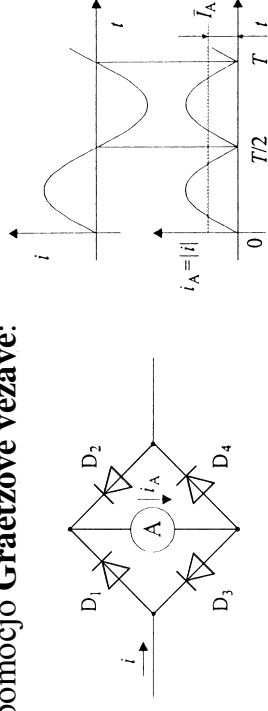


M4 - 87



Polnovalno usmerjanje

- ∞ s pomočjo **Graetzove** vezave:



a) Slika 4.43 Polnovalno usmerjanje

Srednja vrednost toka instrumenta je enaka **povprečku absolutne vrednosti** toka.

- ∞ pri sinusni obliki 1,1-krat manjša od efektivne vrednosti:

$$I_r = 2\sqrt{2}/\pi \cdot I = 0.90 \cdot I$$



M4 - 89



∞ da kaže instrument **pravilno pri sinusni obliki**, so **številске vrednosti skale instrumenta 1,11-krat večje**.

∞ Če nimamo signala sinusne oblike, je pogrešek enak:

$$e = \frac{I_r \cdot 1,11 - I}{I} = \frac{I_r \cdot F_0 - I_r \cdot F}{I_r \cdot F} = \frac{F_0 - F}{F}$$

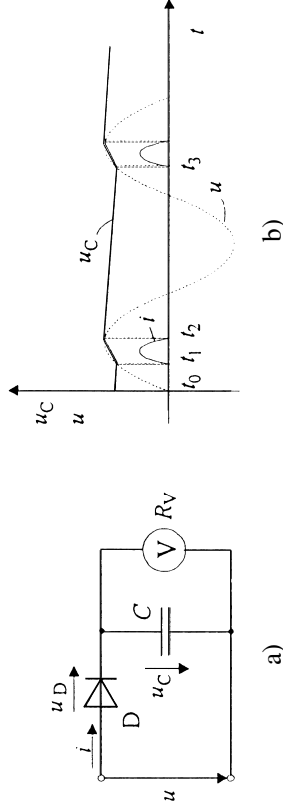
∞ pravokotna oblika ($F = 1$ - med efektivno in usmerjeno vrednostjo ni razlike):

$$e = \frac{F_0 - F}{F} = \frac{1,11 - 1}{1} = 11\%$$



M4-90

4.4.2 Odzivanje na temensko vrednost



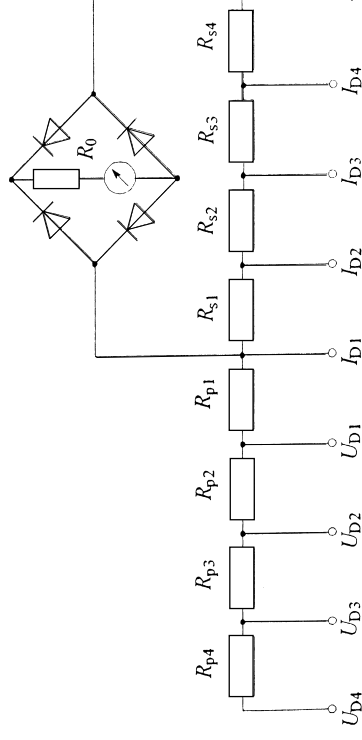
Slika 4.45 Voltmeter, ki se odziva na temensko vrednost

∞ Če je merjena **napetost nižja** kot je napetost na **kondenzatorju** (intervali: $t_0 \sqrt{t_1}$, $t_2 \sqrt{t_3}$, ...), dioda **ne prevaja** ⇒ kondenzator se počasi prazni prek R_V .

∞ Ko je napetost višja (dioda prevaja v intervalu $t_1 \sqrt{t_2}$), se kondenzator polni.



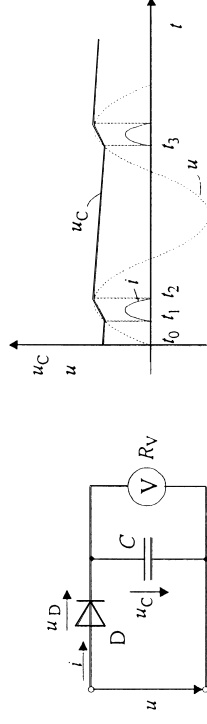
M4-92



Slika 4.44 Univerzalni instrument s polprevodniškim usmernikom



M4-91



∞ Napetost u_C je v stacionarnem stanju za padec napetosti na diodi u_D manjša, kot je vhodna napetost u .

Če je instrument **umerjen na efektivno vrednost pri sinusni obliki**, pri kateri je **temenski faktor** $C_0 = \bar{u}/U|_{\sin} = 1,41$, kaže pri drugačni obliki narobe:

$$e = \frac{\bar{u}/C_0 - U}{U} = \frac{\bar{u}/C_0 - \bar{u}/C}{\bar{u}/C} = \frac{C - C_0}{C_0}$$

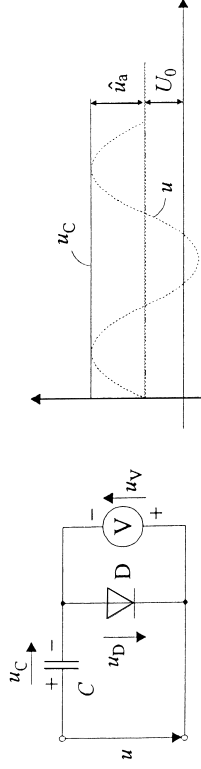
∞ pri pravokotni obliki ($C = 1$) kaže 29% premalo!



M4-93

4.4.3 Merjenje pulzirajoče napetosti

Če želimo meriti samo **izmenično komponento**, priključimo instrument **vzporedno k diodi** in **zaporedno kondenzatorju**.



Slika 4.46 Merjenje izmenične komponente napetosti

Pulzirajoča napetost: $u = U_0 + u_a$

∞ U_0 - enosmerna komponenta,

∞ u_a - izmenična komponenta

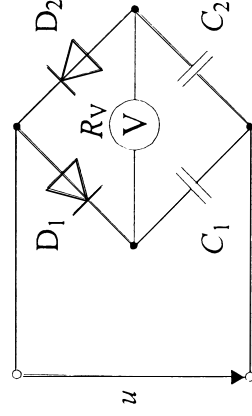


M4 - 94

Večjo občutljivost dosežemo z **Greinacherjevim** mostičnim vezjem:

Kondenzator C_1 se polni preko diode D_1 in kondenzator C_2 preko diode D_2 .

∞ Ker oba **temensko vrednost** napetosti, je na voltmetru njena dvojna vrednost $2\hat{u}$ ($R_V \gg 1$).



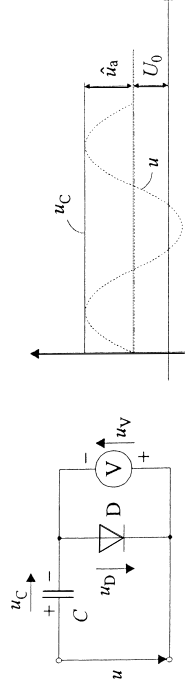
Slika 4.47 Greinacherjevo mostično vezje

Usmerniška vezja se dobro uporabljajo v območju **akustičnih frekvenc** (nekaj deset do sto kHz).

∞ pri višjih frekvencah pride do izraza kapacitivnost diod – uporaba boljših diod!



M4 - 96



Napetost na kondenzatorju u_C v ustaljenem stanju je enaka **temenski vrednosti**: $u_C = U_0 + \hat{u}_a$

Napetost na diodi: $u_D = u - u_C = (U_0 + u_a) - (U_0 + \hat{u}_a) = u_a - \hat{u}_a$
∞ neodvisna od enosmerne komponente,

Odklon voltmetra: $u_V = -u_D = \hat{u}_a - u_a$

∞ **srednja vrednost** napetosti u_V je **enaka maksimalni** vrednosti izmenične komponente:

$$\bar{U}_V = \frac{1}{T} \int_0^T u_V dt = \frac{1}{T} \int_0^T (\hat{u}_a - u_a) dt = \hat{u}_a$$

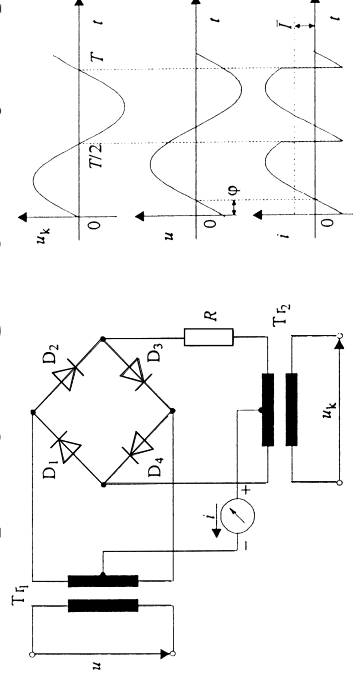


M4 - 95

4.4.4 Tuje krmiljeni usmerniki

Prevajanje/zapiranje diode ni **odvisno** od merjene napetosti temveč od **krmilne napetosti**.

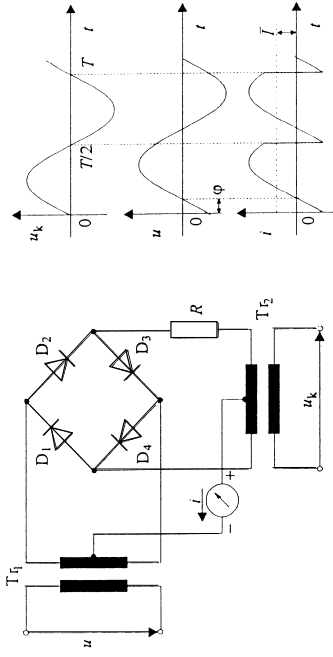
∞ **krmilna napetost je mnogo večja** od merjene napetosti!



Slika 4.48 Tuje krmiljeni usmernik



M4 - 97



Diode delujejo v stikalnem obratu:

∞ v intervalu $0 \leq t < T/2$ prevajata diodi D_1 in D_2

∞ tok se zaključuje preko **D_1 ali D_2 , upora R , srednjega odcepa** transformatorja **Tr_2 , instrumenta** nazaj na **srednji odcep** transformatorja **Tr_1** .



M4-98



$$\bar{I} = \frac{1}{T} \int_0^T i dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} i dt = \frac{2}{T} k \int_0^{T/2} u dt$$

Če je merjena napetost $u = \bar{u} \sin(\omega t - \varphi)$, imamo:

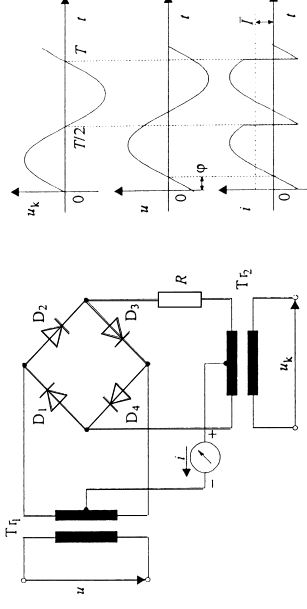
$$\bar{I} = \frac{2}{\omega T} k \bar{u} \int_0^{T/2} \sin(\omega t - \varphi) d\omega t = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} k U \cos \varphi$$

∞ Odklon je odvisen **od efektivne vrednosti** in **od faznega ploščaja** glede na krmilno napetost.

∞ Če lahko **kot nastavljam**, lahko **merimo različne komponente** napetosti (npr.: jalova, delovna,...)



M4-100



∞ v intervalu $T/2 \leq t < T$ prevajata diodi D_3 in D_4

∞ tok se zaključuje preko **D_3 ali D_4** , itd.

∞ Na instrumentu se smer toka obrne!

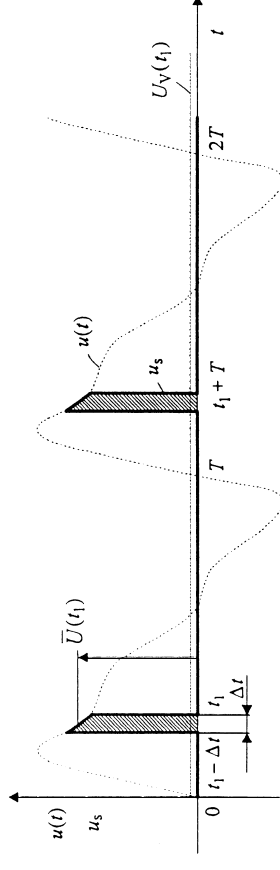
$$\text{Srednja vrednost toka je: } \bar{I} = \frac{1}{T} \int_0^T i dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} i dt = \frac{2}{T} k \int_0^{T/2} u dt$$



M4-99



4.4.5 Merjenje časovnega poteka periodični signalov preko povprečnih vrednosti odsekov



Slika 4.49 Princip merjenja trenutnih vrednosti periodične napetosti

Tekoča povprečna vrednost periodičnega odseka širine Δt :

$$\bar{U}(t_1) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_1 + \Delta t} u dt$$

Votmeter kaže napetost:

$$U_v(t_1) = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1 + T} u dt$$


M4-101

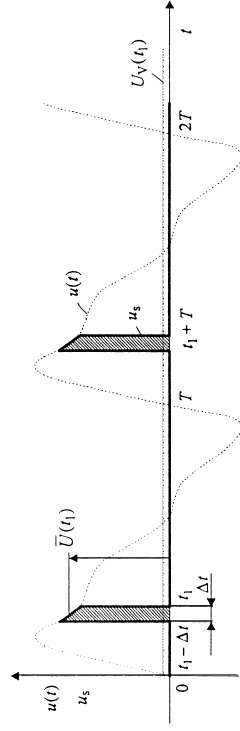


$$\bar{U}(t_1) = \frac{1}{\mathcal{Q}t} \int_{t_1 - \mathcal{Q}t}^{t_1} u dt \quad U_v(t_1) = \frac{1}{T} \int_{t_1 - \mathcal{Q}t}^{t_1} u dt$$

Napetosti $\bar{U}(t_1)$ in $U_v(t_1)$ sta v razmerju: $\bar{U}(t_1) = \frac{T}{\mathcal{Q}t} U_v(t_1)$

∞ če je odsek $\mathcal{Q}t$ dovolj ozek, je tekoča povprečna vrednost $\bar{U}(t_1)$ enaka trenutni vrednosti $u(t_1)$,

∞ tudi povprečna vrednost voltmetra $U_v(t_1)$ je enaka trenutni.

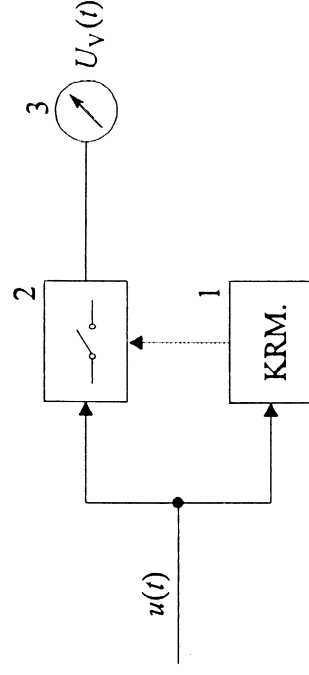


M4 - 102



M4 - 103

Slika 4.49 Princip merjenja trenutnih vrednosti periodične napetosti



Slika 4.50 Snemanje časovnega poteka periodične napetosti

∞ s krmilnim vezjem (1) določamo:

- ∞ čas odprtja vrat $\mathcal{Q}t = T_k$ (zelo ozek, da $\bar{U}(t) = u(t)$),
- ∞ relativni položaj vklopa.



M4 - 104

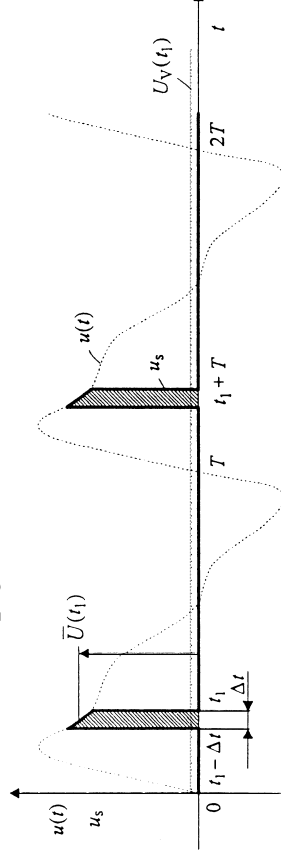


Z instrumentom, ki se odziva na povprečno vrednost, lahko **merimo trenutne** vrednosti.

∞ čas vklopa stikala premikamo po periodičnem signalu.

∞ s sinhronskim stikalom,

∞ skupaj z instrumentom tvori **vektormeter**



Slika 4.49 Princip merjenja trenutnih vrednosti periodične napetosti



Z vektormetrom (stikalo s časom odprtja **polovico periode** in integracijski instrument) lahko merimo tudi, ko imamo **znan le odvod** merjene veličine.

∞ signal mora imeti **simetrijo III. vrste**: $x(t - T/2) = -x(t)$

∞ kontaktni čas T_k (**integracijski čas**) mora biti **enak**

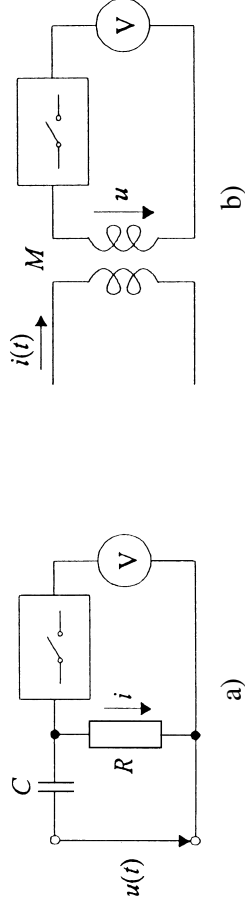
polovici periode: $\int_{t-T/2}^t \dot{x} dt = \int_{x(t-T/2)}^{x(t)} dx = 2x(t)$

∞ trenutna vred.: $x(t) = \frac{1}{2} \int_{t-T/2}^t \dot{x} dt = \frac{T}{4} \frac{1}{T/2} \int_{t-T/2}^t \dot{x} dt = \frac{T}{4} \bar{X}(t)$

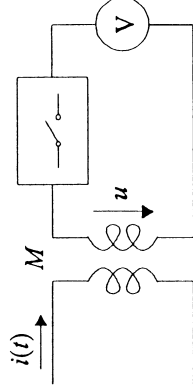


M4 - 105

Če je dana **sama veličina**, jo najprej **diferenciramo**.



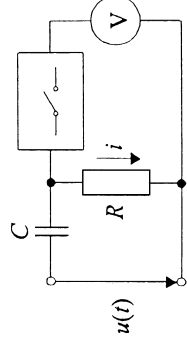
Slika 4.51 Merjenje trenutnih vrednosti napetosti in toka



Pri merjenju toka realiziramo **diferenciranje z medsebojno induktivnostjo** (b): $u = M \frac{di}{dt}$

Povprečna vrednost napetosti je enaka **trenutnemu toku**

$$U_V(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^t u dt = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^t \left(M \frac{di}{dt} \right) dt = \frac{M}{T} \int_{i(t-T/2)}^{i(t)} di, \quad i(t) = \frac{U_V(t)}{2fM}$$



Realizacija diferenciranja pri merjenju napetosti (a):

- ∞ **velika upornost** voltmetra $R_V \gg 1$,
- ∞ **majhna časovna konstanta** $RC \ll T$,
- ∞ tok čez upor je : $i = i_C = C \frac{du_C}{dt} \oplus C \frac{du}{dt}$

Povprečna vrednost napetosti:

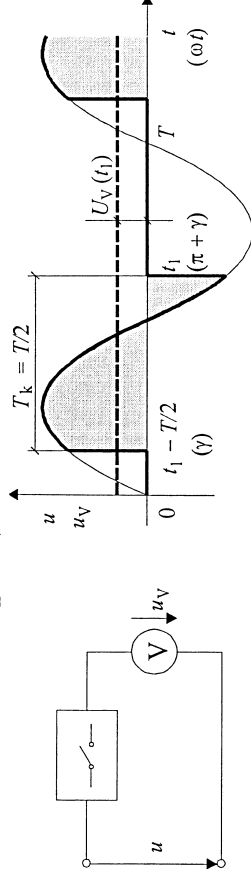
$$U_V(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^t iR dt = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^t \left(C \frac{du}{dt} \right) R dt = \frac{RC}{T} \int_{u(t-T/2)}^{u(t)} du$$

∞ zaradi **simetričnosti** $u(t - T/2) = -u(t)$: $u(t) = \frac{U_V(t)}{2fRC}$

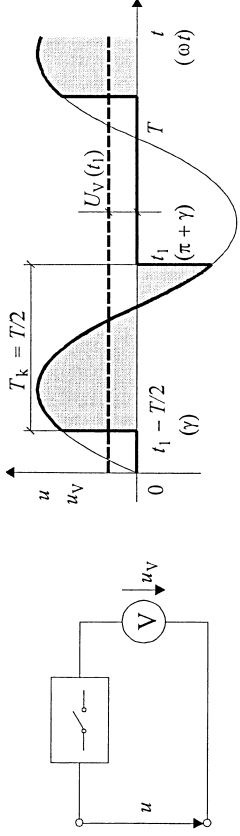
Z vektrometrom merimo:

- ∞ **temensko** vrednost,
- ∞ **delovno in jalovo komponento** sinusne veličine,
- ∞ **fazno razliko** med veličinama,
- ∞ **osnovno in harmonske** komponente izmenične veličine,
- ∞ itn.

Kontaktni čas je $T_k = T/2$.



Slika 4.52 Merjenje sinusne napetosti z vektrometrom



Merjenje **delovne** komponente sinusne veličine:

$$U_v(t_1) = \frac{1}{T} \int_{t_1-T/2}^{t_1} u_v \sin \omega t \, dt = \frac{\hat{u}}{\omega T} \int_{\gamma}^{\gamma+\pi} \sin \omega t \, d\omega t$$

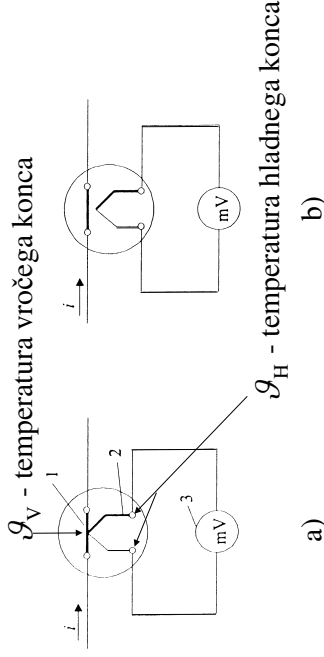
$$U_v(t_1) = \frac{\hat{u}}{\pi} \cos \gamma = \frac{\sqrt{2}}{\pi} U \cos \gamma$$

Merjenje **temenske** vrednosti $\hat{u}$:

odklon voltmetra največji $U_{v,max}$ pri $\gamma = 0$: $\hat{u} = \pi \cdot U_{v,max}$



M4 - 110



Slika 4.53 Instrument z odzivom na povprečno vrednost in termopretvornik

∞ **Grelna žica** (1) in **termoelement** (2) sta v **toplotnem stiku**. Napetost termoelementa:

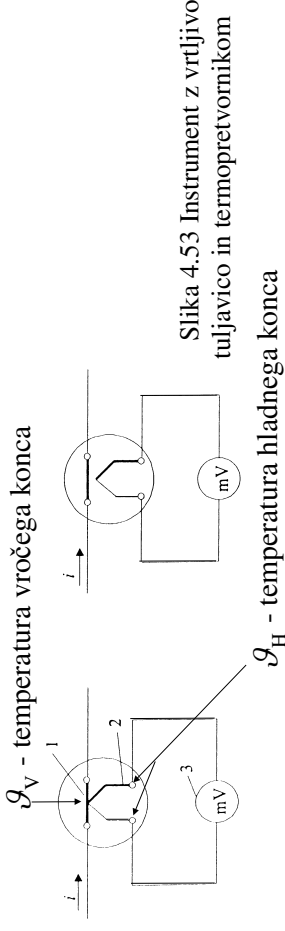
$$U = k(\vartheta_v - \vartheta_H) = k \varnothing \vartheta \quad k - \text{odvisen od materialov}$$



M4 - 112

4.4.6 Instrument z odzivom na povprečno vrednost in termopretvornik

Kadar želimo meriti efektivno vrednost signala tudi **pri nesinusnem toku**, moramo instrumentu dodati **merilni člen** – **termopretvornik**.

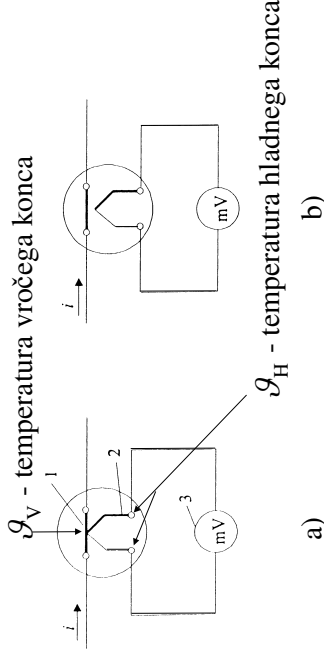


Slika 4.53 Instrument z vrtljivo tuljavico in termopretvornikom

∞ izhodna veličina (enosmerna napetost/tok) je **sorazmerna efektivni vrednosti** merjene veličine.



M4 - 111



Slika 4.53 Instrument z odzivom na povprečno vrednost in termopretvornik

∞ če je tudi električni stik $\Rightarrow$ neizoliran termopret. (a),
 ∞ če stika ni $\Rightarrow$ izoliran termop. (b) – posredno ogrevan.



M4 - 113



Za ogrevanje žice je potrebna moč:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T (iR) i dt = R \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt = RI^2$$

∞ V ustaljenem stanju sta zaradi toplotne vztrajnosti termopretvornika $\mathcal{S}_V$ in $\mathcal{S}_H$ stalni.

∞ Temperaturna razlika $\mathcal{Q}\mathcal{S}$ je odvisna od moči na grelni žici in dobimo: $U = aP = aRI^2 = bI^2$

∞ skala takega instrumenta je kvadratična (odziva se na efektivno vrednost).

Termopretvornik je občutljiv na preobremenitev.

Z uporabo tankostenske cevke (zmanjša se kožni pojav) je zgornja frekvenčna meja okoli 1GHz.

