

FOURIEROVA TRANSFORMACIJA

Fourierov transform $F(j\omega)$ časovne funkcije:

$$\mathcal{F}[f(t)] = F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt.$$

Inverzni Fourierov transform:

$$\mathcal{F}^{-1}[F(j\omega)] = f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega.$$

FOURIEROVI TRANSFORMACIJSKI PARI OSNOVNIH FUNKCIJ

$f(t)$	$F(s)$	Tip in pogoji
1. $\delta(t)$	1	impulz
2. $u(t)$	$\pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$	stopnica
3. 1	$2\pi\delta(\omega)$	konstanta
4. $\text{sign}(t) = u(t) - u(-t)$	$\frac{2}{j\omega}$	
5. $ t $	$-\frac{2}{\omega^2}$	
6. e^{-at}	$\frac{2a}{\omega^2 + a^2}$	eksponentna funkcija $\text{Re}(a) > 0$
7. $\frac{e^{n-1} - e^{-at}}{(n-1)!} u(t)$	$\frac{1}{(a+j\omega)^n}$	$n \in \mathbb{N}, \text{Re}(a) > 0$
8. $e^{-at} \cos(\omega_0 t) u(t)$	$\frac{a+j\omega}{(a+j\omega)^2 + \omega_0^2}$	dušena kosinusna funkcija $a \in \mathbb{R}, a > 0$
9. $e^{-at} \sin(\omega_0 t) u(t)$	$\frac{\omega_0}{(a+j\omega)^2 + \omega_0^2}$	dušena sinusna funkcija $a \in \mathbb{R}, a > 0$
10. $e^{\pm j\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega \mp \omega_0)$	
11. $\cos(\omega_0 t)$	$\pi\delta(\omega + \omega_0) + \pi\delta(\omega - \omega_0)$	kosinusna funkcija
12. $\sin(\omega_0 t)$	$j\pi\delta(\omega + \omega_0) - j\pi\delta(\omega - \omega_0)$	sinusna funkcija

OSNOVNE LASTNOSTI FOURIEROVE TRANSFORMACIJE

$f(t)$	$F(s)$	Lastnost
1. $af(t)$	$aF(j\omega)$	množenje s konstanto
2. $a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)$	$a_1 F_1(j\omega) + a_2 F_2(j\omega)$	linearnost
3. $f(t-T)$	$e^{-j\omega T} F(j\omega)$	časovni premik
4. $f(at), a > 0$	$\frac{1}{ a } F\left(\frac{j\omega}{a}\right)$	časovno skaliranje $a \neq 0$
5. $t^n f(t)$	$j^n \frac{d^n F(j\omega)}{d\omega^n}$	množenje s t^n $n \in \mathbb{N}$
6. $f(t)e^{j\omega_0 t}$	$F(j(\omega - \omega_0))$	modulacija
6. $f(t)\cos(\omega_0 t)$	$\frac{1}{2} [F(j(\omega + \omega_0)) + F(j(\omega - \omega_0))]$	
6. $f(t)\sin(\omega_0 t)$	$\frac{j}{2} [F(j(\omega + \omega_0)) - F(j(\omega - \omega_0))]$	
7. $F(t)$	$2\pi f(-\omega)$	dualnost
8. $\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	$(j\omega)^n F(j\omega)$	odvod
9. $\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$	$\frac{1}{j\omega} F(j\omega) + \pi\delta(\omega)\delta(\omega)$, $F(0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) d\tau$	integral
10. $\int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau)f_2(t-\tau) d\tau$	$F_1(j\omega)F_2(j\omega)$	konvolucija v časovnem prostoru
14. $f_1(t)f_2(t)$	$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_1(j\lambda)F_2(j(\omega-\lambda)) d\lambda$	konvolucija v frekvenčnem prostoru
15. $f_p(t)$	$2\pi \sum_{-\infty}^{\infty} A_n \delta(\omega - n\omega_1)$	periodična funkcija

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{jn\omega_1 t}$$

$$A_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jn\omega_1 t} dt$$

FOURIER

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega_1 t) + b_n \sin(n\omega_1 t))$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos(n\omega_1 t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin(n\omega_1 t) dt$$

ENOTIN PULZ

$$\delta(t) = \frac{d u(t)}{dt}$$

$$u(t) = \int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau$$

širina $r(t) = t u(t)$

PERIODIČNI SIGNAL $g(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} g_1(t - mT)$

ODZIV NA VODNI SIGNAL

Če se da voljni izmeriti z

$$x(t) = A e^{\sigma t}$$

$$y_s(t) = \frac{P(s)}{Q(s)} A e^{\sigma t}$$

IMPULZNI ODZIV 1. REDA

$$h(t) = \frac{b_0}{a_1} e^{-\frac{a_0}{a_1} t} u(t)$$

POS. IMPULZNI ODZIV

$$Q(p) \cdot h_v(t) = \delta(t)$$

$$h(t) = P(p) h_v(t)$$

1. $\frac{dh_v(t)}{dt}$
2. HOMOGENE RE
3. \rightarrow

ODZIV NA POLJUBNO UZBUD

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \delta(t-\tau) d\tau$$

$$\int_{-\infty}^t x(\tau) h(t-\tau) d\tau$$

ODZIV NA STOPNICO

$$g(t) = \int_0^t h(\tau) d\tau$$

sin integralna stanja

$$x(t) = A \cos(\omega t)$$

$$y_{ss}(t) = A/H$$

$$H(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

$$H(j\omega) =$$

$$y(t) = y$$

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + \dots + b_0 x$$

$$Q(p) Y(t) = P(p) X(t)$$

Odziv na različne stanja

$$\sum_{k=0}^m a_k \frac{d^k y}{dt^k} = 0$$

matični $y(t) = C e^{\lambda t}$

$$(\lambda - \lambda_k)^2$$

↓ residu

$$(C_1 + C_2 t + \dots + C_2 t^{2-1}) e^{\lambda_k t}$$

ODZIV NA ZACETNO STANJE

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = 0$$

$$\lambda^2 + 2\zeta \omega_n \lambda + \omega_n^2 = 0$$

$$= \lambda^2 + 2\zeta \omega_n \lambda + \omega_n^2$$

NAKREDITIČNO $\zeta > 1$

$\lambda_{1,2}$ - realni

PODKRITIČNO $\zeta < 1$

$\lambda_1 = \lambda_2^*$ sta C

$$e^{\pm j\varphi} = \cos \varphi \pm j \sin \varphi$$

$$y(t) = e^{-\delta t} (A \cos \omega_d t + B \sin \omega_d t)$$

KRITIČNO $\zeta = 1$

PROSTOR STANJ

$$\dot{X} = AX + Bu$$

$$y = CX + Du$$

$$e^{At} = \Phi(t)$$

$$\omega_n^2 = \det |A|$$

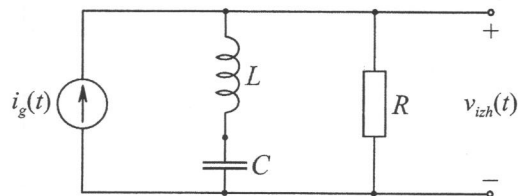
$$\sigma = - \frac{a_{11} + a_{22}}{2}$$

SIGNALI IN SISTEMI

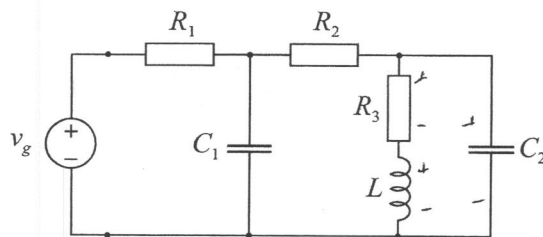
I. kolokvij

15. 12. 2011

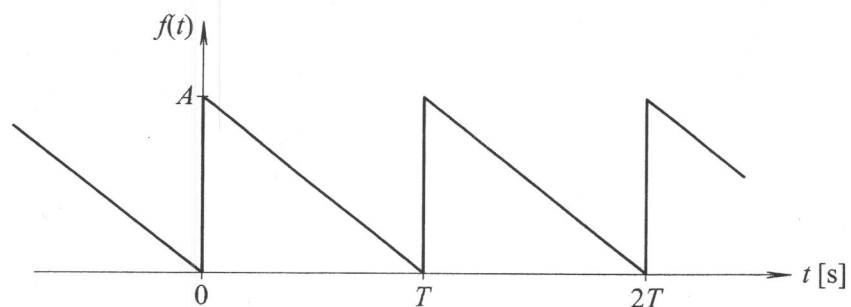
1. Po klasični poti v časovnem prostoru določite impulzni odziv danega vezja. ($L = 1 \text{ H}$, $C = 1/3 \text{ F}$, $R = 4 \Omega$).



2. Za vezje na sliki zapišite matrično enačbo stanj: $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$.



3. Filtrsko vezje ima odziv na enoten impulz: $h(t) = \delta(t) - 10e^{-10t}u(t)$. Poiščite ustaljeni odziv tega filtra, če je vhodni signal: $x(t) = 10 + 5 \cos(10t)$, za $-\infty \leq t \leq \infty$.
4. Dan periodičen signal razvijte v trigonometrično Fourierevo vrsto. ($T = 1 \text{ s}$, $A = 1$)



Pišete 60 minut. Rezultati bodo objavljeni v torek 20. 12. prek e-Študenta.

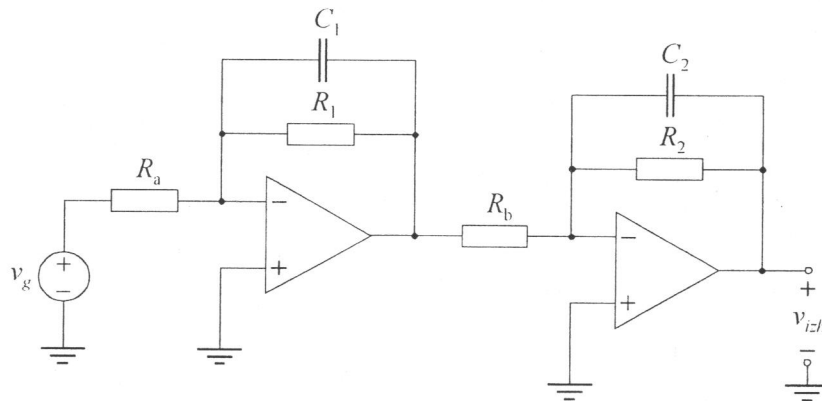
TEORIJA SISTEMOV

I. kolokvij

14. 12. 2010

1. Zapišite diferencialno enačbo za v_{izh} danega vezja.

($R_a = 100\text{ k}\Omega$, $R_b = 25\text{ k}\Omega$, $R_1 = 500\text{ k}\Omega$, $R_2 = 100\text{ k}\Omega$, $C_1 = 0,1\text{ }\mu\text{F}$, $C_2 = 1\text{ }\mu\text{F}$).



2. Sistem opisuje diferencialna enačba:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 4 \frac{dy}{dt} + 3y = \frac{dx}{dt} + 2x.$$

Po klasični poti v časovnem prostoru določite odziv sistema na enotino stopnico.

3. Vezju iz prve naloge določite osnovno matriko \mathbf{A} in s pomočjo Laplaceove transformacije matriko prehajanja stanj $\Phi(t)$.

4. Narišite Bodejev diagram sistema s prenosno funkcijo:

$$H(s) = \frac{10s}{\left(1 + \frac{s}{10^2}\right)\left(1 + \frac{s}{10^5}\right)}.$$

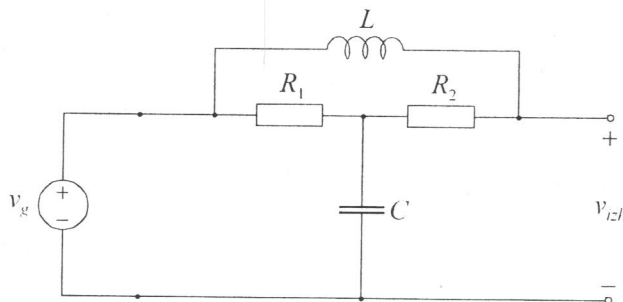
Pišete 60 minut. Rezultati bodo objavljeni v sredo 15. 12. prek e-Študenta.

TEORIJA SISTEMOV

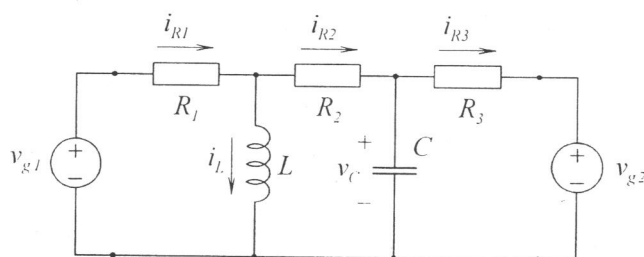
I. kolokvij

16. 12. 2009

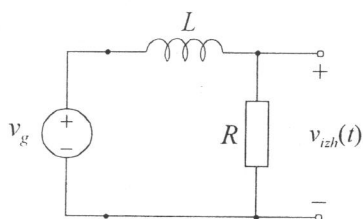
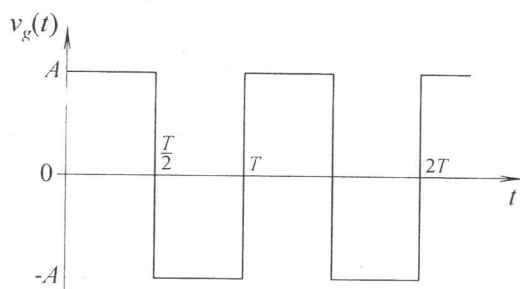
1. Določite odziv na enotin impulz danega vezja. ($R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $C = 1 \text{ F}$, $L = 0,5 \text{ H}$).



2. Za dano vezje zapišite matrično enačbo stanj: $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$.



3. S pomočjo odziva na prvo periodo določite ustaljeni odziv danega vezja. Elementa RL vezja imata vrednosti: $R = 0,5 \Omega$ in $L = 1 \text{ H}$, amplituda generatorja $A = 10 \text{ V}$ ter perioda $T = 2 \text{ s}$ in $i_L(0) = 0$.



4. Narišite Bodejev diagram sistema s frekvenčno karakteristiko:

$$H(j\omega) = \frac{45000[(j\omega)^2 + 18(j\omega) + 900]}{[j\omega + 90]^2(j\omega + 1000)}$$

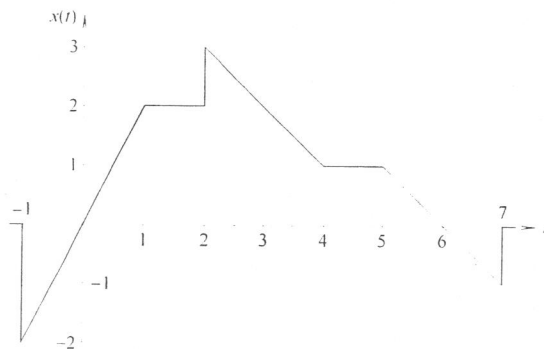
Pišete 60 minut. Rezultati bodo objavljeni v četrtek 17. 12. prek e-Študenta.

TEORIJA SISTEMOV

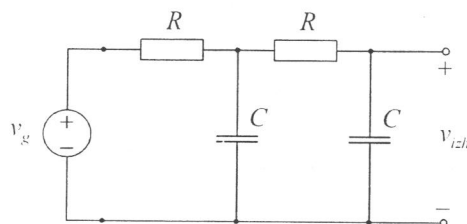
I. kolokvij

10. 12. 2008

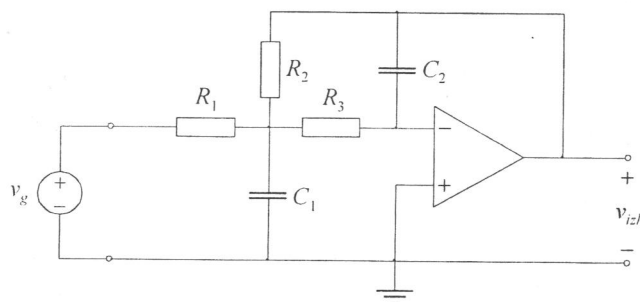
1. Zapišite analitični izraz za časovni potek signala na sliki.



2. Določite odziv na enotni impulz danega vezja ($R = 1 \Omega$, $C = 1 \text{ F}$).



3. Določite osnovno matriko \mathbf{A} danega vezja.



4. Narišite Bodejev diagram sistema s prenosno funkcijo $H(s) = \frac{40s(s^2 + 4s + 25)}{(s + 0.5)(s^2 + 10s + 400)}$.

Pišete 60 minut. Rezultati bodo objavljeni danes do 14. ure na oglasni deski v III. nadstropju in prek e-Študenta.

TEORIJA SISTEMOV

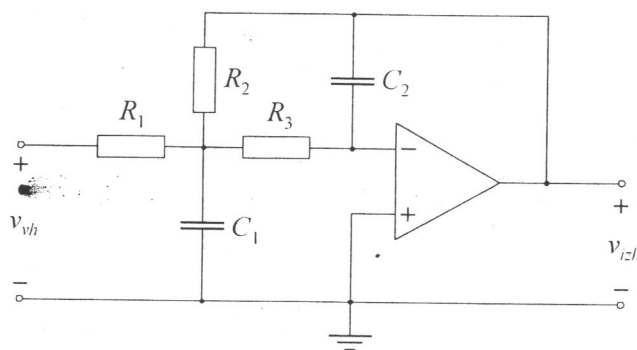
I. kolokvij

11. 12. 2006

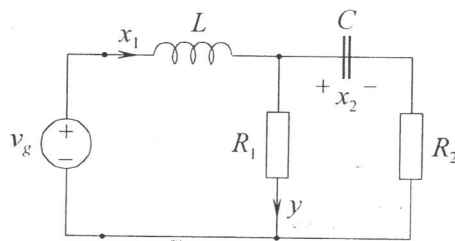
1. Določite partikularno rešitev diferencialne enačbe sistema:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 10 \frac{dy}{dt} + 24y = 50e^{-2t} \cos 3t$$

2. Določite prevajalno funkcijo $H(s) = V_{izh}(s)/V_{vh}(s)$ danega vezja.



3. Za dano električno vezje določite spremenljivki stanj $x_1(t)$ in $x_2(t)$ ter izhodno spremenljivko $y(t)$, če je $v_g(t) = \delta(t)$. Uporabite Laplaceovo transformacijo. ($R_1 = R_2 = 1 \Omega$, $L = 0,5 \text{ H}$ in $C = 0,5 \text{ F}$).



4. Narišite Bodejev diagram sistema s prenosno funkcijo $H(s) = \frac{500(s+4)}{s(s^2+8s+100)}$.

Pišete 60 minut. Rezultati bodo objavljeni v torek, 12. 12., na oglasni deski v III. nadstropju in prek e-Študenta.

TEORIJA SISTEMOV

I. kolokvij

11. 12. 2006

1. Določite partikularno rešitev diferencialne enačbe sistema:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 10 \frac{dy}{dt} + 24y = 50e^{-2t} \cos 3t$$

Rešitev:

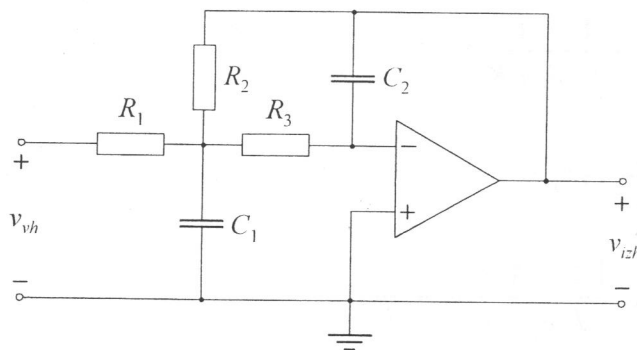
$$y_p = \frac{P(p)}{Q(p)} \Big|_{p=s} A e^{st}$$

$$y_p = \operatorname{Re} \left[\frac{50e^{(-2+j3)t}}{p^2 + 10p + 24} \right]_{p=-2+j3} = \operatorname{Re} \left[\frac{50e^{(-2+j3)t}}{-1+j18} \right] = \operatorname{Re} \left[\frac{50e^{(-2+j3)t} (-1-j18)}{(-1+j18)(-1-j18)} \right]$$

$$= \operatorname{Re} \left[\frac{-50e^{-2t} (\cos 3t + j \sin 3t) - 50e^{-2t} j18 (\cos 3t + j \sin 3t)}{325} \right]$$

$$= \underline{\underline{-e^{-2t} \left(\frac{2}{13} \cos 3t - \frac{36}{13} \sin 3t \right)}}$$

2. Določite prevajalno funkcijo $H(s) = V_{izh}(s)/V_{vh}(s)$ danega vezja.



Rešitev:

$$\frac{V_{vh} - V_{C1}}{R_1} + \frac{V_{izh} - V_{C1}}{R_2} - C_1 s V_{C1} - \frac{V_{C1}}{R_3} = 0$$

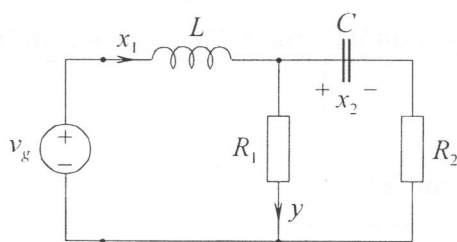
$$\frac{V_{C1}}{R_3} + C_2 s V_{C2} = 0 \quad V_{C2} = V_{izh} \quad V_{C1} = -R_3 C_2 s V_{izh}$$

$$\frac{V_{vh}}{R_1} + C_2 s \frac{R_3}{R_1} V_{izh} + \frac{V_{izh}}{R_2} + C_2 s \frac{R_3}{R_2} V_{izh} + C_1 C_2 s^2 R_3 V_{izh} + C_2 s V_{izh} = 0$$

$$V_{izh} \left[s^2 + \frac{1}{C_1} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) s + \frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3} \right] = - \frac{V_{vh}}{C_1 C_2 R_1 R_3}$$

$$H(s) = \frac{V_{izh}}{V_{vh}} = - \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_3} \frac{1}{s^2 + \frac{1}{C_1} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) s + \frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}}$$

3. Za dano električno vezje določite spremenljivki stanj $x_1(t)$ in $x_2(t)$ ter izhodno spremenljivko $y(t)$, če je $v_g(t) = \delta(t)$. Uporabite Laplaceovo transformacijo. ($R_1 = R_2 = 1 \Omega$, $L = 0,5 \text{ H}$ in $C = 0,5 \text{ F}$).



Rešitev:

$$i_L - C \frac{dv_C}{dt} - \frac{1}{R_1} (v_C + R_2 C \frac{dv_C}{dt}) = 0$$

$$\frac{dv_C}{dt} = \frac{1}{C} \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_L - \frac{1}{C} \frac{1}{R_1 + R_2} v_C$$

$$L \frac{di_L}{dt} + v_C + R_2 C \frac{dv_C}{dt} - v_g = 0$$

$$\frac{di_L}{dt} = - \frac{1}{L} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} i_L - \frac{1}{L} \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_C + \frac{v_g}{L}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} v_g$$

$$\mathbf{X}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{x}(0) + (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}\mathbf{U}(s) \quad \mathbf{x}(0) = 0 \quad v_g = \delta(t) \quad \mathbf{U}(s) = 1$$

$$\mathbf{X}(s) = \begin{bmatrix} s+1 & 1 \\ -1 & s+1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{(s+1)^2 + 1} \begin{bmatrix} s+1 & -1 \\ 1 & s+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{2}{(s+1)^2 + 1} \begin{bmatrix} s+1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{\mathbf{x}(t) = L^{-1}[\mathbf{X}(s)] = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2e^{-t} \cos t \\ 2e^{-t} \sin t \end{bmatrix}}}$$

$$y(t) = i_L - C \frac{dv_C}{dt} = i_L - \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_L + \frac{1}{R_1 + R_2} v_C = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i_L + \frac{1}{R_1 + R_2} v_C$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} \frac{R_2}{R_1 + R_2} & \frac{1}{R_1 + R_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} = [0,5 \quad 0,5] \begin{bmatrix} 2e^{-t} \cos t \\ 2e^{-t} \sin t \end{bmatrix} = \underline{\underline{e^{-t}(\cos t + \sin t)}}$$

4. Narišite Bodejev diagram sistema s prenosno funkcijo $H(s) = \frac{500(s+4)}{s(s^2+8s+100)}$.

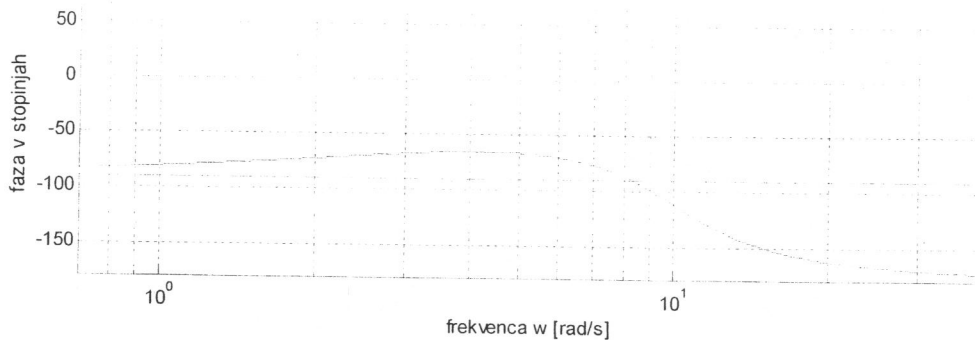
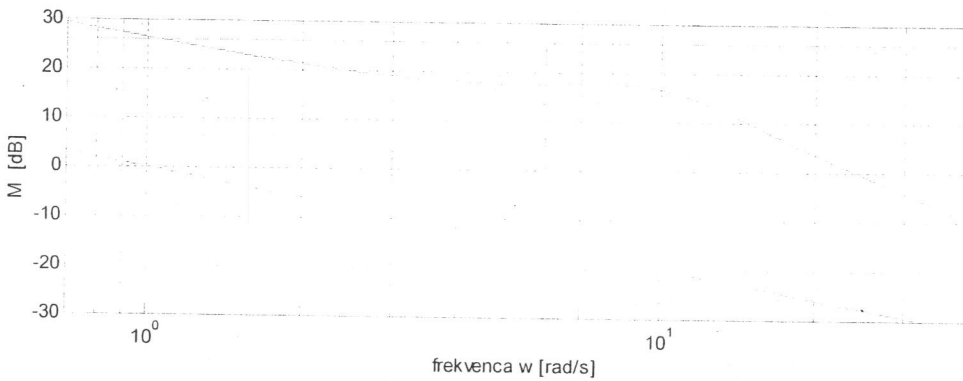
Rešitev:

$$H(s) = \frac{20 \left(1 + \frac{s}{4} \right)}{s \left[1 + (2 \times 0.4) \frac{s}{10} + \left(\frac{s}{10} \right)^2 \right]}$$

$$H(j\omega) = H(s)|_{s=j\omega}$$

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2} = 8.246 \text{ rads}^{-1}$$

$$M_{r_{dB}} = 20 \log \frac{1}{2\zeta \sqrt{1 - \zeta^2}} = 2.695 \text{ dB}$$



TEORIJA SISTEMOV

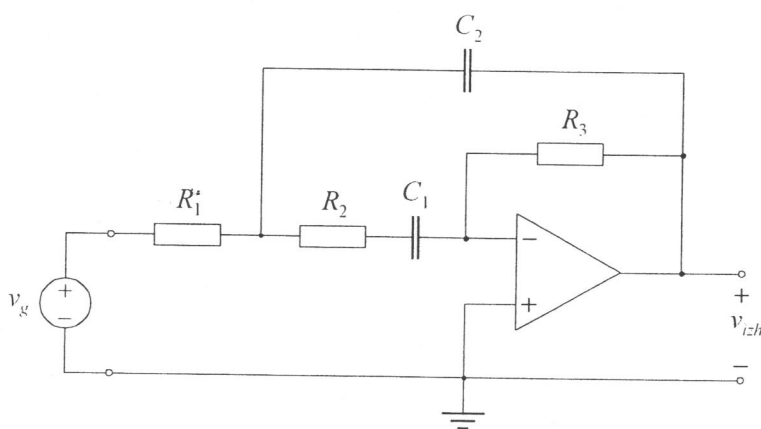
I. kolokvij

30. 11. 2004

1. Po klasični poti določite odziv na enotino stopnico sistema, ki ga opisuje diferencialna enačba:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 5 \frac{dy(t)}{dt} + 4y(t) = 2 \frac{dx(t)}{dt} + 6x(t)$$

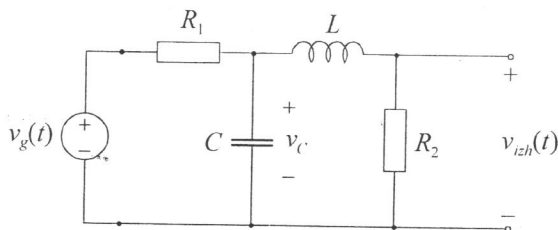
2. Določite prevajalno funkcijo $H(s) = V_{izh}(s)/V_g(s)$ danega vezja.



3. Določite matriko prehajanja stanj, če je znana osnovna matrika sistema:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}$$

4. Določite vrednost upornosti R_2 , da bo stopnja dušenja ζ imela vrednost 0.3. Izračunajte resonančno frekvenco ω_r in resonančni vrh M_r ter skicirajte pripadajoči Bodejev diagram vezja ($R_1 = 1\Omega$, $C = 2F$, $L = 0.25H$).



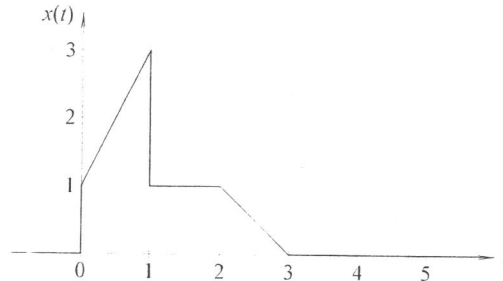
Pišete 60 minut. Rezultati bodo objavljeni v četrtek, 1. 12., na oglasni deski v III. nadstropju.

TEORIJA SISTEMOV

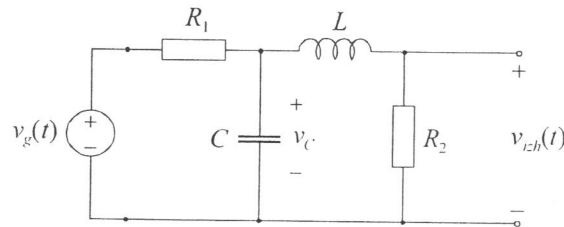
I. kolokvij

15. 12. 2004

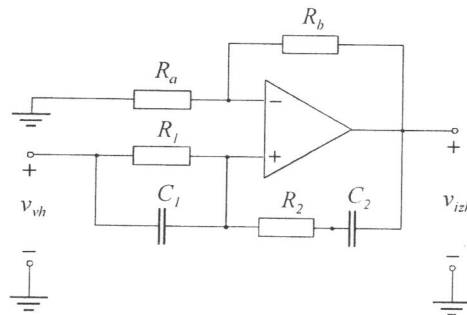
1. Zapišite analitični izraz za časovni potek signala na sliki.



2. Določite odziv na enotin impulz danega vezja ($R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 1\Omega$, $C = 2F$, $L = 0.25H$).



3. Določite prevajalno funkcijo ($H(s) = V_{izh}(s)/V_{vh}(s)$) vezja na sliki.



4. S pomočjo Bodejevega diagrama ugotovite stabilnost povratnega sistema, ki ima v direktni veji sistem s prenosno funkcijo:

$$G(s) = \frac{10^{19}}{(s + 10^3)(s + 10^5)(s + 10^6)}$$

v povratni veji pa sistem s prenosno funkcijo $K(s) = 10^{-2}$.

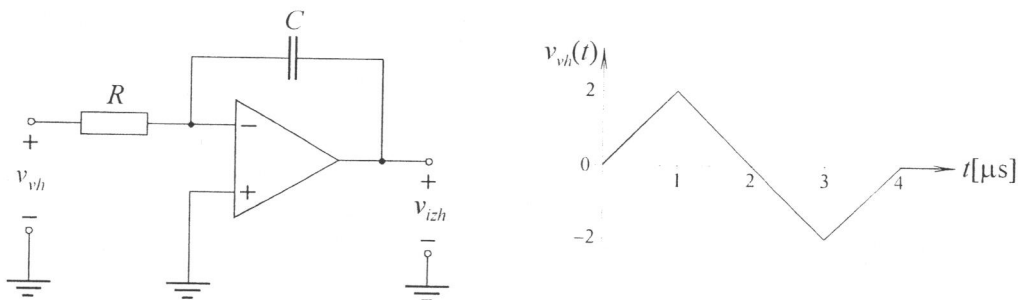
Pišete 60 minut. Rezultati bodo objavljeni v četrtek, 16. 12., na oglasni deski v III. nadstropju.

TEORIJA SISTEMOV

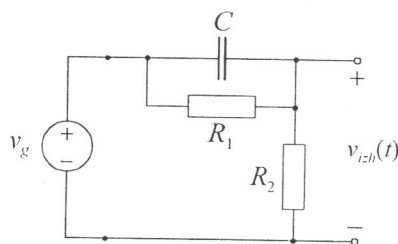
I. kolokvij

28. 11. 2003

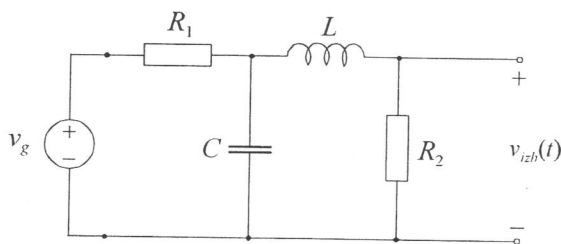
1. Narišite časovni potek izhodne napetosti danega vezja za dano vzbujanje ($v_C(0) = 0$).
Napetost nasičenja operacijskega ojačevalnika je $\pm 10V$, $R = 1k\Omega$, $C = 800$ pF. (20%)



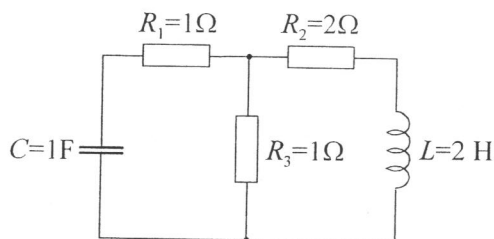
2. Po klasični poti določite odziv na enotin impulz danega vezja. (20%)



3. Določite prevajalno funkcijo ($H(s) = V_{izh}(s)/V_g(s)$) vezja na sliki. (20%)



4. S pomočjo Laplaceove transformacije določite matriko prehajanja stanj $\Phi(t)$ in vektor stanja $\mathbf{x}(t)$ danega vezja ($i_L(0) = 1A$, $v_C(0) = 2V$). (40%)



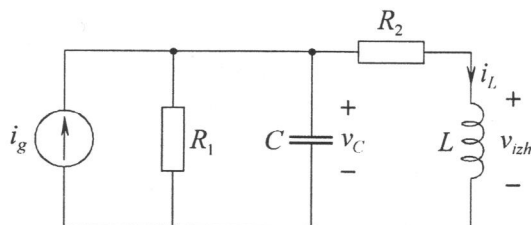
Pišete 60 minut. Rezultati bodo objavljeni v ponedeljek, 1. 12., na oglasni deski v III. nadstropju.

TEORIJA SISTEMOV

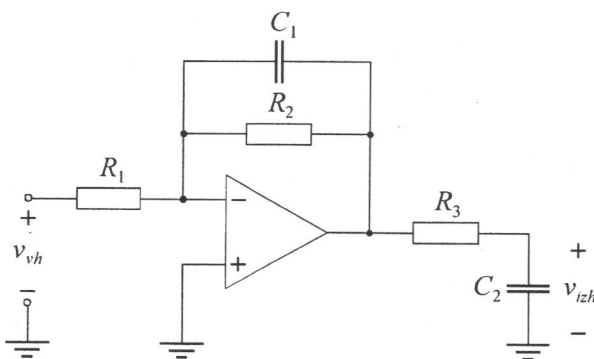
I. kolokvij

27. 11. 2002

1. Za dano vezje določite odziv $v_{izh}(t) = v_L(t)$ po klasični poti v časovnem prostoru, če so $i_g = \delta(t)$, $i_L(0^-) = 1\text{A}$, $v_C(0^-) = 1\text{V}$, $R_1 = 1\ \Omega$, $R_2 = 1\ \Omega$, $L = 1\ \text{H}$, $C_2 = 1\ \text{F}$.



2. Določite prevajalno funkcijo $H(s) = V_{izh}(s)/V_{vh}(s)$ danega vezja. Izračunajte izhodni signal v ustaljenem stanju, če na vhod priključimo sinusni signal $v_{vh} = \cos \omega_n t$. Operacijski ojačevalnik je idealen in deluje v aktivnem področju, vrednosti elementov vezja pa so: $R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = R_3 = 5\ \Omega$, $C_1 = C_2 = 2\ \text{F}$.



3. S pomočjo Laplaceove transformacije izračunajte $y(t)$ sistema, ki ga opisujeta enačbi:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} u, \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad \text{in je } \mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{ter } u(t) \text{ je enotina stopnica.}$$

4. Določite resonančno frekvenco ω_r in resonsnčni vrh M_r , ter narišite Bodejev diagram člena drugega reda s prevajalno funkcijo

$$H(s) = \frac{2500}{s^2 + 20s + 2500}$$

Pišete 60 minut. Rezultati bodo objavljeni v pon. 2. 12. na oglasni deski v III. nadstropju.

TEORIJA SISTEMOV

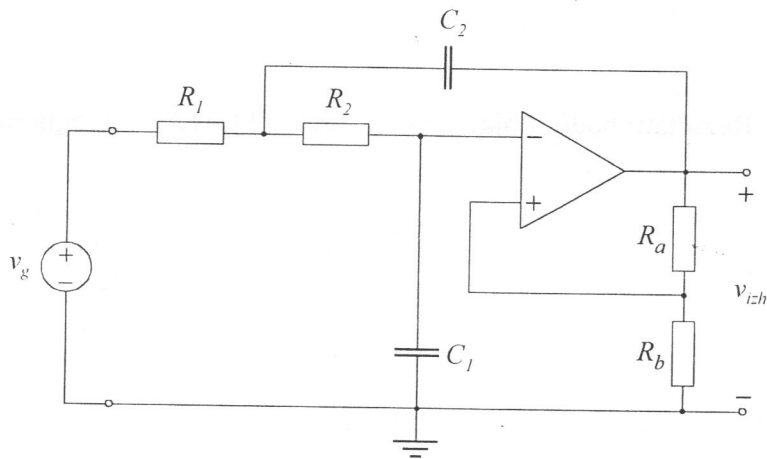
I. kolokvij

10. 12. 2001

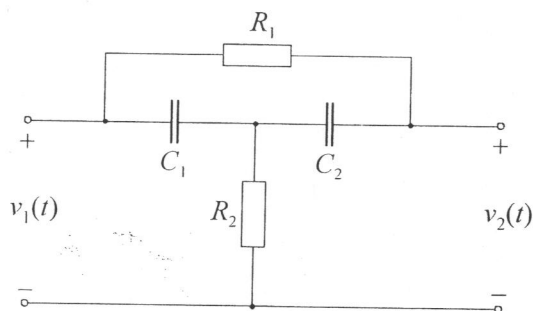
1. Določite impulzni odziv sistema, ki ga opisuje diferencialna enačba:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 5 \frac{dy}{dt} + 6y = \frac{dx}{dt} + 2x .$$

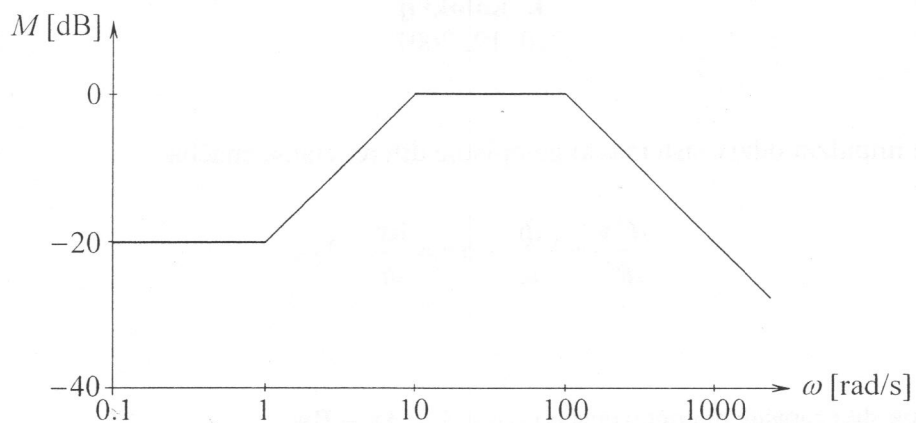
2. Za vezje na sliki zapišite matrično enačbo stanj: $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$.



3. Določite prevajalno funkcijo $H(s) = V_2(s)/V_1(s)$ danega vezja.



4. Zapišite frekvenčno karakteristiko sistema $H(j\omega)$, če je znana njegova amplitudna karakteristika M_{dB} . Narišite še fazno karakteristiko.



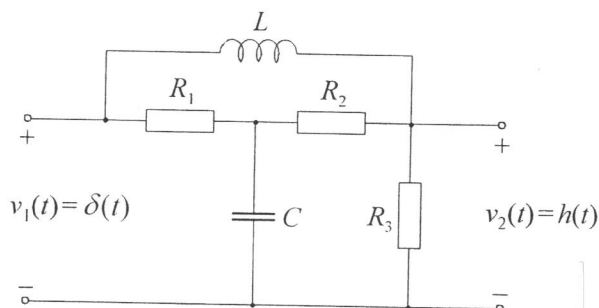
Pišete 60 minut. Rezultati bodo objavljeni v torek (11. 12.) na oglasni deski v III. nadstropju.

TEORIJA SISTEMOV

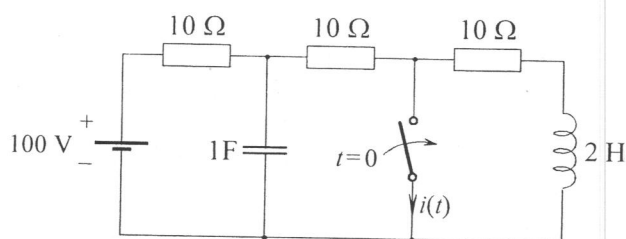
I. kolokvij

15. 12. 2000

1. Določite odziv na enotin impulz vezja na sliki ($R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = 2\ \Omega$, $R_3 = 3\ \Omega$, $C = 0.1\ \text{F}$, $L = 1\ \text{H}$).



2. Ob času $t = 0$ stikalo danega vezja sklenemo. Uporabite Laplaceovo transformacijo in določite tok $i(t)$ za $t \geq 0$.



3. Narišite Bodejev diagram sistema, katerega frekvenčna karakteristika je dana z izrazom $H(j\omega) = \frac{20(j\omega)^2 + 2000j\omega}{(j\omega)^2 + 210j\omega + 2000}$. Pri risanju si pomagajte z asimptotskimi poteki.

4. Zapišite enačbe v prostoru stanj sistema, ki ga opisuje diferencialna enačba:

$$3 \frac{d^3 y(t)}{dt^3} - 2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} - \frac{dy(t)}{dt} + 4y(t) = 2x(t).$$

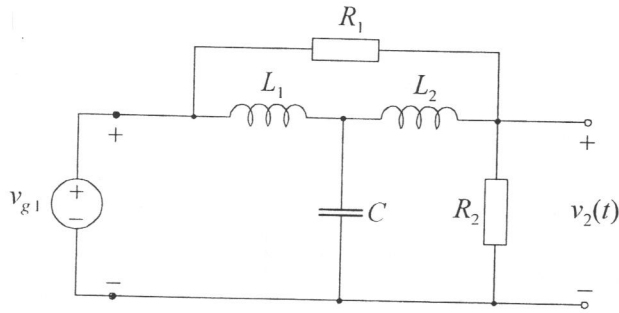
Pišete 60 minut. Rezultati bodo objavljeni v ponedeljek (18. 12.) na oglasni deski v III. nadstropju.

TEORIJA SISTEMOV

II. kolokvij

(18. 1. 2008)

1. Za dano vezje zapišite matrično enačbo $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$ in $\mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du}$, če je izhodna spremenljivka napetost $v_2(t)$.



2. Sistem z enosmernim ojačenjem $G_0 = 10^3$ in poloma $\omega_{p1} = 10^3 \text{ rads}^{-1}$ in $\omega_{p2} = 10^5 \text{ rads}^{-1}$ ima povratno vezavo s povratnim faktorjem β . Izračunajte, pri kateri vrednosti β pola zaprtizančnega sistema sovpadeta. Pri kateri β dosežemo maksimalno raven odziv? Kolikšno je v tem primeru enosmerno ojačenje?
3. ~~Določite red Chebyshevega nizkopasovnega filtra z enosmernim ojačenjem $M_0 = 1 \text{ V/V}$. Do $\omega_p = 1 \text{ rads}^{-1}$ naj se $|H(j\omega)|$ ne zmanjša za več kot 0,5 dB, za frekvence ω nad $2,33 \text{ rads}^{-1}$ pa naj bo $|H(j\omega)|$ pod -22 dB. Skicirajte še amplitudno karakteristiko $|H(j\omega)|$ danega filtra.~~
4. ~~Določite prevajalno funkcijo $H(s)$ Butterworthovega visokopasovnega filtra z $\omega_{CV} = 20 \text{ rads}^{-1}$, če je znana normalizirana nizkopasovna prevajalna funkcija:~~

$$H(s_N) = \frac{1}{s_N^2 + \sqrt{2}s_N + 1}$$

Pišete 60 minut. Rezultati bodo objavljeni danes do 18. ure na oglasni deski v III. nadstropju in prek e-Študenta.

TEORIJA SISTEMOV

II. kolokvij

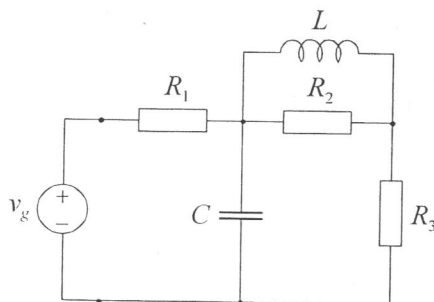
(12. 1. 2007)

1. V direktni veji povratnega sistema $H(s)$ se nahaja sistem s prenosno funkcijo:

$$G(s) = \frac{G_0}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{a1}}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_{a2}}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_{a3}}\right)},$$

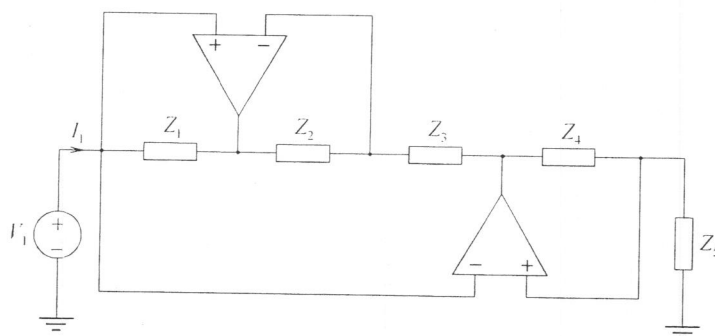
v povratni veji pa sistem s prenosno funkcijo $K(s) = \beta$. Izračunajte, pri kateri β bo povratni sistem mejno stabilen. Konstante G_0 , ω_{a1} , ω_{a2} , ω_{a3} imajo vrednosti: $G_0 = 10^5$, $\omega_{a1} = 10^4 \text{ rad s}^{-1}$, $\omega_{a2} = 10^5 \text{ rad s}^{-1}$, $\omega_{a3} = 10^6 \text{ rad s}^{-1}$. Razmere ponazorite z Bodejevim diagramom.

2. Za dano vezje zapišite matrično enačbo $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$. S pomočjo lastnih vrednosti določite matriko prehajanja stanj $\Phi(t)$ in vektor stanj $\mathbf{x}(t)$ pri ničelnem začetnem stanju. v_g je enotina stopnica, vrednosti elementov so: $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = R_3 = 1 \Omega$, $C = 0,25 \text{ F}$, $L = 0,5 \text{ H}$.



- ~~3. Butterworthov filter petega reda ima enosmerno prepustnost $H_0 = 1 \text{ V/V}$ in mejno frekvenco $f_c = 1 \text{ kHz}$. Izračunajte, pri kateri frekvenci bo $|H(j\omega)|$ padla na vrednost 10^{-4} . Skicirajte še lego korenov tega filtra v ravnini s .~~

4. Izrazite vhodno impedanco $Z_{11} = V_1/I_1$ danega vezja z impedancami Z_1 do Z_5 , če sta operacijska ojačevalnika idealna.



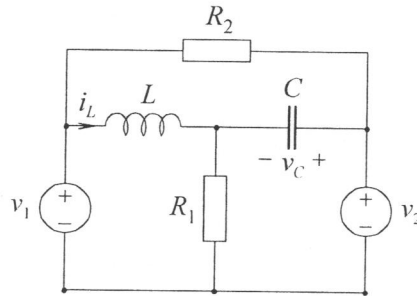
Pišete 60 minut. Rezultati bodo objavljeni danes do 18. ure na oglasni deski v III. nadstropju in preko e-Študenta.

TEORIJA SISTEMOV

II. kolokvij

(13. 1. 2006)

1. Za dano vezje zapišite matrično enačbo $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$.



2. S pomočjo lastnih vrednosti določite matriko prehajanja stanj $\Phi(t)$, če je znana matrika

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}$$

3. Izračunajte pola povratnega sistema drugega reda, če poznamo prenosni funkciji sistema v direktni veji $G(s)$ in sistema v povratni veji $K(s)$.

$$G(s) = \frac{G_0}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{p1}}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_{p2}}\right)}, \quad G_0 = 100, \quad \omega_{p1} = 10^3 \text{ rads}^{-1}, \quad \omega_{p2} = 10^5 \text{ rads}^{-1} \quad \text{in} \quad K(s) = \beta = 1.$$

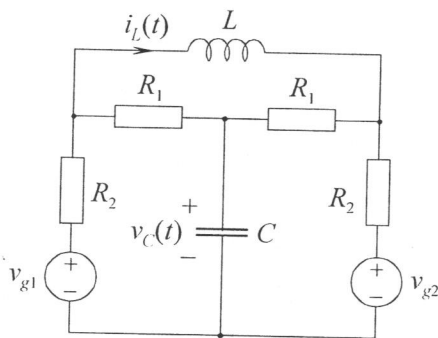
4. Določite lego korenov v kompleksni ravnini s in prevajalno funkcijo Butterworthovega filtra, ki ustreza naslednjim zahtevam: $M_{\text{maks.}} = 10 \text{ V/V}$, $M_p = 9.3 \text{ V/V}$, $M_s = 0.9 \text{ V/V}$, $f_p = 3 \text{ kHz}$, $f_s = 6 \text{ kHz}$.

Pišete 60 minut. Rezultati bodo objavljeni danes do 16. ure na oglasni deski v III. nadstropju in preko e-Študenta.

TEORIJA SISTEMOV

II. kolokvij
(14. 1. 2005)

1. Za dano vezje zapišite matrično enačbo $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$.

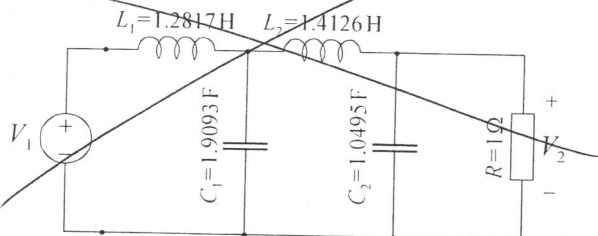


2. S pomočjo lastnih vrednosti določite matriko prehajanja stanj $\Phi(t)$, če je znana matrika

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{7}{2} \end{bmatrix}$$

3. ~~Nizkopasovni filter naj ima naslednje lastnosti: a) $H_{maks.} = 1$, b) do frekvence 100 Hz naj bo v prepustnem pasu odstopanje amplitudne karakteristike manjše od 1 dB, c) nad 500 Hz naj ima amplitudna karakteristika vrednost manjšo od -60 dB. Izberite najprimernejšo aproksimacijo, določite red filtra n , zapišite pripadajočo prevajalno funkcijo $H(s)$ in narišite približen potek amplitudne karakteristike.~~

4. ~~Dano pasivno filtrsko vezje pretvorite v aktivno.~~



Pišete 60 minut. Rezultati bodo objavljeni danes do 20. ure na oglasni deski v III. nadstropju.

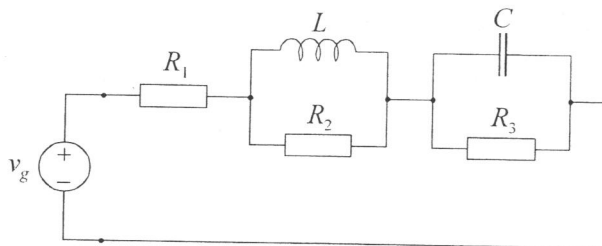
TEORIJA SISTEMOV
 II. kolokvij
 (16. 1. 2004)

1. V direktni veji povratnega sistema $H(s)$ se nahaja sistem s prenosno funkcijo

$$G(s) = \frac{G_0}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{a1}}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_{a2}}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_{a3}}\right)},$$

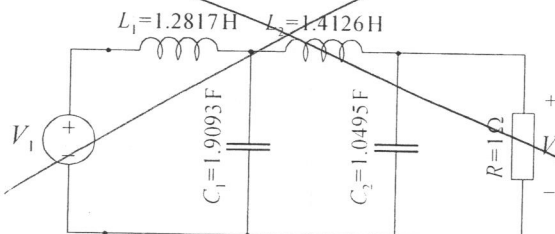
v povratni veji pa sistem s prenosno funkcijo $K(s) = \beta$. Konstante G_0 , ω_{a1} , ω_{a2} , ω_{a3} in β imajo vrednosti: $G_0 = 10^5$, $\omega_{a1} = 10^6 \text{ rad s}^{-1}$, $\omega_{a2} = 10^7 \text{ rad s}^{-1}$, $\omega_{a3} = 10^8 \text{ rad s}^{-1}$ in $\beta = 10^{-2}$. S pomočjo Bodejevega diagrama ugotovite, kakšen pol moramo dodati v direktno vejo, da bo povratni sistem stabilen za celotno frekvenčno območje s fazno varnostjo najmanj 45° .

2. Za dano vezje zapišite enačbi v prostoru stanj. Izhodni signal naj bo napetost na upor R_2 .



3. Za vezje iz druge naloge zapišite matriki **B** in **Q**.

4. Filter na sliki je Chebyshev nizkopasovni filter četrtega reda z dopustnim valovanjem v prepustnem pasu $r = 1 \text{ dB}$ in $\omega_C = 1 \text{ rad s}^{-1}$. S pomočjo tega filtra določite visokopasovni filter z $\omega_{CV} = 100 \text{ rad s}^{-1}$.



Pišete 60 minut. Rezultati bodo objavljeni danes do 20. ure na oglasni deski v III. nadstropju in preko e-šudenta.

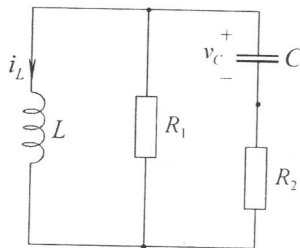
TEORIJA SISTEMOV

II. kolokvij

21. 1. 2002

1. Povratni sistem ima v direktni veji sistem, ki ga opisuje prenosna funkcija $G(s) = \frac{k}{s^3 + 9s^2 + 23s + 15}$, v povratni veji pa sistem s prenosno funkcijo $K(s) = \beta = 0,1$. Ugotovite, za katere vrednosti k bo povratni sistem stabilen.

2. S pomočjo lastnih vrednosti določite matriko prehajanja stanj $\Phi(t)$ in vektor stanja $x(t)$ danega vezja ($R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 0,2 \Omega$, $L = 1 \text{ H}$, $C = 0.5 \text{ F}$, $i_L(0) = 1 \text{ A}$, $v_C(0) = 2 \text{ V}$).



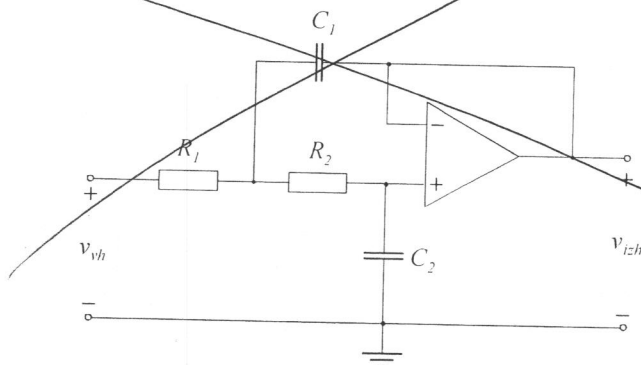
3. Določite prevajalno funkcijo visokopasovnega filtra z mejno frekvenco $\omega_{CV} = 2\pi 10^3 \text{ rads}^{-1}$ in $H_{\max.} = 1 \text{ V/V}$, če je znana prevajalna funkcija normaliziranega nizkopasovnega filtra:

$$H(s_N) = \frac{k}{s_N^2 + 1,4142s_N + 1}$$

4. Določite vrednosti C_1 in C_2 danega vezja, da bo delovalo kot normalizirani nizkopasovni Chebishev filter z valovitostjo v prepustnem pasu $r_{dB} = 1 \text{ dB}$, ki ima prevajalno funkcijo

$$H(s_N) = \frac{1,1025}{s_N^2 + 1,0977s_N + 1,1025}$$

Upornosti R_1 in R_2 sta enaki in znašata 1Ω .



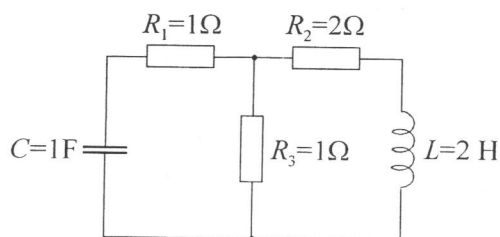
Pišete 60 minut. Rezultati bodo objavljeni v torek (22. 1.) na oglasni deski v III. nadstropju.

TEORIJA SISTEMOV

II. kolokvij

5. 1. 2001

1. Sistem s polom pri frekvenci $f_1 = 1\text{kHz}$ in enosmernim ojačenjem $G_0 = 10^4$ ima povratno zvezo z $\beta = 0.1$. Za koliko povratna zveza premakne pol in h kateri frekvenci? Razmere pojasnite z Bodejevim diagramom.
2. Povratni sistem ima v direktni veji sistem z dvema poloma, sistem v povratni veji pa je realen. Z lego polov v s ravnini pojasnite, zakaj je takšen zaprtizančni sistem za končne frekvence brezpogojno stabilen.
3. S pomočjo lastnih vrednosti določite matriko prehajanja stanj $\Phi(t)$ in vektor stanja $\mathbf{x}(t)$ danega vezja ($i_L(0) = 2\text{A}$, $v_C(0) = 5\text{V}$).



4. Določite frekvenco roba prepustnega pasu ω_p in mejno frekvenco ω_c Butterworthovega filtra petega reda z enosmerno prepustnostjo $|H_0(j0)| = 10\text{ V/V}$, robom prepustnega pasu $|H_p(j\omega_p)| = 9.5\text{ V/V}$ in robom zapornega pasu $|H_s(j\omega_s)| = 0.1\text{ V/V}$ pri $\omega_s = 10^4\text{ rad/s}$. Skicirajte lego karakterističnih korenov tega filtra v s ravnini.

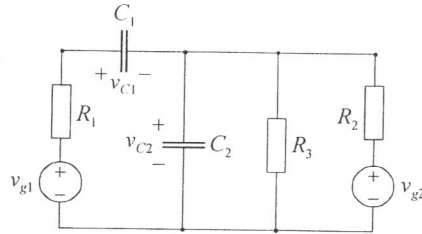
Pišete 60 minut. Rezultati bodo objavljeni v ponedeljek (8. 1.) na oglasni deski v III. nadstropju.

TEORIJA SISTEMOV

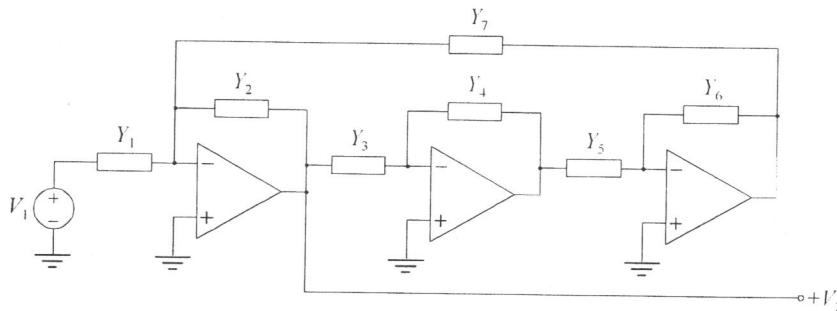
II. kolokvij

(21. 1. 2009)

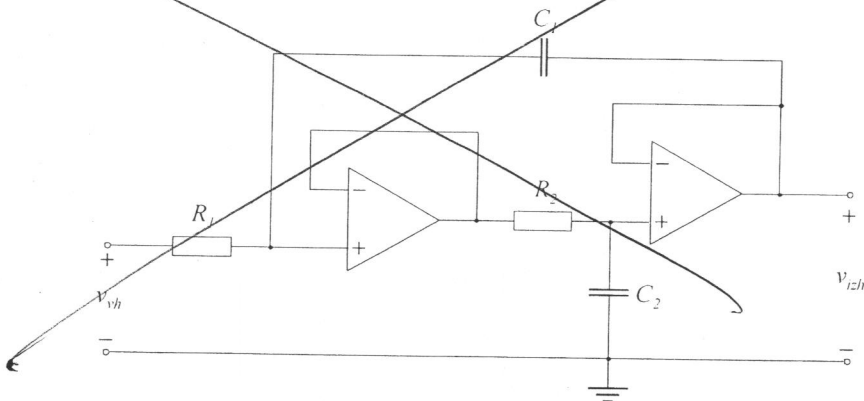
1. Za dano vezje zapišite matrično enačbo $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$.



2. Sistem z enosmernim ojačenjem $G_0 = 10^3$ in poloma $\omega_{p1} = 10^3 \text{ rads}^{-1}$ in $\omega_{p2} = 10^5 \text{ rads}^{-1}$ ima povratno vezavo s povratnim faktorjem β , pri katerem ima povratni sistem maksimalno raven odziv. Določite lego polov v ravnini s in izračunajte enosmerno ojačenje?
3. Izrazite prevajalno funkcijo $H(s) = V_2(s)/V_1(s)$ danega vezja z nastopajočimi admitancami, ob predpostavki, da so operacijski ojačevalniki idealni in delujejo v aktivnem območju.



4. Dano filterno vezje drugega reda želimo uporabiti za kreiranje normaliziranega nizkopasovnega Butterworthovega filtra četrtega reda. Določite vrednosti uporov R_1 in R_2 v obeh podvezjih, če za kapacitivnosti izberemo vrednosti 1F .



Pišete 60 minut. Rezultati bodo objavljeni danes do 18. ure na oglasni deski v III. nadstropju in prek e-Študenta.

TEORIJA SISTEMOV

II. kolokvij

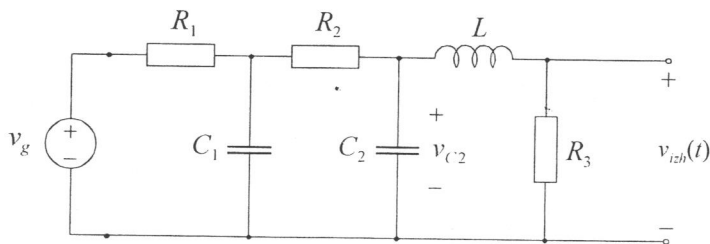
(25. 1. 2010)

1. V direktni veji povratnega sistema $H(s)$ se nahaja sistem s prenosno funkcijo

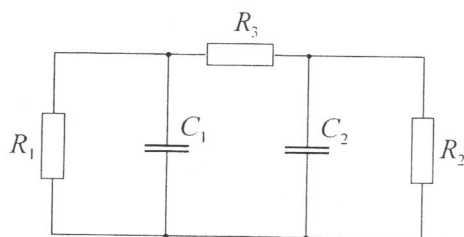
$$G(s) = \frac{G_0}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{a1}}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_{a2}}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_{a3}}\right)},$$

v povratni veji pa sistem s prenosno funkcijo $K(s) = \beta = 10^{-3}$. Konstante ω_{a1} , ω_{a2} in ω_{a3} v prenosni funkciji $G(s)$ imajo vrednosti $\omega_{a1} = 10^5$ rad/s, $\omega_{a2} = 10^6$ rad/s in $\omega_{a3} = 10^7$ rad/s. S pomočjo Routhovega kriterija ugotovite, za katere pozitivne vrednosti ojačenja G_0 bo sistem stabilen.

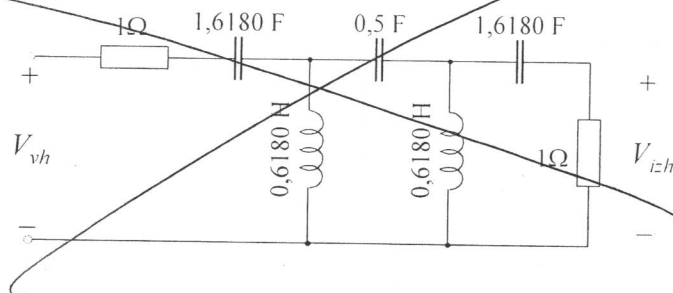
2. Danemu vezju določite matriko osnovnih zank \mathbf{Z}_1 (navodilo: najprej narišite usmerjeno zasnovo, ji priredite matriko \mathbf{B} , nato matriko \mathbf{Z}_b in končno matriko \mathbf{Z}_1).



3. Danemu vezju določite matriko prehajanja stanj ($R_1 = R_2 = R_3 = 10 \Omega$, $C_1 = C_2 = 0,1$ F).



4. Dano pasivno filtrsko vezje pretvorite v aktivno brez tuljav.



Pišete 60 minut. Rezultati bodo objavljeni danes do 18. ure prek e-Študenta.

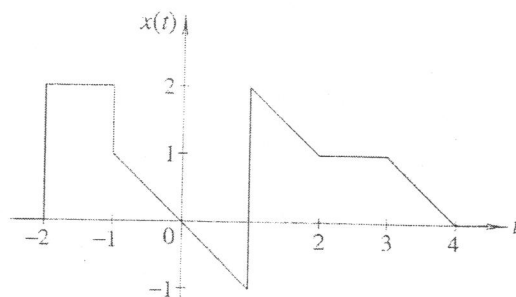
SIGNALI IN SISTEMI LABORATORIJSKE VAJE

1. VAJA: GENERIRANJE ZVEZNIH IN DISKRETNIH SIGNALOV

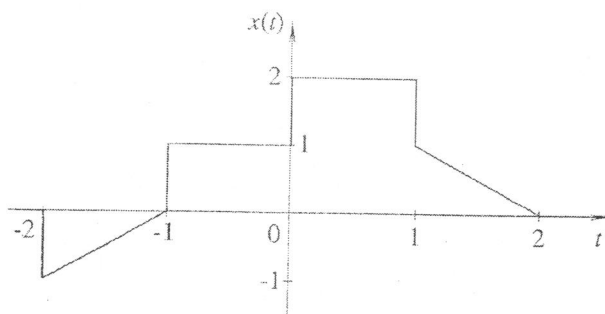
1.a S pomočjo priloženih vzorčnih programov MATLAB za generiranje osnovnih signalov in nizov napišite in preverite programe za naslednje signale in nize:

- ✓ a. pravokotni pulz višine $A = 2$ z vklopom pri $t = -2$ s in izklopom pri $t = 1$ s,
- ✓ b. signal trikotne oblike s časom trajanja 5 s, ki starta pri $t = 3$ s in doseže vrh višine $B = 5$ pri $t = 7$ s,
- ✓ c. sinusni signal z amplitudo $A = 2.5$, periodo $T = 2$ s in faznim kotom $\varphi = \pi / 3$,
- ✓ d. eksponentno upadajoči sinusni signal s podatki iz primera c. in s konstanto v eksponentu $\tau = 2$ s,
- ✓ e. eksponentno upadajoči niz $f(n) = a^n$ ($a = 0.92$), *stem, no plot*
- ✓ f. sinusni niz z amplitudo $A = 4$, periodo $N = 10$, in faznim kotom $\varphi = -\pi / 2$.

✓ 1.b Napišite MATLAB program, ki bo generiral signal na sliki.



✓ 1.c Napišite MATLAB program, ki bo signal na sliki prikazal kot vzorčen signal z intervalom vzorčenja $T = 0.2$ s.



SIGNALI IN SISTEMI LABORATORIJSKE VAJE

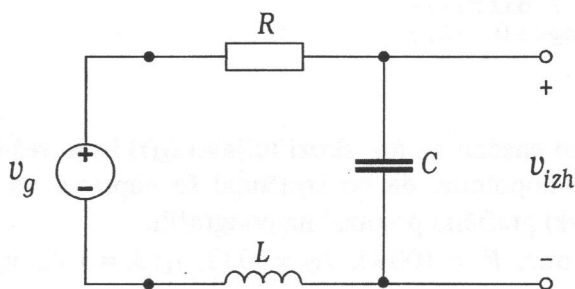
2. VAJA: KLASIČNO REŠEVANJE SISTEMOV V ČASOVNEM PROSTORU

1. Mnoge fizikalne sisteme, kot je npr. RLC vezje ali mehanski sistem masa-vzmet-blažilec, lahko modeliramo z diferencialno enačbo drugega reda, oblike:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{dy(t)}{dt} + \omega_n^2 y(t) = Kx(t),$$

pri čemer je ω_n lastna frekvenca nedušenega sistema, ζ je stopnja dušenja, K je realna konstanta in $y(t)$ ter $x(t)$ sta izhod ter vhod sistema.

- 1.a Zapišite diferencialno enačbo v dani standardni obliki za primer serijskega RLC vezja s priključenim napetostnim generatorjem $v_g(t)$ na vhodu in napetostjo na kondenzatorju kot izhodno napetostjo ($v_{izh}(t) = v_C(t)$) ter izrazite ω_n , ζ in K z elementi vezja.



- 1.b Predpostavite, da sta L in C konstantna, in sicer $L = 10 \text{ mH}$ in $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$, upornost R pa naj se spreminja v območju od 0 do ∞ . Določite območja vrednosti R , pri katerih sta karakteristična korena: i) čisto imaginarna, ii) kompleksna, iii) realna.
- 1.c S pomočjo programa MATLAB narišite odvisnost lege karakterističnih korenov od stopnje dušenja ζ v ravnini s , če se upornost R spreminja v območju od 0 do ∞ ($L = 10 \text{ mH}$, $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$).
- 1.d Napišite program, ki bo v simbolični obliki zapisal in grafično prikazal rešitev diferencialne enačbe sistema drugega reda ($n = 2$, $m = 0$). Da bo imela rešitev pregledno obliko, naj bo program zasnovan tako, da bodo številske vrednosti koeficientov diferencialne enačbe privzete pred pričetkom reševanja. Program priredite za reševanje danega RLC vezja. Pri pisanju programa si pomagajte s priloženim vzorčnim programom.
- 1.e Program preverite na primeru danega RLC vezja, za katerega izračunajte in grafično prikažite odzive ($v_{izh}(t) = v_C(t)$) na začetno stanje ($v_g(t) = 0$, $v_C(0^-) = 10 \text{ V}$, $i_L(0^-) = 0$) za naslednje stopnje dušenja: $\zeta = 0$, $\zeta = 0.1$, $\zeta = 0.7$, $\zeta = 1$ in $\zeta = 2$.
- 1.f Za iste stopnje dušenja izračunajte in prikažite odziv ($v_{izh}(t) = v_C(t)$) na enotino stopnico ($v_g(t) = u(t)$) pri ničelnem začetnem stanju.

- 1.g Program MATLAB dopolnite tako, da bo izračunal in grafično prikazal še tok skozi tuljavo $i_L(t)$, in sicer za primera pod 1.e in 1.f. Za hkratno risanje $v_C(t)$ in $i_L(t)$ uporabite ukaz subplot.

Primer programa za reševanje diferencialnih enačb s pomočjo simboličnega računanja:

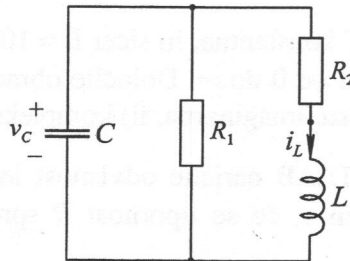
```
tz = 0; dt = .1; tk = 15; t = tz:dt:tk;
a2 = 1; a1 = 0.5; a0 = 1;
b0 = 1; x = '1';
dif_en = 'a2*D2y+a1*Dy+a0*y=b0*x';
dif_en = strrep(dif_en, 'a2', num2str(a2));
dif_en = strrep(dif_en, 'a1', num2str(a1));
dif_en = strrep(dif_en, 'a0', num2str(a0));
dif_en = strrep(dif_en, 'b0', num2str(b0));
dif_en = strrep(dif_en, 'x', x);
y = dsolve(dif_en, 'y(0)=0', 'Dy(0)=0', 't');
y = subs(y, t);
plot(t, y); axis([tz tk 0 2]); grid;
```

Primer programa za izračun in izris odvoda dy/dt

```
dy = diff(y) ./ diff(t);
td = t(1 : length(t)-1);
plot(td, dy)
```

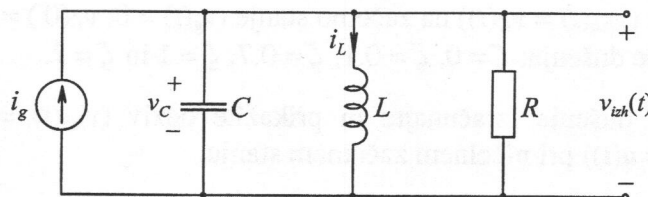
2. Zapišite diferencialno enačbo za tok skozi tuljavo $i_L(t)$ in jo rešite s pomočjo programa MATLAB. Program dopolnite, da bo izračunal še napetost na kondenzatorju $v_C(t)$ in nato obe spremenljivki grafično prikazal na podgrafih.

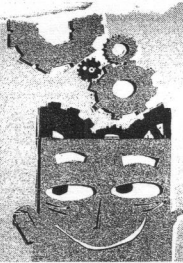
($C = 1 \text{ mF}$, $L = 110 \text{ mH}$, $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$, $i_L(0) = 1 \text{ A}$, $v_C(0) = 0 \text{ V}$)



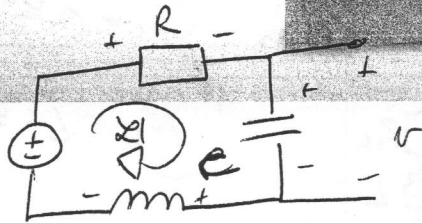
3. Zapišite diferencialno enačbo za tok skozi tuljavo $i_L(t)$ in jo rešite s pomočjo programa MATLAB. Program dopolnite, da bo izračunal še napetost na kondenzatorju $v_C(t)$ in nato obe spremenljivki grafično prikazal na podgrafih. Krmiljenje naj bo enotina stopnica ($i_g = u(t)$), nato pa še sinusni signal ($i_g = \sin(t)$).

($C = 1 \text{ F}$, $L = 1 \text{ H}$, $R = 2 \Omega$, $i_L(0) = 1 \text{ A}$, $v_C(0) = 0 \text{ V}$)





»MISLIŠO NA TVOJE DELO.«
 $i_c = C \frac{d v_c}{dt}$



$$v_c = L \cdot \frac{d i_c}{dt}$$

2. VAJA

$$i_c = i_c = i_R$$

$$\frac{N_L}{L} dt = d i_c$$

1.a

$$N_R + N + N_L = N_g$$

$$\frac{1}{L} \int N_L$$

~~$$N_g - N_c = i_c$$~~

$$i_c \cdot R + v + L \dot{i}_c = N_g$$

~~$$v = N_c$$~~

$$CR \ddot{v} + \dot{v} + CL \ddot{v} = N_g$$

$$CL \ddot{v} + CR \dot{v} + v = N_g \quad | : CL$$

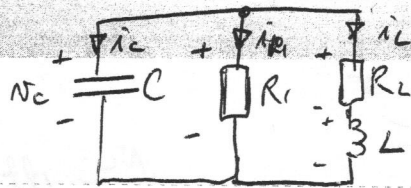
$$\ddot{v} + \frac{R}{L} \dot{v} + \frac{v}{CL} = \frac{N_g}{CL}$$

$$\omega_n^2 = \frac{1}{CL} \Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{1}{CL}}$$

$$2 \xi \sqrt{\frac{1}{CL}} = \frac{R}{L}$$

$$\xi = \frac{R}{2L \sqrt{\frac{1}{CL}}}$$

$$K = \frac{1}{CL}$$



2. primer

$$i_c = C \frac{dN_c}{dt}$$

$$N_c = L \cdot \frac{di_L}{dt}$$

$$i = \frac{1}{L} \int N_c dt$$

$$i_c + i_L + i_{R1} = 0$$

$$C \frac{dN_c}{dt} + i_L + i_{R1} = 0$$

$$C \dot{N}_c + i_L + \frac{N_c}{R_1} = 0$$

~~$$CR \left(\frac{N_c}{L} + \frac{\dot{N}_c}{R_L} \right) + i_L + \frac{R_L}{R_1} i_L + \frac{N_c}{R_1} = 0$$

$$i_L \left(1 + \frac{R_L}{R_1} \right) + \frac{N_c}{R_1} + \frac{L}{R_L} \dot{N}_c = 0$$~~

~~$$C \dot{N}_c + i_L + \frac{R_L}{R_1} i_L + \frac{N_c}{R_1} = 0$$~~

~~$$C \dot{N}_c + i_L + \frac{R_L}{R_1} i_L + \frac{N_c}{R_1} = 0$$~~

~~$$CR \left(\frac{N_c}{L} + \frac{\dot{N}_c}{R_L} \right) + i_L + \frac{R_L}{R_1} i_L + \frac{N_c}{R_1} = 0$$~~

~~$$CR \left(i_L' + \frac{L}{R_L} i_L'' \right) + i_L + \frac{R_L}{R_1} i_L + \frac{L}{R_1} i_L' = 0$$~~

~~$$CR_L i_L' + CL i_L'' + i_L + \frac{R_L}{R_1} i_L + \frac{L}{R_1} i_L' = 0$$~~

~~$$CL i_L'' + i_L' \left(CR_L + \frac{L}{R_1} \right) + i_L \left(1 + \frac{R_L}{R_1} \right) = 0 \quad | : CL$$~~

~~$$i_L'' + i_L' \left(\frac{R_L}{L} + \frac{1}{CR_1} \right) + i_L \left(\frac{1}{CL} + \frac{R_L}{R_1 CL} \right) = 0$$~~

$$\frac{N_c - N}{R_L} = i_L$$

$$\frac{N_c - N}{R_L} = \frac{1}{L} \int N_c dt \cdot \frac{d}{dt}$$

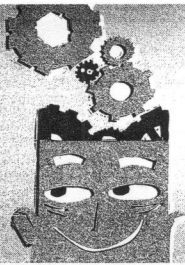
$$\frac{\dot{N}_c}{R} - \frac{\dot{N}}{R_L} = \frac{N}{L}$$

$$\frac{\dot{N}_c}{R_L} = \frac{N}{L} + \frac{\dot{N}}{R_L}$$

$$N_c = i_L \cdot R_L + N$$

$$N = L \cdot \frac{di_L}{dt}$$

$$\dot{N} = L i_L''$$



$$i_c = C \cdot \frac{dv_c}{dt}$$

»MISLIMO NA
TVOJE DELO!«

$$v_L = L \cdot \frac{di_L}{dt}$$

$$C \dot{v}_c + v_L + \frac{v_c}{R_1} = 0$$

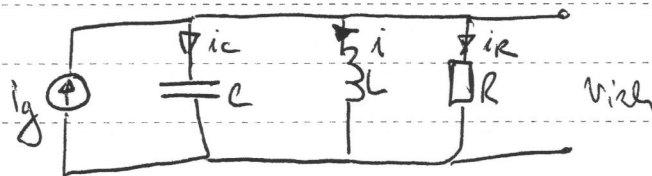
$$C \dot{v}_c + \frac{v_c - v_L}{R_L} + \frac{v_c}{R_1} = 0$$

$$C \dot{v}_c + \frac{v_c}{R_L} - \frac{v_L}{R_L} + \frac{v_c}{R_1} = 0$$

$$v_L = v_c - v_{R2}$$

$$v_L = v_c - R_L \cdot i_L$$

3 primer:



$$i_c = C \cdot \frac{dv_c}{dt}$$

$$v_c = v_L = v_R$$

$$v_L = L \cdot \frac{di_L}{dt} \text{ / odh.}$$

$$v_L = L \cdot \frac{d^2 i_L}{dt^2}$$

$$i_c = \frac{1}{L} \int v dt$$

$$i_c + i_L + i_R = i_g$$

$$C \frac{dv}{dt} + i_L + \frac{v}{R} = i_g$$

$$CL \frac{d^2 i_L}{dt^2} + i_L + \frac{L}{R} \frac{di_L}{dt} = i_g / CL$$

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{di_L}{dt} + \frac{i_L}{CL} = \frac{i_g}{CL}$$

Nih = ?

$$C \frac{dv}{dt} + \frac{1}{L} \int v dt + \frac{v}{R} = i_g \text{ / odh. } \frac{d}{dt}$$

$$C \frac{d^2 v}{dt^2} + \frac{v}{L} + \frac{1}{R} \frac{dv}{dt} = \frac{di_g}{dt} / C$$

$$\frac{d^2 v}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{dv}{dt} + \frac{v}{CL} = \frac{1}{C} \frac{di_g}{dt}$$



LAB-SS - 24.10.2011

$$KVZ: R \cdot i + v_c + L \frac{di}{dt} = v_g$$

$$i = C \frac{dv_c}{dt}$$

$v_c =$ ishodna
napetost

$$LC \frac{d^2 v_c}{dt^2} + RC \frac{dv_c}{dt} + v_c = v_g \quad /: LC \quad v_c = v_{ish}$$

$$\frac{d^2 v_{ish}}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dv_{ish}}{dt} + \frac{1}{LC} v_{ish} = \frac{1}{LC} v_g$$

$$2 \xi \omega_n = \frac{R}{L} \quad \omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad K = \frac{1}{LC}$$

$$L = 10 \text{ mH}$$

$$C = 1 \mu\text{F}$$

$$R = 0 \rightarrow \infty$$

(čisto imaginarno, kompleksno, realno)

Pri čisto ~~kompleksno~~ je $R=0$

$$2 \xi \omega_n = \frac{R}{L}$$

$$2 \xi \omega_n = \frac{R}{L}$$

$$0 < \xi < 1$$

$$\xi = 1$$

$$2 \xi \omega_n \cdot L = R$$

$$2 \omega_n \cdot L = R$$

$$2 \cdot \frac{1}{\sqrt{10 \cdot 10^{-9}}} \cdot 10 \cdot 10^{-3} = R$$

$$2 \frac{1 \cdot 10^{-2}}{10^{-4}} = R$$

Pri $R = (0, 200)$
je koren ~~kompleksno~~
čisto imaginarno

$$2 \cdot 10^2 = R = 200 \Omega$$



ii) Korena kompleksna
 $\xi = 0 \rightarrow R = 0$

iii) Realna $\xi > 1$; $R > 200$

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2\pi f$$

$$f = \frac{1}{\sqrt{LC} \cdot 2\pi} = 1591 \text{ Hz}$$

$$T_0 = 6,28 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

$$t_2 = 0$$

$$dt = 8 \cdot 10^{-6}$$

$$t_k = 3,14 \cdot 10^{-3}$$

2.)

$$U_{in} + R_2 \cdot i_R + L \frac{di_L}{dt} + U_C = 0$$

$$i_L + i_{R1} = C \frac{dU_C}{dt}$$

$$i_L + \frac{U_C}{R_1} = C \frac{dU_C}{dt}$$

ishodica je vezljivost

$$i_L + i_{R1} + i_C = 0$$

$$U_C = i_L R_2 + L \frac{di_L}{dt}$$

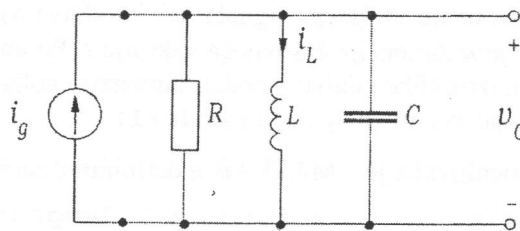
SIGNALI IN SISTEMI LABORATORIJSKE VAJE

3. VAJA: ODZIV NA VHODNI SIGNAL

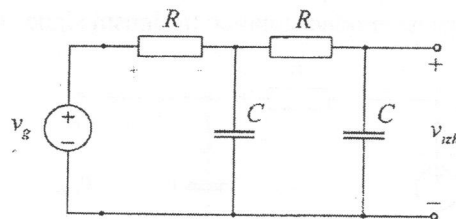
Napišite MATLAB programe, ki bodo s pomočjo konvolucijskega integrala (oz. vsote) izračunali in narisali časovne odzive na:

1. enotino stopnico $u(t)$,
2. sinusni signal $\sin(t)$:

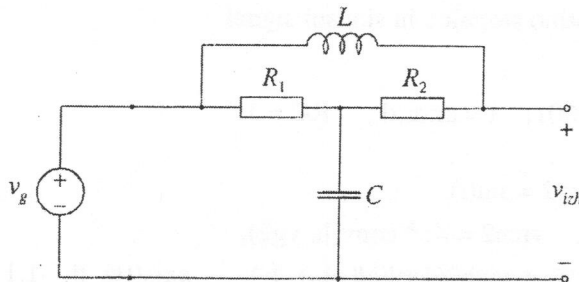
- a. za paralelni RLC nihajni krog, pri katerem naj bosta odzivna signala tok skozi tuljavo in napetost na kondenzatorju ($R = 3\Omega$, $L = 1\text{H}$, $C = 1\text{F}$),



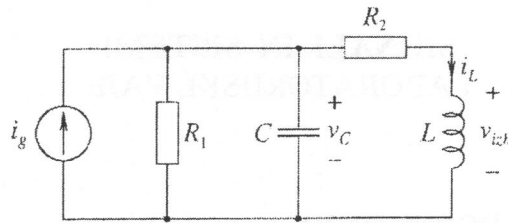
- b. za dvojni RC člen, pri katerem je odziv napetost v_{izh} ($R = 1\Omega$, $C = 1\text{F}$),



- c. za vezje, pri katerem je odziv napetost v_{izh} ($R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 1\Omega$, $C = 1\text{F}$, $L = 0,5\text{H}$),



d. za vezje, pri katerem je odziv napetost v_{izh} ($R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 1 \Omega$, $C = 1 \text{ F}$, $L = 1 \text{ H}$),



Za vse primere najprej določite analitični izraz za odziv na enotin impulz $h(t)$.

Opis MATLAB ukazov

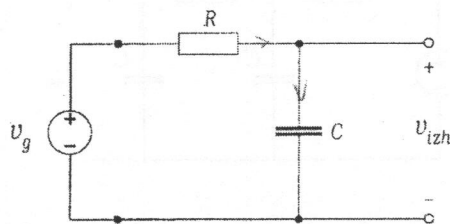
MATLAB ima za računanje konvolucijskega integrala (oz. vsote) vgrajeno funkcijo **conv**, ki jo uporabimo v obliki zapisa: $y = T * \text{conv}(h, x)$. T je časovni interval vzorčenja, h je odziv sistema na enotin impulz in x je vhodni signal.

Odziv $y(t)$, ki je rezultat konvolucije vhodnega signala $x(t)$ in odziva na enotin impulz $h(t)$, ima dimenzijo $2 \times n - 1$, kjer je n dimenzija časovnega vektorja t . Po uporabi funkcije **conv** je potrebno v funkciji **plot** za izris slike odzivu y podati dimenzijo polja, ki se mora ujemati z dimenzijo časovnega vektorja: `plot(t, y(1:(tk/dt+1)))`.

Odvod funkcije $y(x)$ po spremenljivki x je v MATLAB-u definiran z zapisom:

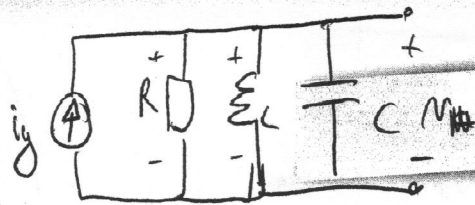
`dy = diff(y) ./ diff(x);` `xdiff = x(1:length(x)-1);`

Primer: Napišimo program, ki bo s pomočjo konvolucijskega integrala izračunal in narisal odziv RC člena na enotino stopnico in sinusni signal ($R=1 \Omega$, $C=1 \text{ F}$).



`% Odziv RC vezja na enotino stopnico in sinusni signal`

```
clear;
tz = 0; tk = 10; dt = 0.001; t = tz:dt:tk; RC = 1;
h = 1/RC * exp(-t/RC);
vg1 = ones(size(t));      vg2 = sin(t);
vzh1 = dt * conv(h, vg1);      vzh2 = dt * conv(h, vg2);
plot(t, vzh1(1:(tk/dt+1)), 'r', t, vzh2(1:(tk/dt+1)), 'b');      axis([tz tk -1.1 1.1]);
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman CE', 'FontSize', 12);      grid;
xlabel('čas t [s]');      ylabel('izhodna napetost vzh [V]');
title('Odziv RC vezja na enotino stopnico in sinusni signal');
```



$$R=3$$
$$L=1$$
$$C=1$$

3.a

$$i_R + i_L + i_C = i_g$$

$$\frac{v}{R} + i_L + C \dot{v} = i_g$$

$$\frac{v}{R} + \frac{1}{L} \int v_L dt + C \dot{v} = i_g / \text{odbyvs}$$

$$v_L = L \frac{di}{dt}$$

$$i_L = \frac{1}{L} \int v_L dt$$

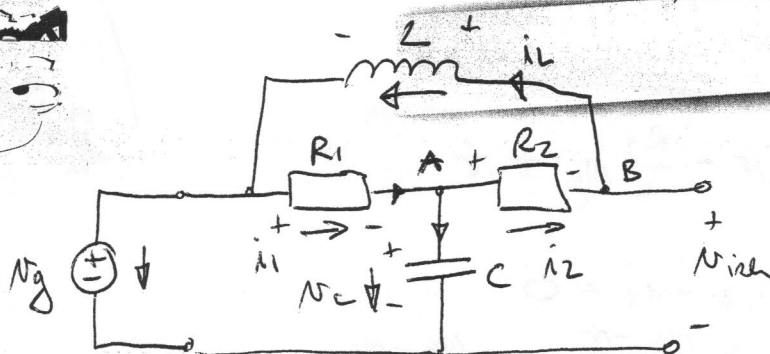
$$\frac{\dot{v}}{R} + \frac{1}{L} v + C \ddot{v} = \dot{i}_g$$

$$C \ddot{v} + \frac{\dot{v}}{R} + \frac{1}{L} v = \dot{i}_g$$



točka 12. voljeva je +

3c)



$$N_C = C \cdot \frac{dN_C}{dt}$$

$$R_1 = 2 \Omega$$

$$R_2 = 1 \Omega$$

$$C = 1 F$$

$$L = 0,5 H$$

voljeva A:

~~iiiii~~

$$i_C + i_{R2} - i_{R1} = 0$$

i_L

$$N_L = L \cdot \frac{di}{dt}$$

~~voljeva~~

voljeva B:

$$i_L - i_{R2} = 0$$

$$\frac{1}{L} \int_0^t (N_{i2} - N_g) dt - \frac{N_C}{R_2} - N_{i2} = 0 \quad \text{odlogamo}$$

$$N_L \cdot dt = L \cdot di$$

$$\frac{1}{L} \int_0^t N_L \cdot dt = i_L$$

$$N_{R1} = N_g - N_A$$

$$N_L = N_{i2} - N_g$$

$$N_A - N_{i2} = N_{R2}$$

$$N_{R2} = N_C - N$$

$$N_A = N_g - N_{R1}$$

$$\frac{N_{i2} - N_g}{L} - \frac{1}{R_2} \left(\frac{dN_C}{dt} - \frac{dN_{i2}}{dt} \right) = 0$$

$$C \frac{dN_C}{dt} + \frac{N_C - N_{i2}}{R_2} - \frac{N_g - N_C}{R_1} = R_2 \left(\frac{N_{i2} - N_g}{L} \right) - \frac{dN_{i2}}{dt} = \frac{dN_C}{dt}$$

$$C \frac{dN_C}{dt} + \frac{N_C}{R_2} - \frac{N_{i2}}{R_2} - \frac{N_g}{R_1} + \frac{N_C}{R_1} = 0$$

~~$$C R_2 \left(\frac{N_{i2} - N_g}{L} \right) - C \frac{dN_{i2}}{dt} + \frac{N_C}{R_2} - \frac{N_{i2}}{R_2} - \frac{N_g}{R_1} + \frac{N_C}{R_1} = 0 \quad \text{odlogamo}$$~~

~~$$\frac{C R_2}{L} (i - i_g) - C \dot{i} + \frac{1}{R_2} N_C - \frac{i}{R_2} - \frac{i_g}{R_1} + \frac{N_C}{R_1} = 0$$~~

~~$$\frac{C R_2}{L} (i - i_g) - C \ddot{i} + \frac{N_{i2} - N_g}{L} - \frac{i}{R_2} - \frac{i_g}{R_1} + \frac{R_2}{R_1} \left(\frac{N_{i2} - N_g}{L} \right) - \frac{i}{R_1} = 0$$~~



$$\dot{N}_c = \frac{R_2}{L} N - \frac{R_2}{L} N_g + \dot{N}$$

$$i_1 + i_2 - i_1 = 0$$

$$C \dot{N}_c + \frac{N_c - N}{R_2} - \frac{N_g - N_c}{R_1} = 0$$

$$C \dot{N}_c + \frac{N_c}{R_2} - \frac{N}{R_2} - \frac{N_g}{R_1} + \frac{N_c}{R_1} = 0$$

$$R_2 \parallel R_1 = a$$

$$C \dot{N}_c + \frac{N_c}{R_2} + \frac{N_c}{R_1} - \frac{N}{R_2} = \frac{N_g}{R_1}$$

$$\frac{CR_2}{L} \dot{N} - \frac{CR_2}{L} N_g + C \dot{N} + \frac{N_c}{R_2} + \frac{N_c}{R_1} - \frac{N}{R_2} = \frac{N_g}{R_1}$$

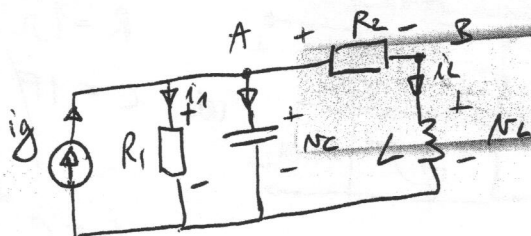
$$\frac{CR_2}{L} \dot{N} - \frac{N}{R_2} + \frac{N_c}{R_2} + \frac{N_c}{R_1} + C \dot{N} = \frac{N_g}{R_1} + \frac{CR_2}{L} N_g \quad / \text{dvoj. s}$$

$$\frac{CR_2}{L} \dot{N} - \frac{\dot{N}}{R_2} + \dot{N}_c \left(\frac{R_2}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right) + C \ddot{N} = \frac{\dot{N}_g}{R_1} + \frac{CR_2}{L} \dot{N}_g$$

$$\frac{CR_2}{L} \dot{N} - \frac{\dot{N}}{R_2} + \frac{aR_2}{L} \dot{N} - \frac{R_2 a}{L} N_g + \underline{a \dot{N}} + C \ddot{N} = \frac{\dot{N}_g}{R_1} + \frac{CR_2}{L} \dot{N}_g$$

$$C \ddot{N} + \dot{N} \left(\frac{CR_2}{L} - \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right) + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{R_2}{L} N = \dot{N}_g \left(\frac{1}{R_1} + \frac{CR_2}{L} \right) + N_g \left(\frac{R_2}{L} \right)$$

$$C \ddot{N} + \dot{N} \left(\frac{CR_2}{L} + \frac{1}{R_1} \right) + \left(\frac{R_2}{R_1 L} + \frac{1}{L} \right) N = \dot{N}_g \left(\frac{1}{R_1} + \frac{CR_2}{L} \right) + N_g \left(\frac{R_2}{R_1 L} + \frac{1}{L} \right)$$



$$N_L = L \frac{di_L}{dt}$$

$$i_C = C \frac{dN_C}{dt}$$

3d

node A

$$i_1 = \frac{N_C}{R_1}$$

$$N_C =$$

$$i_1 + i_C + i_L - i_g = 0$$

$$\frac{N_C}{R_1} + i_C +$$

$$\frac{N_C - N_C}{R_2} = i_L$$

$$\frac{N_C}{R_1} + C \dot{N}_C + \frac{1}{L} \int_0^t N_C dt = i_g$$

$$\frac{N_C - N_C}{R_2} = \frac{1}{L} \int_0^t N_C dt$$

$$\frac{N_C}{R_1} + \frac{CR_2}{L} \dot{N}_C + C \ddot{N}_C + \frac{1}{L} \int_0^t N_C dt = i_g / \text{something}$$

$$\frac{\dot{N}_C}{R_1} + \frac{CR_2}{L} \dot{N}_C + C \ddot{N}_C + \frac{N}{L} = i_g$$

$$\frac{N_C}{R_2} + \frac{N_C}{R_2} = \frac{1}{L} \int_0^t N_C dt$$

$$\frac{N_C}{R_2} = \frac{1}{L} \int_0^t N_C dt$$

$$\frac{N_C - L i_L}{R_2} = i_L$$

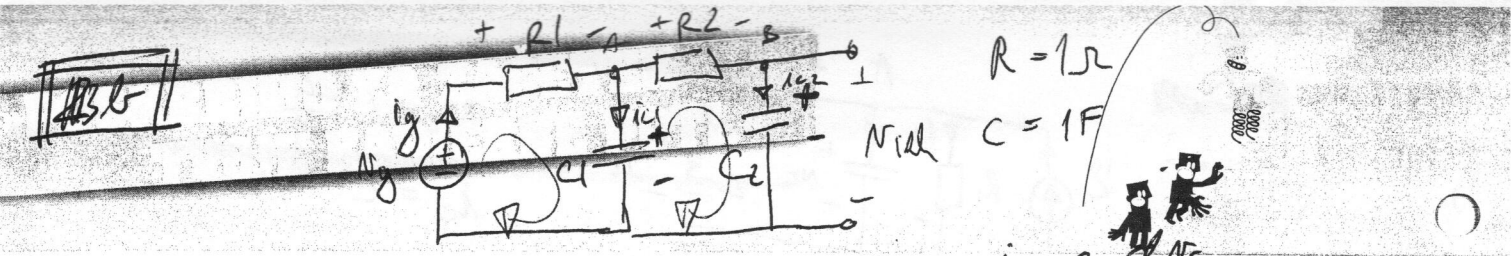
$$\frac{NR_2}{LR_1} + \frac{\dot{N}}{R_1} + \frac{CR_2}{L} \dot{N} + C \ddot{N} + \frac{N}{L} = i_g / C$$

$$\ddot{N} + \left(\frac{1}{RC} + \frac{R_2}{L} \right) \dot{N} + \left(\frac{R_2}{LR_1C} + \frac{1}{LC} \right) N = \frac{i_g}{C} \frac{N_C}{R_2} - \frac{\dot{N}_C}{R_2} = \frac{1}{L} N$$

$$\frac{\dot{N}_C}{R_2} = \frac{N}{L} + \frac{\dot{N}}{R_2}$$

$$\ddot{N} + \left(\frac{1}{RC} + \frac{R_2}{L} \right) \dot{N} + \frac{1}{LC} \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right) N = \frac{i_g}{C}$$

$$\dot{N}_C = \frac{NR_2}{L} + \dot{N}$$



$R = 1 \Omega$
 $C = 1 F$

$$i_c = C \cdot \frac{d u_c}{dt}$$

3.6

$$i_{c1} + i_{c2} = i_g$$

$$u_{R1} + u_{C1} = u_g \quad u_{R2} + u_{C2} = u_{C1}$$

$$C \frac{d u_{C1}}{dt} + C \frac{d u_{C2}}{dt} = \frac{u_g - u_{C1}}{R}$$

realizace B

$$\frac{u_{C1} - u_{C2}}{R_2} = \frac{d u_{C2}}{dt}$$

$$u_{C1} = R_2 C \ddot{u}_{C2} + u_{C2} \quad / \text{odvoz}$$

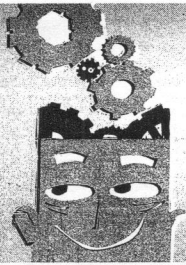
$$\dot{u}_{C1} = R_2 C \ddot{u}_{C2} + \dot{u}_{C2}$$

$$C \dot{u}_{C1} + C \dot{u}_{C2} + \frac{u_{C1}}{R} = \frac{u_g}{R}$$

$$C \dot{u}_{C1} + C \dot{u}_{C2} + \frac{R_2 C}{R_1} \dot{u}_{C2} + \frac{u_{C2}}{R} = \frac{u_g}{R}$$

$$C^2 R \ddot{u}_{C2} + C \dot{u}_{C2} + C \dot{u}_{C2} + \frac{R_2 C}{R} \dot{u}_{C2} + \frac{u_{C2}}{R} = \frac{u_g}{R} \quad // \cdot R$$

$$C^2 R^2 \ddot{u}_{C2} + 3 R R \dot{u}_{C2} + u_{C2} = u_g$$



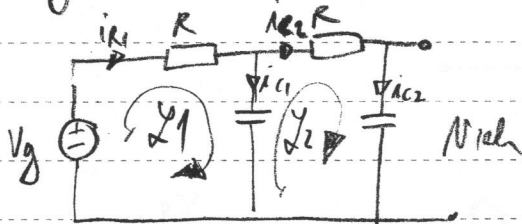
»MISLIMO NA
TVOJE DELO!«

Odkar me motimo logično
 $u(t)$

$$i_c = C \frac{d\varphi}{dt}$$

sinusni signal $\sin(t)$

4. b) dvojni RC člen $R=1\Omega$ $C=1F$



$$i_1 R + \varphi_1 - v_g + i_1 R + v_{C1} = 0$$

$$-v_g + (i_{c1} + i_{c2})R + v_{C1} = 0$$

$$\varphi_2: -v_{C1} + i_2 R + v_{C2} = 0$$

$$v_{C1} = i_2 R + v_{C2}$$

$$\frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{d i_{c2} R}{dt} + \frac{d v_{C2}}{dt}$$

$$i_1 R + i_2 R + i_2 R + v_{C2} = v_g$$

$$i_1 R + 2 i_2 R + v_{C2} = v_g$$

$$\frac{d(i_1 R + 2 i_2 R)}{dt} + v_{C2} = \frac{d v_g}{dt}$$

$$C \frac{d i_1}{dt} R + 2 \frac{d i_2}{dt} R C + v_{C2} = v_g$$

$$i_{c2} = C \frac{d v_{C2}}{dt}$$

$$C \frac{d i_1}{dt} R + 2$$

$$CR \left(\frac{d i_{c2}}{dt} R + \frac{d v_{C2}}{dt} \right) + 2 \frac{d v_{C2}}{dt} RC + v_{C2} = v_g$$

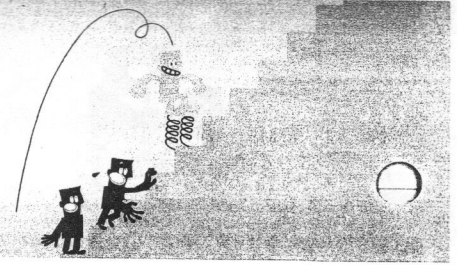
$$R^2 C \frac{d i_{c2}}{dt} + RC \frac{d v_{C2}}{dt} + 2RC \frac{d v_{C2}}{dt} + v_{C2} = v_g$$

e-nostavna rešitev

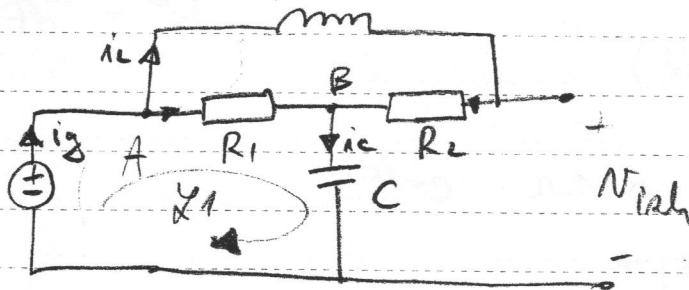
031 82 78 42, 040 62 20 44, 041 31 41 51, 041 200 500, www.studentski-servis.com

$$\frac{d v_{C2}}{dt} + 3RC \frac{d v_{C2}}{dt} + v_{C2} = v_g$$





c Niah ($R_1 = 2\Omega$; $R_2 = 1\Omega$; $C = 1F$; $L = 0.5H$)



Vozbnice B:

$$-i_L - i_{R1} + i_C = 0$$

Y1:

$$i_{R1} R_1 + u_C = u_g$$

$$i_C = i_{R1} + i_L$$

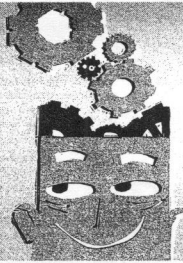
$$u_C = u_g - i_{R1} R_1$$

$$C \frac{d u_C}{dt} = i_{R1} + i_L$$

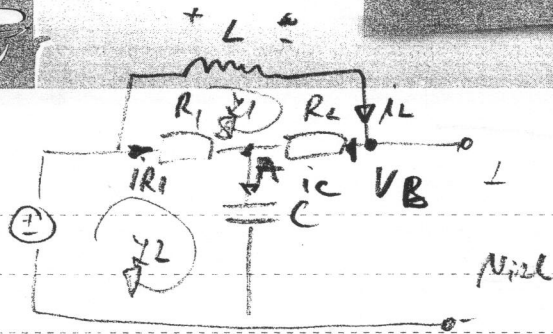
$$u_L = L \frac{d i_L}{dt}$$

$$C \frac{d u_g}{dt} - C R_1 \frac{d i_{R1}}{dt} = i_{R1} + i_L$$

$$L \frac{d i_L}{dt} + u_{Niah} = u_g$$



3. c



$$N_{12} = N_{R_2}$$

Voltirice A: $i_c = I_{R_1} + I_L$

Zanka Z1: $N_L + I_L R_2 - I_{R_1} R_1 = 0$

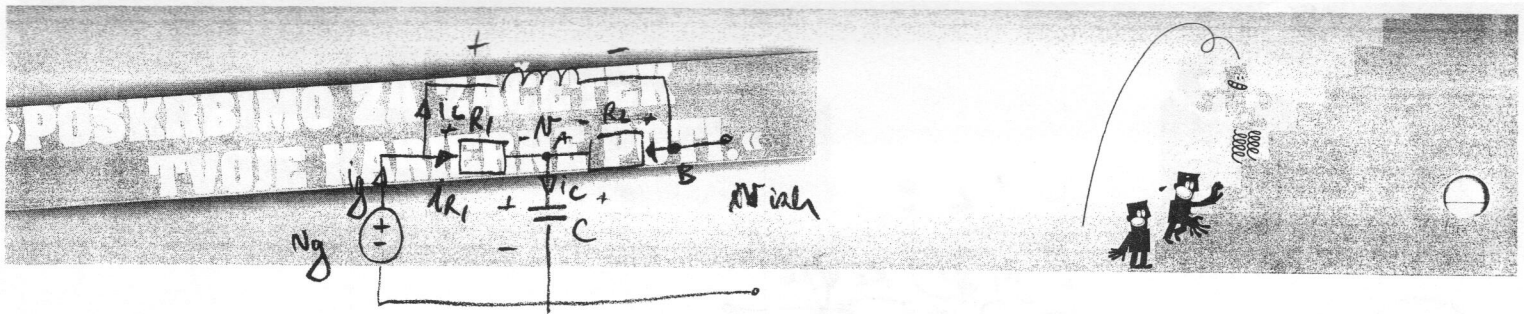
Zanka Z2: $I_{R_1} R_1 + N_C = N_3$

Voltirice B: $I_L = \frac{N_2}{R_2}$

↓ A, B
↓ odvaja po čim
manjši $\frac{d\psi}{dt}$

A ← odvaja N_A

↓ odvaja ...



rovnice A:

$$iR_1 + iR_2 - i_c = 0$$

$$\frac{N_g - N_A}{R_1} + \frac{N_{i2h} - N_A}{R_2} - C \frac{dN_A}{dt} = 0$$

rovnice B:

$$L \int_0^+ (N_g - N_{i2h}) d\tau - \frac{N_{i2h} - N_A}{R_2} = 0 \quad / \text{odvojit}$$

$$L(N_g - N_{i2h}) - \frac{1}{R_2} \frac{dN_{i2h}}{dt} + \frac{1}{R_2} \frac{dN_A}{dt} = 0$$

$$\frac{dN_A}{dt} = -R_2 L (N_g - N_{i2h}) + \frac{dN_{i2h}}{dt}$$

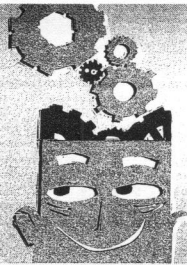
$$\frac{N_g - N_A}{R_1} + \frac{N_{i2h} - N_A}{R_2} + CR_2 L (N_g - N_{i2h}) - C \frac{dN_{i2h}}{dt} = 0 \quad / \frac{d}{dt}$$

$$\frac{1}{R_1} \frac{dN_g}{dt} - \frac{1}{R_1} \frac{dN_A}{dt} + \frac{1}{R_2} \frac{dN_{i2h}}{dt} - \frac{1}{R_2} \frac{dN_A}{dt} + CR_2 L \left(\frac{dN_g}{dt} - \frac{dN_{i2h}}{dt} \right) - C \frac{d^2 N_{i2h}}{dt^2} = 0$$

$$-C \frac{d^2 N_{i2h}}{dt^2} + \frac{dN_{i2h}}{dt} \left(\frac{1}{R_2} - CR_2 L \right) + \frac{dN_A}{dt} \left(-\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = -\frac{1}{R_1} \frac{dN_g}{dt} - CR_2 L \frac{dN_g}{dt}$$

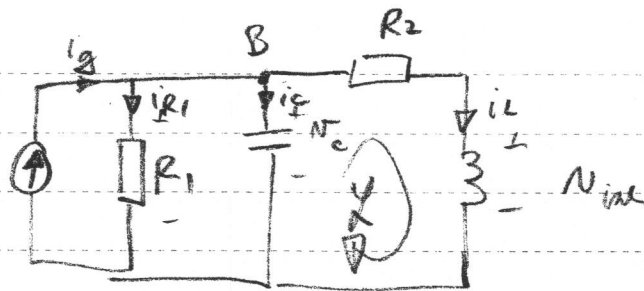
$$C \frac{d^2 N_{i2h}}{dt^2} + \frac{dN_{i2h}}{dt} \left(\frac{1}{R_2} - CR_2 L \right) + \left(-\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \left(-R_2 L (N_g - N_{i2h}) + \frac{dN_{i2h}}{dt} \right)$$

$$= -\frac{1}{R_1} \frac{dN_g}{dt} - CR_2 L \frac{dN_g}{dt}$$



»MISLIMO NA
TVOJE DELO!«

3.d) $N_c = ?$



$$N_L = L \cdot \frac{di_L}{dt}$$

Uzavrice B

$$i_g = i_{R1} + i_C + i_L$$

$$i_L = i_g - i_{R1} - i_C$$

$$i_L = i_g - \frac{N_c}{R_1} - C \frac{dN_c}{dt}$$

$$i_L = i_g - \frac{1}{R_1} (i_L R_2 + L \frac{di_L}{dt}) - C \frac{di_L}{dt} R_2 - CL \frac{di_L^2}{dt^2}$$

$$CL \frac{di_L^2}{dt^2} + i_L = i_g - \frac{R_2}{R_1} i_L - \frac{L}{R_1} \frac{di_L}{dt} - C \frac{di_L}{dt} R_2$$

$$CL \frac{di_L^2}{dt^2} + i_L + \frac{R_2}{R_1} i_L - \frac{L}{R_1} \frac{di_L}{dt} + C \frac{di_L}{dt} R_2 = i_g$$

$$CL \frac{di_L^2}{dt^2} + L \frac{di_L}{dt} \left(+ \frac{1}{R_1} + \frac{CR_2}{L} \right) + i_L \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) = i_g$$

$$N_{ind} = N_L = L \cdot \frac{di_L}{dt}$$

e-nostavna rešitev

031 841 841, 040 642 264, 041 31 41 51, 041 200 500, www.studentski-servis.com

e

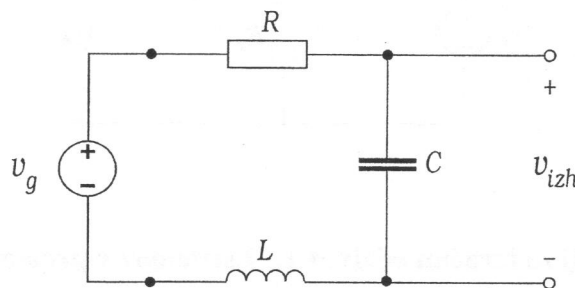
študentski
servis

SIGNALI IN SISTEMI LABORATORIJSKE VAJE

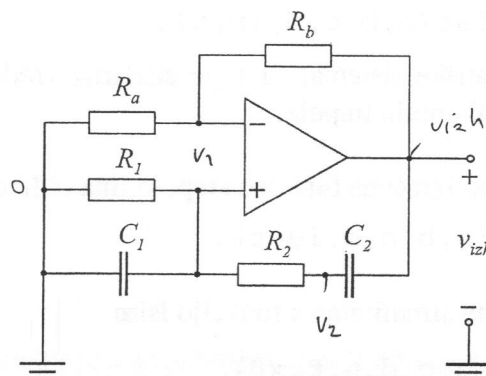
4. VAJA: REŠEVANJE SISTEMOV V PROSTORU STANJ

Za dana vezja zapišite matrični enačbi stanj: $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$, $\mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du}$ in napišite MATLAB programe, ki bodo izračunali in narisali tirnice v prostoru stanj za dana vzbujanja in izbrane vrednosti elementov. Pri pisanju programov predvidite tudi možnost prikaza časovnih odvisnosti izhodnih spremenljivk.

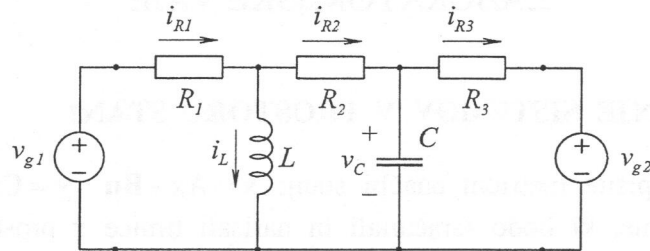
- a. Pri danem serijskem nihajnem krogu naj bosta izhodni spremenljivki napetost na kondenzatorju $v_C = v_{izh}$ in tok skozi tuljavo i_L , torej sta $x^T = [v_C, i_L]$ in $y^T = [v_C, i_L]$. Induktivnost tuljave je $L = 1$ H, kapacitivnost kondenzatorja $C = 1$ F, upornost R pa izbiramo tako, da ima stopnja dušenja vrednosti $\zeta = 0$, $\zeta = 0.1$, $\zeta = 0.7$, $\zeta = 1$ in $\zeta = 2$. Opazujte, kakšne oblike so pri posameznih ζ trajektorije v prostoru stanj, če je napetost generatorja enotina stopnica, začetna napetost na kondenzatorju $v_C(0) = 1$ V in začetni tok skozi tuljavo $i_L(0) = 1$ A. Opazujte tudi časovne poteke izhodnih spremenljivk.



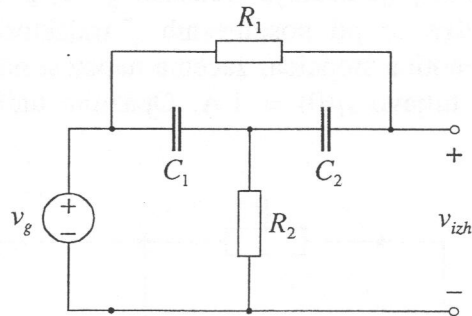
- b. Vezje na sliki je Wienov mostični oscilator. Ugotovite, kateri pogoj mora biti izpolnjen, da bo oscilator nihal. Smiselno izberite vrednosti elementov, da bo frekvenca nihanja 1 kHz. Spreminjajte upornost R_1 ali R_2 za nekaj % in opazujte, kako se spreminja tirnica v prostoru stanj. Začetna napetost na kondenzatorju C_1 je $v_{C1}(0) = 1$ V in $v_{C2}(0) = 0$ V, med upornostima R_a in R_b pa velja zveza in $R_b = 2R_a$.



- c. Določite odziv na enotin impulz in enotino stopnico spodnjega vezja, in sicer pri vzbujanju na enem od vhodov pri $v_g = 0$ na drugem vhodu in obratno. Določite tudi celotni odziv, če je na obeh vhodih enotina stopnica in je začetno stanje $v_C(0) = 1$ V in $i_L(0) = 1$ A. ($L = 1$ H, $C = 1$ F, $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 1 \Omega$, $R_3 = 10 \Omega$).



- d. Določite odziv na enotino stopnico in sinusni signal ($v_g = \sin(t)$) spodnjega vezja pri ničelnem začetnem stanju, če je izhodni signal $y = v_{izh}$. ($R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 1 \Omega$, $C_1 = 1$ F, $C_2 = 1$ F).



Opis MATLAB funkcij za izračun odzivov LTI sistemov v prostoru stanj:

Odziv linearnega, časovno nespremenljivega (LTI) sistema na enotin impulz s programom MATLAB izračunamo s pomočjo funkcije **impulse**. Za LTI sistem, opisan z enačbama v prostoru stanj:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u},$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u},$$

ima funkcija **impulse** naslednjo obliko:

$$[y, x, t] = \text{impulse}(a, b, c, d, iu, t).$$

a , b , c , d so matrice sistema, iu je skalarna vrednost, s katero povemo, na katerem vhodu bo deloval enotin impulz.

Odziv na enotino stopnico izračuna funkcija **step**, ki ima obliko:

$$[y, x, t] = \text{step}(a, b, c, d, iu, t).$$

Celoten odziv LTI sistema simuliramo s funkcijo **lsim**

$$[y, x] = \text{lsim}(a, b, c, d, u, t, x0),$$

pri čemer je $x0$ vektor, ki vsebuje začetno stanje.

Primer programa MATLAB za analizo sistemov v prostoru stanj:

% Odziv sistema z dvema vhodoma na sinusni signal

clear all

R1 = 2.000; R2 = 1.000; C1 = 1.000; C2 = 1.000; % elementi vezja

tz = 0; tk = 20; dt = 0.1; t=tz:dt:tk; % časovni vektor

u1 = zeros(size(t)); u2 = zeros(size(t)); u1 = sin(t); % vzbujanje
U = [u1; u2]; % vhodni vektor

x01 = 0; x02 = 0; % začetno stanje
X0 = [x01; x02]; % vektor začetnega stanja

a11 = -1/C1*(1/R1+1/R2); a12 = -1/(R1*C1); a21 = -1/(R1*C2); a22 = -1/(R1*C2);
b11 = 1/(R2*C1); b12=0; b21=0; b22=0;
c11 = -1; c12 = -1; c21=0; c22=1;
d11 = 1; d12=0; d21=0; d22=0;

A = [a11, a12; a21, a22]; % osnovna matrika sistema
B = [b11, b12; b21, b22]; % vhodna matrika
C = [c11, c12; c21, c22]; % izhodna matrika
D = [d11, d12; d21, d22]; % vhodno-izhodna matrika

[y,x]=lsim(A,B,C,D,U,t,X0); % ukaz za izračun celotnega odziva

x1 = x(:,1); % x je matrika z dvema stolpcema $x(t,1) = vC1(t)$
x2 = x(:,2); % in $x(t,2) = vC2(t)$

vizh = y(:,1); % y je matrika z dvema stolpcema $y(t,1) = vizh(t)$

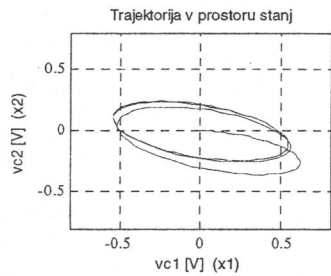
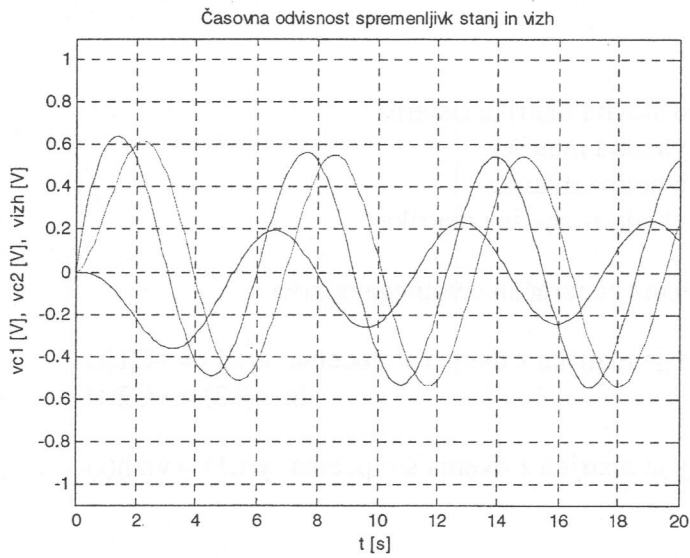
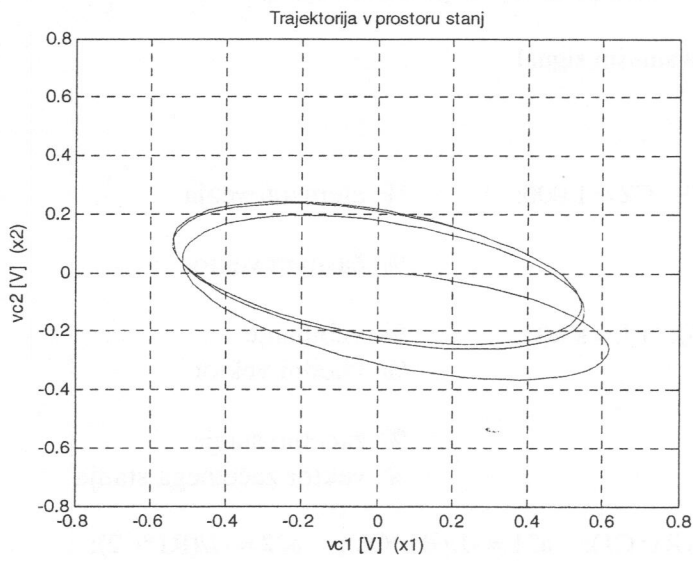
figure
plot(x1, x2); axis([-0.8 0.8 -0.8 0.8]); grid;
xlabel('vc1 [V] (x1)'); ylabel('vc2 [V] (x2)'); title('Trajektorija v prostoru stanj')
pause

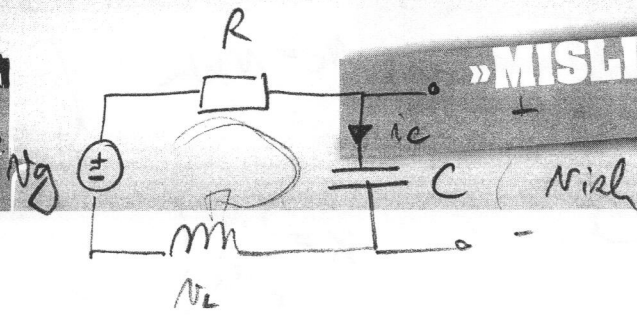
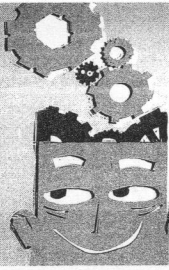
figure
plot(t, x1, 'g', t, x2, 'b', t, vizh, 'r'); axis([tz tk -1.1 1.1]); grid;
xlabel('t [s]'); ylabel('vc1 [V], vc2 [V], vizh [V]');
title('Časovna odvisnost spremenljivk stanj in vizh')
pause

figure
subplot(2,2,1)
plot(x1, x2); axis([-0.8 0.8 -0.8 0.8]); grid;
xlabel('vc1 [V] (x1)'); ylabel('vc2 [V] (x2)'); title('Trajektorija v prostoru stanj')

subplot(2,1,2)
plot(t, x1, 'g', t, x2, 'b', t, vizh, 'r'); axis([tz tk -1.1 1.1]); grid;
xlabel('t [s]'); ylabel('vc1 [V], vc2 [V], vizh [V]');
title('Časovna odvisnost spremenljivk stanj in vizh')

skene
vse ro
stan
kren





»MISLIMO NA TVOJE DELO!«

$$i_c = C \frac{d v_c}{dt}$$

$$v_c = L \cdot \frac{d i_c}{dt}$$

$$i_c \cdot R + v_c + v_L = v_g$$

~~$$\frac{R}{C} \dot{v}_c + v_c + L \dot{i}_c = v_g$$~~

~~$$\frac{R}{C} \dot{v}_c + \dot{v}_c + L \ddot{i}_c = v_g$$~~
~~$$\frac{R}{C} \dot{v}_c + \dot{v}_c + \frac{1}{C} \dot{v}_c = v_g$$~~

$$i_c = \frac{v_c}{C}$$

$$\dot{i}_c = \frac{\dot{v}_c}{C}$$

$$i_c = C \dot{v}_c$$

4.a)

$$L = 1H$$

$$C = 1F$$

$$\xi = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,1 \\ 0,7 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$RC \dot{v}_c + v_c + L \dot{i}_c = v_g$$

$$RC \dot{v}_c + v_c + LC \ddot{v}_c = v_g$$

$$LC \ddot{v}_c + RC \dot{v}_c + v_c = v_g$$

~~$$v_c \quad \xi \omega_n \quad \omega_n^2 = 1$$~~

$$R = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,2 \\ 1,4 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\ddot{v}_c + \frac{R}{L} \dot{v}_c + \frac{1}{LC} v_c = \frac{v_g}{LC}$$

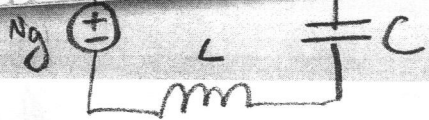
$$2 \xi \omega_n \quad \omega_n^2 \quad \omega_n = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$2\sqrt{\frac{1}{LC}} \xi = \frac{R}{L}$$

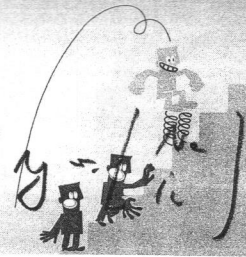
$$R = 2\sqrt{\frac{1}{LC}} \cdot L \xi$$

$$R = 2 \xi$$

»POSKRIBIMO ZA ZAČETEK
TVOJE KARIERNE POTI.«



$$N_c = N_{leh}$$



$$X = \begin{bmatrix} N_c \\ i_L \end{bmatrix}$$

$$i_L = i_c = i_R = C \cdot \frac{dN_c}{dt}$$

$$N_R + N_c + N_L = N_g$$

$$i_L R + N_c + L \frac{di_L}{dt} = N_g$$

~~$$N_R + N_c + N_L = N_g$$~~

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{N_g}{L} - \frac{N_c}{L} - \frac{i_L R}{L}$$

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{i_L R}{L} - \frac{N_c}{L} + \frac{N_g}{L}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} N_c \\ i_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{R}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_c \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} N_g$$

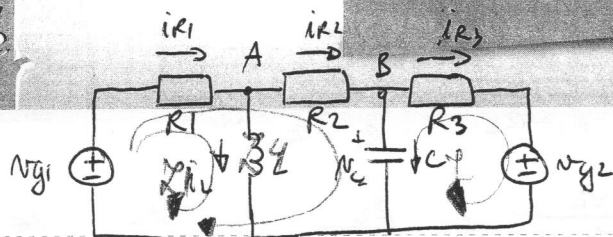
$$A \quad X + B u$$

$$y = X$$

$$C = 1 \quad D = 0$$

»MISLIMO NA
TVOJE DELO!«

4c)



Z1

$$v_{R1} + v_C = v_{g1}$$

$$L \cdot i_L' = v_{g1} - v_{R1}$$

$$L \cdot i_L' = v_{g1} - v_{g1} + v_C + R_2 \left(\frac{v_{g1}}{R_1} - \frac{L}{R_1} i_L' - i_C \right)$$

$$L i_L' = v_C + \frac{R_2}{R_1} v_{g1} - \frac{R_2 L}{R_1} i_L' - R_2 i_C$$

$$i_L' \left(L + \frac{R_2 L}{R_1} \right) = v_C + \frac{R_2}{R_1} v_{g1} - R_2 i_C$$

$$i_L' L \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1} \right) = v_C + \frac{R_2}{R_1} v_{g1} - R_2 i_C$$

$$i_L' = \frac{R_1}{L(R_1 + R_2)} v_C - \frac{R_2 R_1}{L(R_1 + R_2)} i_C + \frac{R_2}{L(R_1 + R_2)} v_{g1}$$

Z4:

$$v_{R1} + v_{R2} + v_C = v_{g1}$$

$$v_{R1} = v_{g1} - v_{R2} - v_C$$

realizacija A:

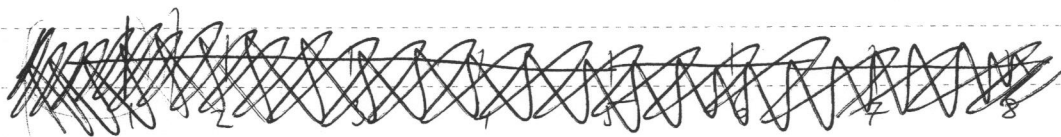
$$i_{R2} + i_C = i_{R1}$$

$$i_{R2} = i_{R1} - i_C$$

$$i_{R2} = \frac{v_{g1}}{R_1} - \frac{L}{R_1} i_L' - i_C$$

$$v_{R1} = v_{g1} - v_C - R_2 \cdot i_{R2}$$

$$v_{R1} = v_{g1} - v_C - R_2 \left(\frac{v_{g1}}{R_1} - \frac{L}{R_1} i_L' - i_C \right)$$



$$C v_C' = i_{R2} - i_{R3}$$

$$C v_C' = i_{R2} - \frac{v_C - v_{g2}}{R_3}$$

$$i_{R2} = i_{R1} - i_C$$

$$C v_C' = i_{R1} - i_C - \frac{v_C}{R_3} + \frac{v_{g2}}{R_3}$$

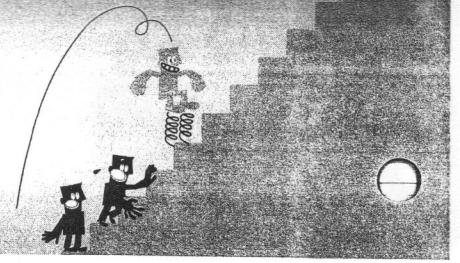
Zanka Z4: $v_{g1} = v_{R1} + v_{R2} + v_C$

$$v_{g1} = R_1 i_{R1} + R_2 i_{R2} + v_C$$

$$v_{g1} = R_1 i_{R1} + R_2 (i_{R1} - i_C) + v_C$$

$$v_{g1} = i_{R1} (R_1 + R_2) - R_2 i_C + v_C$$

»POSKRIBIMO ZA ZAČETEK
TVOJE KARIERNE POTI.«



$$i_{R1} = \frac{N_{g1}}{R_1 + R_2} - \frac{N_C}{R_1 + R_2} + \frac{R_2}{R_1 + R_2} i_L$$

$$N_C' = \frac{N_{g1}}{C(R_1 + R_2)} - \frac{N_C}{C(R_1 + R_2)} + \frac{R_2}{C(R_1 + R_2)} i_L - \frac{i_L}{C} - \frac{N_C}{R_3 C} + \frac{N_{g2}}{R_3 C}$$

$$N_C' = N_C \left(-\frac{1}{CR_3} - \frac{1}{C(R_1 + R_2)} \right) - i_L \frac{R_1}{C(R_1 + R_2)} + \frac{N_{g1}}{C(R_1 + R_2)} + \frac{N_{g2}}{CR_3}$$

$$X = \begin{bmatrix} N_C \\ i_L \end{bmatrix} \quad \dot{X} = AX + B \cdot u$$

$$\begin{bmatrix} \frac{dN_C}{dt} \\ \frac{di_L}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{CR_3} - \frac{1}{C(R_1 + R_2)} & -\frac{1}{C} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \\ \frac{R_1}{L(R_1 + R_2)} & -\frac{R_1 R_2}{L(R_1 + R_2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C(R_1 + R_2)} & \frac{1}{CR_3} \\ \frac{R_2}{L(R_1 + R_2)} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_{g1} \\ N_{g2} \end{bmatrix}$$

$$\underline{y} = X^*$$

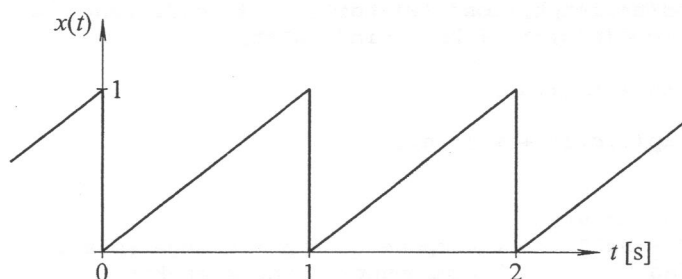
SIGNALI IN SISTEMI LABORATORIJSKE VAJE

5. VAJA: FOURIEROVA ANALIZA SIGNALOV IN LTI SISTEMOV

- a. Priloženi program MATLAB omogoča Fourierovo analizo periodičnih pravokotnih pulzov. Povečajte število harmonskih komponent n_k s 30 na 300 in opazujte Gibbsov fenomen. Preučite vpliv spremembe trajanja pulzov ($\tau_{pk}-\tau_{pz}$) pri dani periodi T in vpliv časovnega premika pulzov na amplitudni in fazni spekter. Trajanje pulzov spremenite s $T/6$ na $T/2$, za časovno premaknitev pri trajanju pulzov $T/6$ pa vzemite $-T/12$, v obeh primerih naj bo $n_k = 30$.

Izračunajte koeficiente a_0 , a_n in b_n žagastega periodičnega signala na sliki in prilagodite program za njegovo analizo.

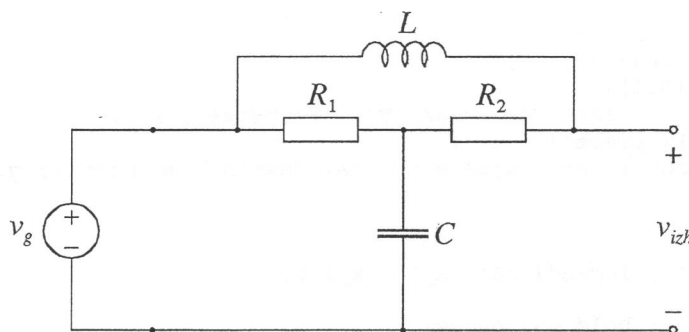
$$a_0 = 0,5 \quad a_n = 0 \quad b_n = -\frac{1}{n\pi}$$



- b. Program MATLAB za računanje odziva RC člena na periodične pravokotne pulze prilagodite za računanje odziva na žagasti periodični signal.

- c. Program MATLAB za računanje odziva s pomočjo FFT in IFFT prilagodite za izračun odziva danega vezja na sestavljeni signal $x(t) = \cos(2t) + 0,3\cos(20t)$. Za vezje morate izračunati impulzni odziv $h(t)$ in ga vpisati na primerno mesto v program.

($R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 1\Omega$, $C = 1\text{F}$, $L = 0,5\text{H}$)



niha
pramo
mito

a. Program MATLAB za Fourierovo analizo periodičnih pravokotnih pulzov

```

% Fourierova analiza
% Signal: PERIODIČNI PRAVOKOTNI PULZI
clear all
close all
A = 1; % amplituda pulzov
T = 2*pi; % osnovna perioda
w1 = 2*pi/T; % osnovna frekvenca
tpz = 0; % začetek obravnavanega pulza
tpk = T/6; % konec obravnavanega pulza
tz = -1; tk = pi; dt = 0.001;
t = tz : dt : tk; % časovni vektor
nk = 30;

% definiranje idealnega poteka obravnavanega pulza
t1 = tz : dt : tpz; xp1 = zeros(size(t1));  $\Delta/T * (t_1 + T)$ 
t2 = tpz : dt : tpk; xp2 = ones(size(t2))*A;  $A/T * t_2$ 
t3 = tpk : dt : tk; xp3 = zeros(size(t3));  $A/T * (t_3 - T)$ 
% časovni in signalni vektor idealnega pulza
tpp = [t1 t2 t3]; xpp = [xp1 xp2 xp3];

a0 = A * (tpk - tpz) / T; % koeficient a0 = c0
a0t = ones(size(t))*a0; % potrebno za pravilen izris na sliki
for n = 1 : 1 : nk
% trigonometrična vrsta
an = A/(n*pi)*(sin(n*w1*tpk)-sin(n*w1*tpz)); % koeficienti an
bn = A/(n*pi)*(-cos(n*w1*tpk)+cos(n*w1*tpz)); % koeficienti bn
xn(:,n) = an * cos(n*w1*t) + bn * sin(n*w1*t);
if n == 1
xp(:,n) = a0 + xn(:,n);
else
xp(:,n) = xp(:,n-1) + xn(:,n);
end

% koeficienti cosinusne vrste
cn(n) = sqrt(an^2 + bn^2); % komponente amplitudnega spektra
fin(n) = -atan(bn/an); % komponente faznega spektra
if (an<0)&(bn<0)
fin(n) = fin(n) + pi;
elseif (an<0)&(bn>0)
fin(n) = fin(n) - pi;
end
end

fig1 = figure(1);
set(fig1, 'Units', 'centimeters', 'Position', [5 1.5 20 15]);
subplot(2,1,1)
plot(t,a0t,'k', t,xn(:,1),'b'); legend('a0','x_1');
axis([tz tk -0.4 0.4])
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman CE', 'FontSize', 10);
xlabel('čas t [s]'); ylabel('a0, x_n(t)');
title('Enosmerna in harmonske komponente Fourierove vrste'); grid on;
hold on

subplot(2,1,2)
plot(tpp,xpp,'r',t,xp(:,1),'b')
axis([tz tk -0.2 A+0.2])
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman CE', 'FontSize', 10);
xlabel('čas t [s]'); ylabel('x(t)');
title('Aproks. pulzov z naraščajočim št. harmonskih komponent'); grid on;
hold on; pause;

subplot(2,1,1)
plot(t, xn(:,3),'g'); legend('a0','x_1','x_3');
subplot(2,1,2)
plot(t, xp(:,3),'g'); hold on; pause;

```

```

subplot(2,1,1)
plot(t, xn(:,5), 'm'); legend('a0', 'x_1', 'x_3', 'x_5');
subplot(2,1,2)
plot(t, xp(:,5), 'm'); hold on; pause;

subplot(2,1,1)
plot(t, xn(:,27), 'c'); legend('a0', 'x_1', 'x_3', 'x_5', 'x_2_7');
subplot(2,1,2)
plot(t, xp(:,27), 'c'); hold off; pause;

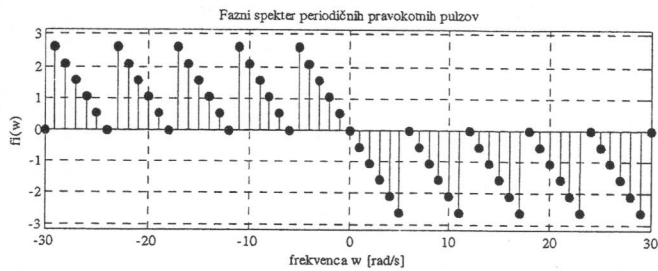
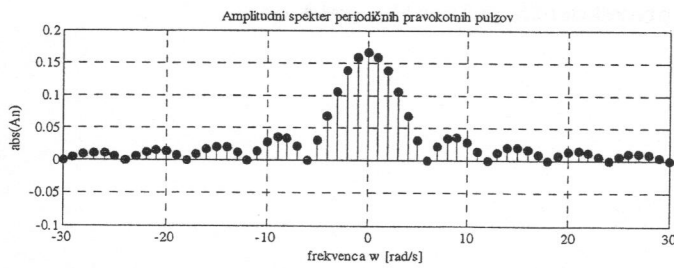
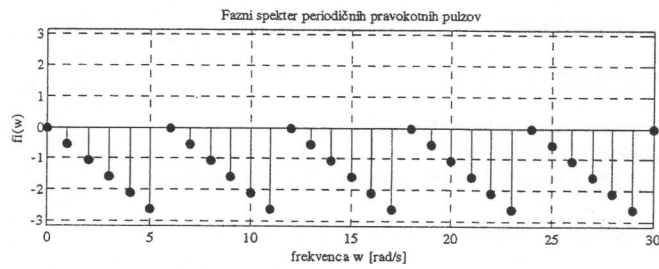
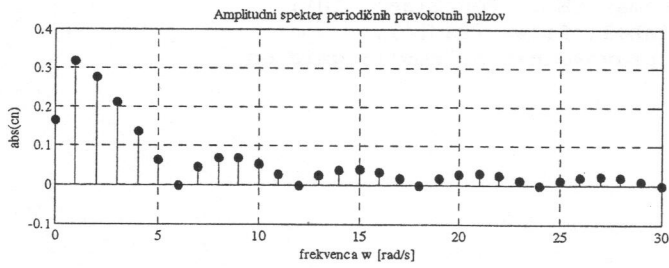
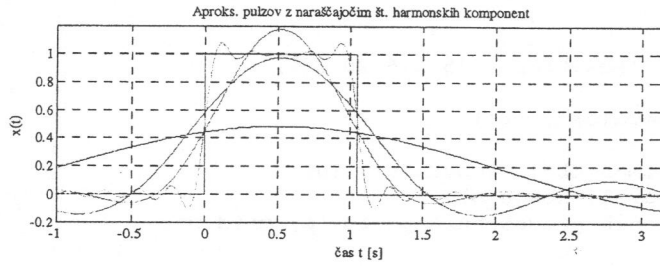
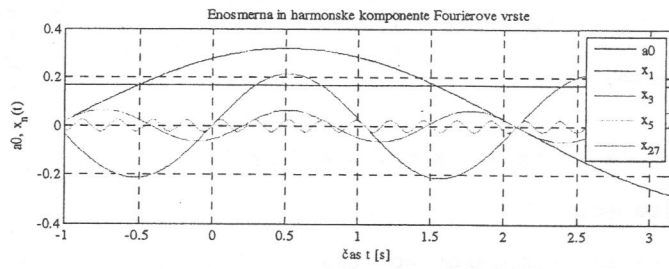
w = [0 : nk] * wl; % izračun frekvenc komponent spektra

fig2 = figure(2);
set(fig2, 'Units', 'centimeters', 'Position', [5 1.5 20 15]);
subplot(2,1,1)
stem(w, [a0 cn], 'ko', 'MarkerFaceColor', 'r')
axis([0 nk*wl -0.1 0.4])
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman CE', 'FontSize', 10);
xlabel('frekvencna w [rad/s]'); ylabel('abs(c_n)');
title('Amplitudni spekter periodičnih pravokotnih pulzov'); grid on;
subplot(2,1,2)
stem(w, [0 fin], 'ko', 'MarkerFaceColor', 'r')
axis([0 nk*wl -pi pi])
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman CE', 'FontSize', 10);
xlabel('frekvencna w [rad/s]'); ylabel('fi(w) [rad]');
title('Fazni spekter periodičnih pravokotnih pulzov'); grid on;
pause

An = cn/2;
Anamp = [fliplr(An) a0 An];
Afin = [-fliplr(fin) 0 fin];
wsim = [-nk:nk]*wl;

fig3 = figure(3);
set(fig3, 'Units', 'centimeters', 'Position', [5 1.5 20 15]);
subplot(2,1,1)
stem(wsim, Anamp, 'ko', 'MarkerFaceColor', 'g')
axis([-nk*wl nk*wl -0.1 0.2])
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman CE', 'FontSize', 10);
xlabel('frekvencna w [rad/s]'); ylabel('abs(A_n)');
title('Amplitudni spekter periodičnih pravokotnih pulzov'); grid on;
subplot(2,1,2)
stem(wsim, Afin, 'ko', 'MarkerFaceColor', 'g')
axis([-nk*wl nk*wl -pi pi])
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman CE', 'FontSize', 10);
xlabel('frekvencna w [rad/s]'); ylabel('fi(w) [rad]');
title('Fazni spekter periodičnih pravokotnih pulzov'); grid on;

```



b. Program MATLAB za računanje odziva sistema na periodične pravokotne pulze

```

% Fourierova analiza
% Odziv na PERIODIČNE PRAVOKOTNE PULZE
clear all
close all
A = 1;           % amplituda pulzov
T = 2*pi;       % osnovna perioda
w1 = 2*pi/T;    % osnovna frekvenca
tpz = 0;        % začetek obravnavanega pulza
tpk = T/6;      % konec obravnavanega pulza
tz = -1; tk = 3*pi; dt = 0.001;
t = tz : dt : tk; % časovni vektor
nk = 30;

% definiranje idealnega poteka obravnavanega pulza
t1 = tz : dt : tpz; xp1 = zeros(size(t1));
t2 = tpz : dt : tpk; xp2 = ones(size(t2))*A;
t3 = tpk : dt : tpz+T; xp3 = zeros(size(t3));
t4 = tpz+T : dt : tpk+T; xp4 = ones(size(t4))*A;
t5 = tpk+T : dt : tk; xp5 = zeros(size(t5));
% časovni in signalni vektor idealnega pulza
tpp = [t1 t2 t3 t4 t5]; xpp = [xp1 xp2 xp3 xp4 xp5];

a0 = A * (tpk - tpz) / T; % koeficient a0 = c0
a0t = ones(size(t))*a0;

C = 1; R = 1; % elementi vezja
H0 = 1; % vrednost prevajalne funkcije pri n = 0 oz. w = 0

for n = 1 : 1 : nk
% trigonometrična vrsta
an = A/(n*pi)*(sin(n*w1*tpk)-sin(n*w1*tpz)); % koeficienti an
bn = A/(n*pi)*(-cos(n*w1*tpk)+cos(n*w1*tpz)); % koeficienti bn
xn(:,n) = an * cos(n*w1*t) + bn * sin(n*w1*t);
if n == 1
xp(:,n) = a0 + xn(:,n);
else
xp(:,n) = xp(:,n-1) + xn(:,n);
end

% koeficienti cosinusne vrste
cn(n) = sqrt(an^2 + bn^2); % komponente amplitudnega spektra
fin(n) = -atan(bn/an); % komponente faznega spektra
if (an<0)&(bn<0)
fin(n) = fin(n) + pi;
elseif (an<0)&(bn>0)
fin(n) = fin(n) - pi;
end

% izračun odziva RC člena
Hn = 1/(1+j*n*w1*R*C);
Hnabs = abs(Hn); Hntheta = angle(Hn);
vizhn(:,n) = Hnabs*cn(n)*cos(n*w1*t+fin(n)+Hntheta);
if n == 1
vizh(:,n) = H0*a0 + vizhn(:,n);
else
vizh(:,n) = vizh(:,n-1) + vizhn(:,n);
end
end

fig1 = figure(1);
set(fig1, 'Units', 'centimeters', 'Position', [2 1.5 30 15]);
plot(tpp,xpp,'r', t, xp(:,nk),'g',t,vizh(:,nk),'k'); hold off;
axis([tz tk -0.2 A+0.2])
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman CE', 'FontSize', 10);
xlabel('čas t [s]'); ylabel('x(t), viz(t)');
title('Pulzno vzbujanje in odziv RC člena'); grid on;

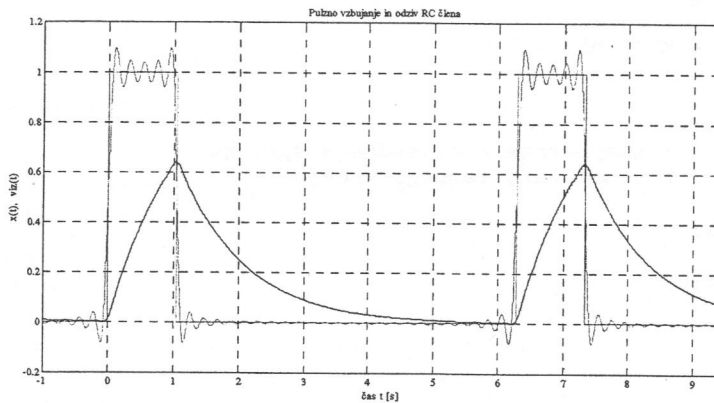
```

```
pause
```

```
w = [0 : nk] * wl; % izračun frekvenc komponent spektra
```

```
fig2 = figure(2);  
set(fig2, 'Units', 'centimeters', 'Position', [1 2 15.5 14]);  
subplot(2,1,1)  
stem(w, [a0 cn], 'ko', 'MarkerFaceColor', 'r')  
axis([0 nk*wl -0.1 0.4])  
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman CE', 'FontSize', 10);  
xlabel('frekvenco w [rad/s]'); ylabel('abs(cn)');  
title('Amplitudni spekter periodičnih pravokotnih pulzov'); grid on;  
subplot(2,1,2)  
stem(w, [0 fin], 'ko', 'MarkerFaceColor', 'r')  
axis([0 nk*wl -pi pi])  
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman CE', 'FontSize', 10);  
xlabel('frekvenco w [rad/s]'); ylabel('fi(w)');  
title('Fazni spekter periodičnih pravokotnih pulzov'); grid on;  
pause
```

```
fig3 = figure(3);  
set(fig3, 'Units', 'centimeters', 'Position', [17.5 2 15.5 14]);  
subplot(2,1,1)  
stem(w, [H0*a0 Hnabs*cn], 'ko', 'MarkerFaceColor', 'r')  
axis([0 nk*wl -0.01 0.05])  
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman CE', 'FontSize', 10);  
xlabel('frekvenco w [rad/s]'); ylabel('abs(vizhn)');  
title('Amplitudni spekter odziva'); grid on;  
subplot(2,1,2)  
stem(w, [0 fin+Hntheta], 'ko', 'MarkerFaceColor', 'r')  
axis([0 nk*wl -pi-1 1])  
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman CE', 'FontSize', 10);  
xlabel('frekvenco w [rad/s]'); ylabel('fi(w)+theta(w)');  
title('Fazni spekter odziva'); grid on;
```



c. Program MATLAB za računanje odziva s pomočjo FFT in IFFT

```

% Diskretna Fourierova transformacija
% Računanje odziva s FFT in IFFT
clear all
close all
N = 128;
T0 = 2*pi; T = T0;
Ts = T/N;
n = [0 : N-1]';
t = n * Ts;

t1 = 0 : Ts : 21*Ts;      xp1 = ones(size(t1));
t2 = 21*Ts : Ts : 5*N/6*Ts; xp2 = zeros(size(t2));
t3 = 5*N/6*Ts : Ts : T;  xp3 = zeros(size(t3));
% t = [t1 t2 t3];      x = [xp1 xp2 xp3]; % pravokotni pulz

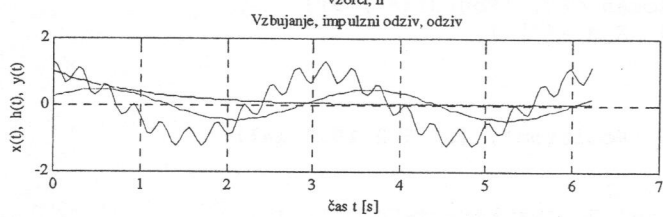
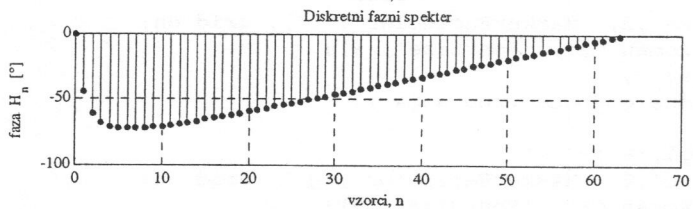
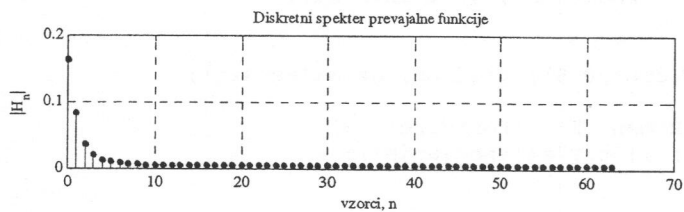
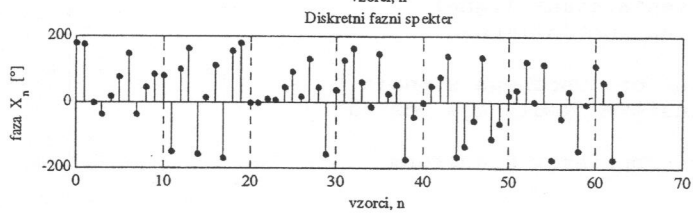
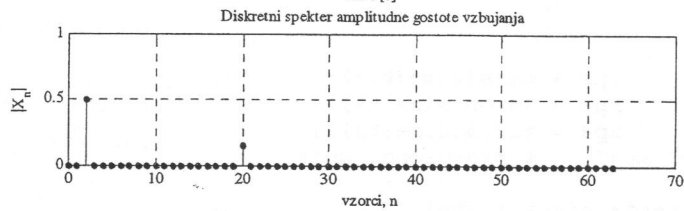
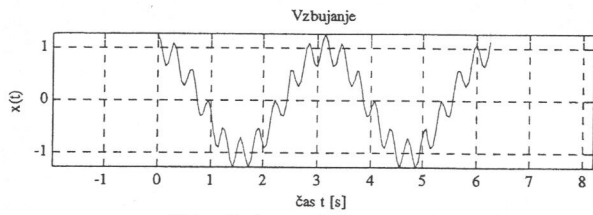
x = cos(2*t)+0.3*cos(20*t); % sestavljeni signal
h = exp(-t); % odziv sistema na enotin impulz

X = fft(x)/N; % Fourierov transform vhodnega signala
H = fft(h)/N; % Fourierov transform impulznega odziva
Y = H.*X; % konvolucija
y = real(ifft(Y)*N*T); % inverzni Fourierov transform

% Grafični prikaz rezultatov
fig1 = figure(1);
set(fig1, 'Units', 'centimeters', 'Position', [1 2 15.5 14]);
k = [0:N/2-1]';
subplot(3,1,1);
p = plot(t,x,'b'); set(p, 'LineWidth',0.5); grid on; axis('equal');
%axis([0 8 -0.1 1.1]);
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman CE', 'FontSize', 9);
xlabel('čas t [s]'); ylabel('x(t)'); title('Vzbujanje');
subplot(3,1,2);
p = stem(k, abs(X(1:N/2)),'k');
set(p, 'LineWidth',0.5,'MarkerSize',2, 'MarkerFaceColor','r'); grid on;
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman CE', 'FontSize', 9);
xlabel('vzorci, n'); ylabel('|X_n|');
title('Diskretni spekter amplitudne gostote vzbujanja');
subplot(3,1,3);
p = stem(k, angle(X(1:N/2))*180/pi,'k');
set(p, 'Linewidth',0.5,'MarkerSize',2, 'MarkerFaceColor','g'); grid on;
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman CE', 'FontSize', 9);
xlabel('vzorci, n'); ylabel('faza X_n [°]');
title('Diskretni fazni spekter');

fig2 = figure(2);
set(fig2, 'Units', 'centimeters', 'Position', [17.5 2 15.5 14]);
subplot(3,1,1);
p = stem(k, H(1:N/2), 'ko');
set(p, 'LineWidth',0.5, 'MarkerSize',2, 'MarkerFaceColor','r');
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman CE', 'FontSize', 9);
xlabel('vzorci, n'); ylabel('|H_n|'); grid on;
title('Diskretni spekter prevajalne funkcije');
subplot(3,1,2);
p = stem(k, angle(H(1:N/2))*180/pi,'k');
set(p, 'Linewidth',0.5,'MarkerSize',2, 'MarkerFaceColor','g'); grid on;
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman CE', 'FontSize', 9);
xlabel('vzorci, n'); ylabel('faza H_n [°]');
title('Diskretni fazni spekter');
subplot(3,1,3);
plot(t, x, t, h, t, y);
%axis([0 2*pi -0.1 1.1]);
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman CE', 'FontSize', 9);
xlabel('čas t [s]'); ylabel('x(t), h(t), y(t)'); grid on;
title('Vzbujanje, impulzni odziv, odziv');

```



Numerično računanje Fourierovega transformata

Pri numeričnem računanju Fourierovega transformata moramo najprej omejiti neskončni interval, na katerem opazujemo funkcijo $f(t)$. Na omejenem intervalu nato izračunamo iz diskretnih vzorcev funkcije toliko diskretnih vrednosti transformata, da dovolj podrobno opišemo spekter $F(j\omega)$ sicer zvezne frekvence.

Vzemimo, da je $f(t)$ pomembna samo na intervalu $(0, T)$, drugod pa je zanemarljiva, naj bo nič. Fourierov transform je tedaj:

$$F(j\omega) = \int_0^T f(t)e^{-j\omega t} dt.$$

Interval $(0, T)$ razdelimo na M enakih delov Δt in izračunajmo približke transformata pri diskretnih frekvencah $\omega = n\Omega$ na osnovi M vzorcev funkcije $f(m\Delta t)$. Dobimo:

$$F(jn\Omega) \cong F_D(jn\Omega) = \frac{T}{M} \sum_{m=0}^{M-1} f(m\Delta t)e^{-jn\Omega mT/M}.$$

Primerjajmo ta rezultat z numerično aproksimiranimi koeficienti Fourierove eksponentne vrste:

$$A_{Dn} = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} f(m\Delta t)e^{-jmn2\pi/M}.$$

Očitna je velika podobnost obeh izrazov. Če izberemo za frekvenčni razmik med vzorci spektra $\Omega = 2\pi / T = \omega_1$, dobimo:

$$F_D(jn\omega_1) = \frac{T}{M} \sum_{m=0}^{M-1} f(m\Delta t)e^{-jmn2\pi/M}.$$

A_{Dn} in $F_D(jn\omega_1)$ se pri izbranem n razlikujeta le še za multiplikativno konstanto T . Zapišemo lahko:

$$F(jn\omega_1) \cong F_D(jn\omega_1) = TA_{Dn}.$$

Izračun diskretnih vrednosti Fourierovega transformata $F(jn\omega_1)$ smo s to aproksimacijo reducirali na numerično obravnavo periodične funkcije, ki se na intervalu ene periode T ujema s $f(t)$. Na tem intervalu je funkcija diskretizirana, podana z M ekvidistančnimi vzorci. Diskretni spekter take vzorčene funkcije je periodičen s periodo M , zato je aproksimacija smiselna samo do $|n| \leq M/2$.

Podobno lahko na osnovi M vzorcev spektra $F(j\omega)$ numerično aproksimiramo tudi integral pri inverznem Fourierovem transformu in naredimo numerično aproksimacijo časovne funkcije $f(t)$. Inverzni Fourierov integral da realno funkcijo, približek pa seveda ne. Zato za približek časovne funkcije $f(t)$ vzamemo samo njen realni del:

$$f(t) \cong f_D(t) = \text{Re} \left[\frac{1}{T} \sum_{n=-M/2}^{M/2} F_D(jn\frac{2\pi}{T}) e^{jn2\pi t/T} \right].$$

Diskretni Fourierov transform

Transform $F_D(jn\omega_1)$ se le za multiplikativno konstanto razlikuje od diskretnega Fourierovega transformata $F[n]$, ki je definiran kot:

$$F[n] = \sum_{m=0}^{M-1} f[m] e^{-jmn2\pi/M}, \quad n = 0, 1, \dots, M-1$$

in ki M diskretnih vrednosti $f[m]$ preslika v M diskretnih vrednosti $F[n]$.

Vzemimo za diskretno funkcijo $f[m]$ vzorce skalirane časovne funkcije $f(t)$:

$$f[m] = \frac{T}{M} f(m\Delta t).$$

Za iskane diskretne vrednosti Fourierovega transformata $F(jn\omega_1)$ pa velja zveza:

$$F(jn\omega_1) \cong F[n], \quad n = 0, 1, \dots, M/2, \quad \omega_1 = \frac{2\pi}{T}.$$

Računanje nakazanih vsot je tudi za računalnik zamudno opravilo, zato se pri numerični analizi za računanje diskretnega Fourierovega transformata uporablja poseben algoritem, ki se imenuje hitra Fourierova transformacija s kratico FFT (Fast Fourier Transform) in omogoča bistveno hitrejše računanje.

Iz diskretnega Fourierovega transformata lahko z obratno transformacijo izračunamo vrednosti pripadajoče funkcije $f[m]$. Diskretni inverzni Fourierov transform je definiran kot:

$$f[m] = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} F[n] e^{jmn2\pi/M}, \quad m = 0, 1, \dots, M-1.$$

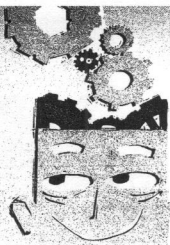
Diskretna Fourierov in inverzni Fourierov transform sta par, transformacija med njima je enoveljavna. Pri analizi diskretnih spremenljivk omogočata zato enoveljavno preslikavo iz časovnega v frekvenčni prostor in nazaj.

Tudi diskretni inverzni Fourierov transform numerično učinkovito računamo s pomočjo algoritma, ki se imenuje inverzni hitri transform ali IFFT (Inverse Fast Fourier Transform). Iskane diskretne vrednosti časovne funkcije $f(m\Delta t)$ s skaliranjem:

$$f(m\Delta t) = \frac{M}{T} f[m], \quad m = 0, 1, \dots, M-1, \quad \Delta t = \frac{T}{M}.$$

Algoritem FFT lahko uporabimo tudi za računanje spektrov pravih periodičnih funkcij, saj za koeficiente eksponentne vrste velja:

$$A_n \cong \frac{1}{T} F[n], \quad |n| \leq \frac{M}{2}.$$



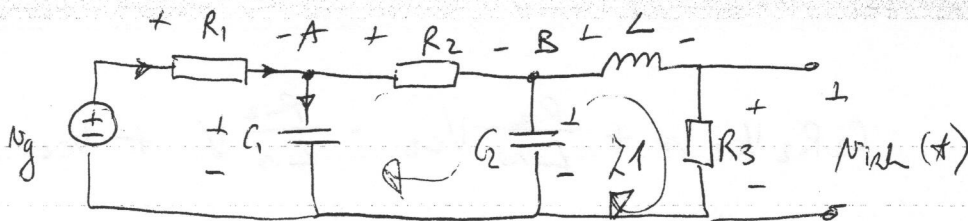
$$\frac{d}{dt} = \lambda$$

$$i_{R2} = C_2 \lambda V_{C2}$$

$$V_L = L \frac{di_L}{dt}$$

$$i_L = \frac{1}{L} \int V_L dt$$

G.a naja



voltaže A:

$$i_{R1} = i_{C1} - i_{R2}$$

voltaže B:

$$i_{R2} = i_{C2} + i_L$$

λ :

$$i_{R2} = C_2 V_{C2} \lambda + \frac{1}{L} \int (V_{C2} - V_{isk}) dt$$

$$i_{R2} = C_2 V_{C2} \lambda + \frac{V_{C2}}{L} - \frac{1}{L} V_{isk}$$

~~#~~

$$\frac{V_g - V_{C1}}{R_1} = C_1 V_{C1} \lambda - C_2 V_{C2} \lambda + \frac{V_{C2}}{L} - \frac{1}{L} V_{isk}$$

$$\frac{1}{L} (V_{C2} - V_{isk}) + \frac{V_{isk}}{R_3} = V_{C2}$$

$$\frac{V_{C2}}{L} - \frac{V_{isk}}{L} + \frac{V_{isk}}{R_3} = V_{C2}$$

$$V_{isk} \left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{L} \right) = V_{C2} \left(1 - \frac{1}{L} \right)$$

$$V_{isk} \left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{L} \right) = V_{C2} \left(1 - \frac{1}{L} \right)$$

$$V_{isk} \frac{\left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{L} \right)}{1 - \frac{1}{L}} = V_{C2}$$

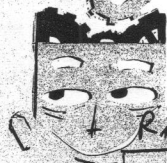
$$V_{isk} = \frac{L - R_3}{R_3 L - 1} V_{C2}$$



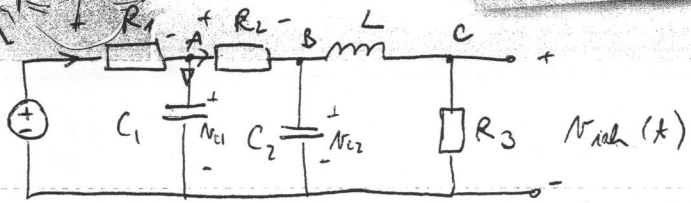
$$C_2 R_2 V_{c2} \approx + \frac{R_2}{L_{\Delta}} V_{c2} - \frac{R_2}{L_{\Delta}} V + V_{c2} = V_{c1}$$

$$V_{c2} \left(C_2 R_2 \approx + \frac{R_2}{L_{\Delta}} + 1 \right) - \frac{R_2}{L_{\Delta}} V = V_{c1}$$

$$i = C \cdot \frac{dV_{oc}}{dt}$$



INŽENIRING NA
FACULTETA INŽENIRINGA



$$R_1 = 1 \Omega \quad C_1 = 0,25 F$$

$$R_2 = 2 \Omega \quad C_2 = 0,5 F$$

$$R_3 = 1 \Omega \quad L = 0,5 H$$

$$H(s) = \frac{V_{isk}}{V_g} = ?$$

6. a

A) $i_{R1} = i_{C1} + i_{R2}$

$$\frac{V_g - V_{C1}}{R_1} - \frac{V_{C1} - V_{C2}}{R_2} - V_{C1} C_1 s = 0$$

B) $i_{R2} - i_{C2} - i_{R3} = 0$

$$\frac{V_{C1} - V_{C2}}{R_2} - C_2 s V_{C2} - \frac{V_{C2} - V_{isk}}{L s} = 0$$

C) $\frac{V_{C2} - V_{isk}}{L s} - \frac{V_{isk}}{R_3} = 0$

$$\frac{V_{C2}}{L s} - \frac{V_{isk}}{L s} - \frac{V_{isk}}{R_3} = 0$$

$$V_{C2} = V_{isk} \left(\frac{L s}{R_3} + \frac{V_{isk}}{R_3} \right) \cdot L s$$

$$V_{C2} = V_{isk} \left(1 + \frac{L s}{R_3} \right) = V_{isk} \left(1 + \frac{1}{2} s \right)$$

$$\frac{V_{C1}}{R_2} - \frac{V_{C2}}{R_2} = C_2 s V_{C2} + \frac{V_{C2}}{L s} - \frac{V_{isk}}{L s}$$

$$\frac{V_{C1}}{R_2} = V_{C2} \left(\frac{1}{R_2} + C_2 s + \frac{1}{L s} \right) - \frac{V_{isk}}{L s} \quad | \cdot R_2$$

$$V_{C1} = V_{C2} \left(1 + R_2 C_2 s + \frac{R_2}{L s} \right) - \frac{R_2}{L s} V_{isk}$$

$$V_{C1} = V_{isk} \left(1 + \frac{L s}{R_3} \right) \left(1 + R_2 C_2 s + \frac{R_2}{L s} \right) - \frac{R_2}{L s} V_{isk}$$

$$V_{C1} = V_{isk} \left(1 + R_2 C_2 s + \frac{L s}{R_3} + \frac{L s^2 R_2 C_2}{R_3} + \frac{R_2}{R_3} \right) - \frac{R_2}{L s} V_{isk}$$

$$V_{C1} = V_{isk} \left(1 + R_2 C_2 s + \frac{L s}{R_3} + \frac{L s^2 R_2 C_2}{R_3} + \frac{R_2}{R_3} \right)$$

e-nostavna rešitev

031 841 841, 040 642 264, 041 31 41 51, 041 200 500, www.studentski-servis.com

$$V_{C1} = V_{isk} \left(1 + s + \frac{1}{2} s + \frac{1}{5} s^2 + 2 \right) = V_{isk} \left(\frac{1}{2} s^2 + \frac{3}{2} s + 3 \right)$$





$$\frac{V_g - V_{c1}}{R_1} - \frac{V_{c1} - V_{c2}}{R_2} - V_{c1} \cdot C_1 s = 0$$

$$\frac{V_g}{R_1} - \frac{V_{c1}}{R_1} - \frac{V_{c1}}{R_2} + \frac{V_{c2}}{R_2} - V_{c1} C_1 s = 0$$

$$\frac{V_g}{R_1} - V_{c1} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + C_1 s \right) - \frac{V_{c2}}{R_2} \cdot R_1 \quad \frac{2}{2} \cdot 3$$

$$V_g = V_{c1} \left(1 + \frac{R_1}{R_2} + R_1 C_1 s \right) - V_{c2} \frac{R_1}{R_2} \quad \frac{6}{2} + \frac{3}{2}$$

$$V_g = V_{c1} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} s \right) - V_{c2} \frac{1}{2}$$

$$V_g = V_{c1} \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4} s \right) - V_{c2} \frac{1}{2}$$

$$V_g = V_{in} h \left(\frac{1}{2} s^2 + \frac{3}{2} s + 3 \right) \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4} s \right) - \frac{1}{2} V_{in} h \left(1 + \frac{1}{2} s \right) / 4$$

$$4V_g = V_{in} h \left(s^2 + 3s + 6 \right) \left(3 + \frac{1}{2} s \right) - V_{in} h \left(2 + s \right)$$

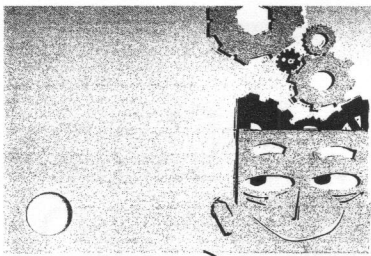
$$4V_g = V_{in} h \left(3s^2 + 9s + 18 + \frac{1}{2} s^3 + \frac{3}{2} s^2 + 3s - 2 - s \right)$$

$$4V_g = V_{in} h \left(\frac{1}{2} s^3 + \frac{9}{2} s^2 + 11s + 16 \right) / 4$$

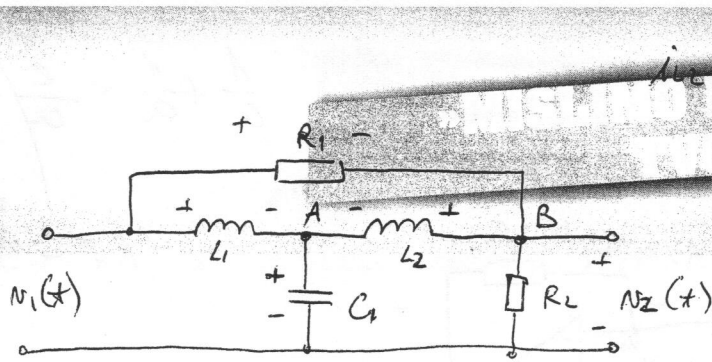
$$V_g = V_{in} h \left(\frac{1}{8} s^3 + \frac{9}{8} s^2 + \frac{11}{4} s + 4 \right)$$

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_g} = \frac{1}{\frac{1}{8} s^3 + \frac{9}{8} s^2 + \frac{11}{4} s + 4}$$

$$H(s) = \frac{8}{s^3 + 9s^2 + 22s + 32}$$



G.6)



A) $i_{L1} + i_{L2} = i_{C1}$

$i_{L1} + i_{L2} - i_{C1} = 0$

$\frac{V_{L1}}{L1s} + \frac{V_{L2}}{L2s} - V_{C1} C1s = 0$

$\frac{V1 - Vc}{L1s} + \frac{V2 - Vc}{L2s} - Vc C1s = 0$

$\frac{V1}{L1s} - \frac{Vc}{L1s} + \frac{V2}{L2s} - \frac{Vc}{L2s} - Vc C1s = 0$

B) $i_{R1} - i_{L2} - i_{R2} = 0$

$\frac{V1 - V2}{R1} - \frac{V_{L2}}{L2s} - \frac{V2}{R2} = 0$

$\frac{V1 - V2}{R1} - \frac{V2 - Vc}{L2s} - \frac{V2}{R2} = 0$

$\frac{V1}{R1} - \frac{V2}{R1} - \frac{V2}{L2s} + \frac{Vc}{L2s} - \frac{V2}{R2} = 0$

$\frac{V1}{L1s} + \frac{V2}{L2s} = Vc \left(\frac{1}{L1s} + \frac{1}{L2s} + C1s \right) \cdot s$

$\frac{Vc}{L2s} = \frac{V2}{R2} + \frac{V2}{L2s} + \frac{V2}{R1} - \frac{V1}{R1}$

$\frac{V1}{L1} + \frac{V2}{L2} = Vc \left(\frac{1}{L1} + \frac{1}{L2} + C1s^2 \right)$

$\frac{Vc}{L2s} = V2 \left(\frac{1}{R2} + \frac{1}{L2s} + \frac{1}{R1} \right) - V1 \frac{1}{R1}$

$2V1 + 2V2 = Vc \left(2 + 2 + \frac{1}{4}s^2 \right)$

$Vc = V2 \left(\frac{L2s}{R2} + 1 + \frac{L2}{R1} \right) - V1 \frac{L2}{R1}$

$2V1 + 2V2 = Vc \left(4 + \frac{1}{4}s^2 \right)$

$2V1 + 2V2 = \left(V2 \left(\frac{3}{4}s + 1 \right) - V1 \frac{1}{2}s \right) \left(4 + \frac{1}{4}s^2 \right)$

$Vc = V2 \left(\frac{1}{4}s + 1 + \frac{1}{2}s \right) - V1 \frac{1}{2}s$

$Vc = V2 \left(\frac{3}{4}s + 1 \right) - V1 \frac{1}{2}s$

$2V1 + 2V2 = V2 (3s + 4) - 2sV1 + V2 \left(\frac{3}{16}s^3 + \frac{1}{4}s^2 \right) - V1 \frac{1}{8}s^3$

$2V1 + 2V2 = 3sV2 + 4V2 - 2sV1 + V2 \frac{3}{16}s^3 + V2 \frac{1}{4}s^2 - V1 \frac{1}{8}s^3$

$2V1 + 2sV1 + V1 \frac{1}{8}s^3 = -2V2 + 3sV2 + 4V2 + \frac{3}{16}V2s^3 + V2 \frac{1}{4}s^2$

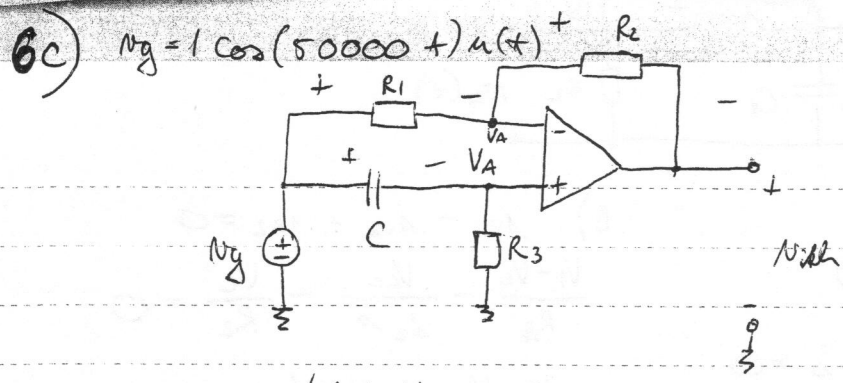
$V1 \left(\frac{1}{8}s^3 + 2s + 2 \right) = V2 \left(-2 + 3s + 4 + \frac{3}{16}s^3 + \frac{1}{4}s^2 \right)$

$\frac{V2}{V1} = \frac{\frac{1}{8}s^3 + 2s + 2}{\frac{3}{16}s^3 + \frac{1}{4}s^2 + 3s + 2} \cdot 8$

$\frac{V2}{V1} = \frac{s^3 + 16s + 16}{\frac{3}{2}s^3 + 2s^2 + 24s + 16}$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a} = \frac{2}{a}$$

$$i_c = C \cdot \frac{dV_A}{dt}$$



~~$v_g = v_A + v_2 + v_{izh}$~~

$$i_1 = i_2$$

$$\frac{v_g - v_A}{R_1} = \frac{v_A - v_{izh}}{R_2}$$

$$i_c = i_{R3}$$

$$C_x (v_g - v_A) = \frac{v_A}{R_3}$$

$$C_x v_g - C_x v_A = \frac{v_A}{R_3}$$

$$\frac{v_g}{R_1} - \frac{v_A}{R_1} = \frac{v_A}{R_2} - \frac{v_{izh}}{R_2}$$

$$C_x v_g = v_A \left(C_x + \frac{1}{R_3} \right)$$

$$\frac{v_g}{R_1} - v_A \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = - \frac{v_{izh}}{R_2}$$

$$v_A = \frac{C_x v_g}{C_x + \frac{1}{R_3}}$$

$$v_g \left(\frac{1}{R_1} - \frac{C_x}{C_x + \frac{1}{R_3}} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right) = - \frac{v_{izh}}{R_2} - v_A = v_g \frac{C_x}{C_x + \frac{1}{R_3}}$$

$$\frac{v_{izh}}{v_g} = -R_2 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{C_x}{C_x + \frac{1}{R_3}} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right)$$

$$\frac{v_{izh}}{v_g} = -R_2 \left(1 - \frac{C_x}{C_x + \frac{1}{R_3}} \cdot 2 \right)$$

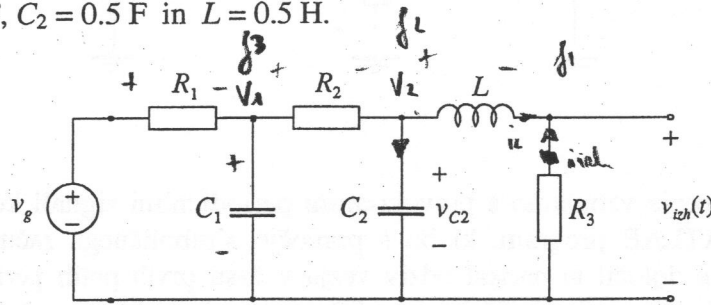
$$\frac{v_{izh}}{v_g} = \frac{2 C_x}{C_x + \frac{1}{R_3}} - 1 = \frac{2 C_x - C_x - \frac{1}{R_3}}{C_x + \frac{1}{R_3}}$$

$$\frac{v_{izh}}{v_g} = \frac{C_x - \frac{1}{R_3}}{C_x + \frac{1}{R_3}}$$

SIGNALI IN SISTEMI
LABORATORIJSKE VAJE

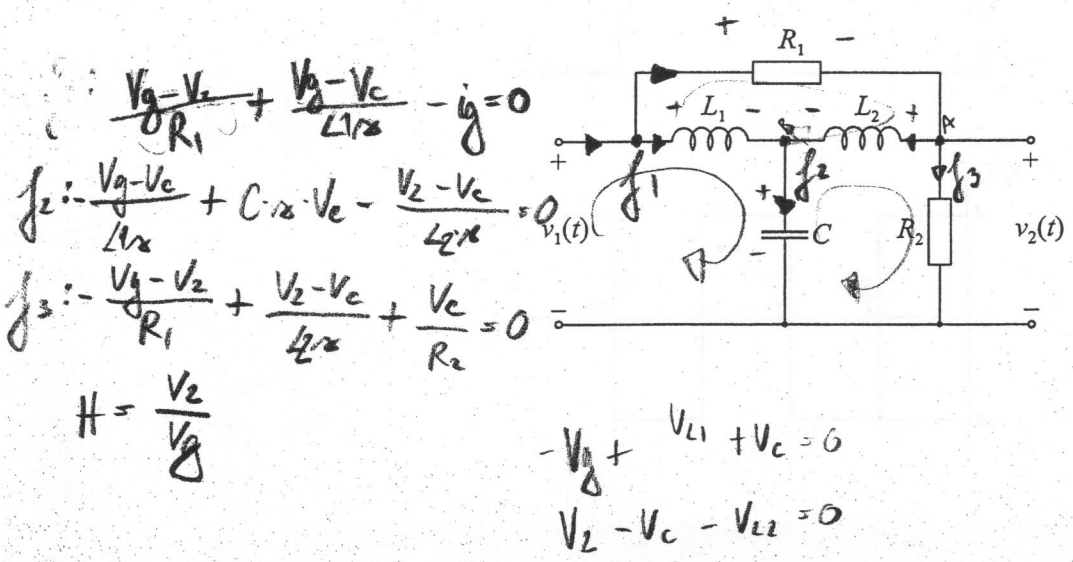
6. VAJA: LAPLACEOVA TRANSFORMACIJA

- a. Napišite MATLAB program, ki bo za dano vezje izračunal in izrisal časovni odziv na enotino stopnico pri ničelnem začetnem stanju. Pri pisanju programa izhajajte iz prevajalne funkcije $H(s) = V_{izh}(s)/V_g(s)$ vezja. Program zasnujte tako, da bo poleg izrisa časovnega odziva, izpisal tudi residueume in pole Laplaceovega transforma izhoda. Elementi vezja imajo naslednje vrednosti: $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 1 \Omega$, $C_1 = 0.25 F$, $C_2 = 0.5 F$ in $L = 0.5 H$.



$f_1 = (V_2 - V_{izh}) / (L \cdot s) - V_{izh} / R_3$
 $f_2 = \dots$
 $A = \text{Schur}(f_1, f_2, \dots)$, 'splošni del'
 $A = A \cdot H \cdot R$ spr. hi je realno
 $[b, a] = \text{numden}(A \cdot H)$

- b. Izračunajte prevajalno funkcijo $H(s) = V_2(s)/V_1(s)$ danega premoščenege T-mostičnega vezja, zaključenege z bremenskim uporom R_2 . Napišite MATLAB program, ki bo izračunal in izrisal časovni odziv na enotino stopnico pri ničelnem začetnem stanju. Program zasnujte tako, da bo poleg izrisa časovnega odziva, izpisal tudi residueume in pole Laplaceovega transforma izhoda. Elementi vezja imajo naslednje vrednosti: $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $L_1 = 0,5 H$, $L_2 = 0,5 H$, $C = 0.25 F$.

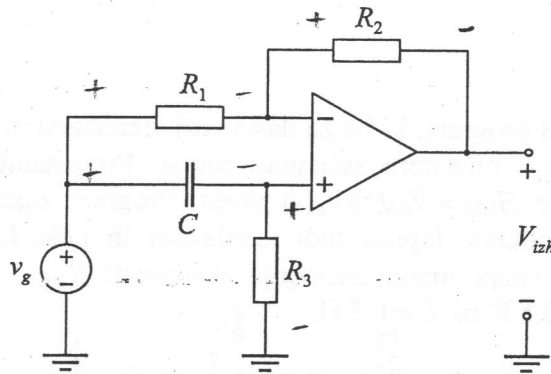


$V_L = L \cdot \dot{I}_L$
 $I = \frac{V_C}{L \cdot s}$
 $I_C = C \cdot \dot{V}_C$

$\frac{V_g - V_2}{R_1} + \frac{V_g - V_C}{L_1 \cdot s} - i_1 = 0$
 $f_2: \frac{V_g - V_C}{L_1 \cdot s} + C \cdot \dot{V}_C - \frac{V_2 - V_C}{L_2 \cdot s} = 0$
 $f_3: -\frac{V_g - V_2}{R_1} + \frac{V_2 - V_C}{L_2 \cdot s} + \frac{V_C}{R_2} = 0$
 $H = \frac{V_2}{V_g}$

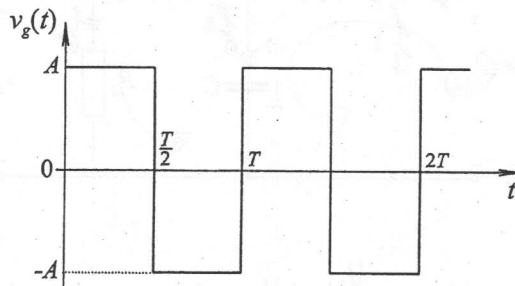
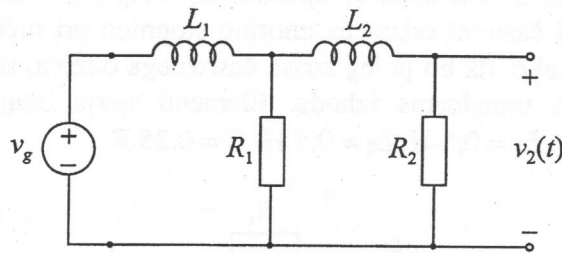
$-V_g + V_{L1} + V_C = 0$
 $V_2 - V_C - V_{L2} = 0$

- c. Dano vezje z idealnim operacijskim ojačevalnikom vzbuja s signalom $v_g = 1 \cos(50000t) \text{ u(t) V}$. Napišite MATLAB program, ki bo s pomočjo simboličnega računanja Laplaceove transformacije določil in narisal odziv vezja v času prvih treh period po priključitvi generatorja pri ničelnem začetnem stanju. Nato predpostavite, da je upor R_3 spremenljiv in določite njegovo vrednost, pri kateri bo v ustaljenem stanju izhodni signal prehiteval vhodnega za 120° . ($R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 50 \text{ k}\Omega$, $C = 400 \text{ pF}$).



*filter
lahko spremeni
fazni zamik*

- d. Dvojno LR vezje vzbuja s pravokotnimi periodičnimi signali kot prikazuje slika. Napišite MATLAB program, ki bo s pomočjo simboličnega računanja Laplaceove transformacije določil in narisal odziv vezja v času prvih petih period po priključitvi generatorja, in sicer: a) pri ničelnem začetnem stanju in b) pri začetnih tokovih skozi tuljavi: $i_{L1}(0^-) = 0 \text{ A}$ ter $i_{L2}(0^-) = 0,1 \text{ A}$. S pomočjo odziva na prvo periodo določite in narišite ustaljeni odziv. Elementa vezja imajo vrednosti: $R_1 = 42 \Omega$, $R_2 = 48 \Omega$, $L_1 = 8,4 \text{ H}$, $L_2 = 10 \text{ H}$, amplituda generatorja $A = 10 \text{ V}$ ter perioda $T = 2 \text{ s}$.



Opis MATLAB ukazov:

a. Izračun karakterističnih korenov polinoma

Korene danega polinoma dobimo z ukazom:

```
roots(a),
```

pri čemer je a vrstični vektor koeficientov polinoma, ki si sledijo v zaporedju s padajočo potenco.

Primer: Določimo karakteristične korene polinoma: $Q(s) = s^3 - 7s - 6$.

Rešitev:

```
a = [1 0 -7 -6];
roots(a)
ans =
    3.0000
   -2.0000
   -1.0000
```

b. Zapis prenosne funkcije:

Prenosno funkcijo sistema $H(s)$ lahko zapišemo v polinomski ali faktorizirani obliki:

$$H(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0},$$

$$H(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = k \frac{(s - n_1)(s - n_2) \dots (s - n_m)}{(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n)}.$$

Konstanta k v drugi enačbi je multiplikativna konstanta. V obeh zapisih predpostavimo, da je $m \leq n$ in da so koreni enostavni. V MATLAB-u predstavimo polinomsko obliko zapisa prevajalne funkcije z vrstičnima vektorjema koeficientov polinoma števca in imenovalca:

$$b = [b_m \ b_{m-1} \ \dots \ b_0] \quad \text{in} \quad a = [a_n \ a_{n-1} \ \dots \ a_0],$$

faktorizirano obliko pa s konstanto k in vrstičnima vektorjema ničel in polov:

$$k, n = [n_1 \ n_2 \ \dots \ n_m] \quad \text{in} \quad p = [p_1, p_2, \dots, p_n].$$

Če imamo polinomski zapis prevajalne funkcije in jo želimo izraziti v faktorizirani obliki, uporabimo ukaz:

$$[n, p, k] = \text{tf2zp}(b, a),$$

ki izračuna ničle, pole in konstanto k . Če poznamo ničle, pole in konstanto k , pa dobimo koeficiente polinomov števca in imenovalca z ukazom:

$$[b, a] = \text{zp2tf}(n, p, k).$$

Primer: Prevedimo v faktorizirano obliko prenosno funkcijo: $H(s) = \frac{2s^2 - s + 5}{s^3 - 7s - 6}$.

Rešitev:

`b=[2 -1 5]; a=[1 0 -7 -6];`

`[n,p,k] = tf2zp(b,a)`

`n =`

`0.2500+ 1.5612i`

`0.2500- 1.5612i`

`p =`

`3.0000`

`-2.0000`

`-1.0000`

`k =`

`2`

Prenosna funkcija v faktorizirani obliki je: $H(s) = 2 \frac{(s-0.25-1.5612i)(s-0.25-1.5612i)}{(s-3)(s+2)(s+1)}$.

c. Obratna Laplaceova transformacija

Obratne Laplaceove transforme običajno računamo s pomočjo razvrščanja funkcije v vsoto delnih ulomkov. Koeficiente delnih ulomkov dobimo z ukazom:

$$[r,p,k] = \text{residue}(b,a).$$

Primer: Določimo residume znane funkcije $H(s) = \frac{2s^2 - s + 5}{s^3 - 7s - 6}$.

Rešitev:

`[r,p,k] = residue(b,a)`

`r =`

`1.0000`

`3.0000`

`-2.0000`

`p =`

`3.0000`

`-2.0000`

`-1.0000`

`k =`

`[]`

Imamo: $H(s) = \frac{2s^2 - s + 5}{s^3 - 7s - 6} = \frac{1}{s-3} + \frac{3}{s+2} + \frac{-2}{s+1} + k, \quad k=0.$

d. Odziv na vzbujanje

S programom MATLAB lahko izračunamo odziv na vzbujanje neposredno iz prevajalne funkcije $H(s)$ sistema. Odziv na enotni impulz izračunamo z uporabo funkcije:

$$y = \text{impulse}(\text{num}, \text{den}, t),$$

podobno odziv na enotino stopnico:

$$y = \text{step}(\text{num}, \text{den}, t),$$

ali odziv na poljuben vhodni signal pri začetnem stanju nič:

$$y = \text{lsim}(\text{num}, \text{den}, u, t).$$

Primer: Izračunajmo odziv na enotino stopnico sistema z znano $H(s)$.

Rešitev:

```
t = 0:0.1:1;
y = step(b,a,t);
plot(t,y); grid;
```

e. *Simbolično računanje Laplaceove in obratne Laplaceove transformacije*

Laplaceov transform simbolične funkcije f dobimo z ukazom:

$$F = \text{laplace}(f, t, s).$$

Obratni Laplaceov transform funkcije F pa vrne ukaz:

$$f = \text{ilaplace}(F, s, t).$$

Primer 1: Izračunajmo Laplaceov in obratni Laplaceov transform dušene kosinusne funkcije.

Rešitev:

```
syms a s t w ; % seznam simboličnih spremenljivk
f = sym('exp(-a*t)*cos(w*t)')
F = laplace(f,t,s)
g = ilaplace(F,s,t)
```

Rešitev:

```
f = exp(-a*t)*cos(w*t)
F = (s+a)/((s+a)^2+w^2)
g = exp(-a*t)*cos(w*t)
```

Primer 2: Izračunajmo Laplaceov in obratni Laplaceov transform enotnega impulza in enotine stopnice.

Rešitev:

```
> laplace('Dirac(t)',t,s) ans = 1
> laplace('Heaviside(t)',t,s) ans = 1/s
> ilaplace('1',s,t) ans = Dirac(t)
> ilaplace('1/s',s,t) ans = 1
```

f. Uporaba Laplaceove transformacije pri kavzalnem periodičnem vzburjanju

Pri določanju odziva na periodično vzburjanje izrazimo Laplaceov transform odziva $Y(s)$ v obliki:

$$Y(s) = H(s)X_1(s)[1 + e^{-sT} + e^{-2sT} + e^{-3sT} + \dots].$$

Inverzni Laplaceov transform $y(t) = L^{-1}[Y(s)]$ ima na končnem časovnem intervalu končno število členov. Na intervalu $(n-1)T < t < nT$ moramo izračunati vsoto prvih n členov:

$$y(t) = y_1(t)u(t) + y_1(t-T)u(t-T) + \dots + y_1(t-nT+T)u(t-nT+T).$$

V mnogih praktičnih primerih lahko rezultat zapišemo v zaprti obliki.

g. Ustaljeno stanje pri periodičnem vzburjanju

Iz zaprte oblike zapisa celotnega odziva $y(t)$ pri periodičnem vzburjanju ne moremo zanesljivo določiti stacionarnega odziva, saj nas predpostavka, da pri dolgih časih negativni eksponentni členi izginejo, običajno pripelje do napačnega rezultata. Boljša ideja je, da izhajamo iz celotnega odziva sistema na prvo periodo, katerega izračun je enostaven. Ker sistem ne ve ali se bo vzburjanje periodično ponavljalo, bo celotni odziv v času $0 < t < T$ v vsakem primeru enak samo odzivu na prvo periodo. Če nato od celotnega odziva na prvo periodo odštejemo prehodni pojav zaradi periodičnega vzburjanja, dobimo komponento stacionarnega stanja, ki jo opisuje enačba:

$$y_{ss}(t) = L^{-1}[H(s)X_1(s)] - \sum_{i=1}^n A_i e^{p_i t},$$

pri čemer je $X_1(s)$ Laplaceov transform prvega cikla vhoda $x(t)$, $p_i = 1, 2, \dots, n$ so poli prenosne funkcije $H(s)$ in A_i so residumi $Y(s)$ pri teh polih.

SIGNALI IN SISTEMI LABORATORIJSKE VAJE

7. VAJA: FREKVENČNA KARAKTERISTIKA $H(j\omega)$ SISTEMA, BODEJEV DIAGRAM, POLARNI DIAGRAM

- a. Sistem opisuje frekvenčna karakteristika:

$$H(j\omega) = \frac{45000[(j\omega)^2 + 18(j\omega) + 900]}{[j\omega + 90]^2(j\omega + 1000)}$$

Napišite MATLAB program, ki bo narisal Bodejev diagram danega sistema. Poleg dejanskega in asimptotskega amplitudnega in faznega poteka frekvenčne karakteristike $H(j\omega)$ naj program izriše tudi asimptotske poteke nastopajočih osnovnih členov.

- b. Sistem drugega reda opišemo s prenosno funkcijo:

$$H(s) = \frac{K}{\omega_n^2} \frac{1}{1 + 2\zeta \frac{s}{\omega_n} + \frac{s^2}{\omega_n^2}}$$

Napišite MATLAB program, ki bo za vrednosti $K = 1$, $\omega_n = 1 \text{ rads}^{-1}$ in $\zeta = 0.1$, $\zeta = 0.2$, $\zeta = 0.3$, $\zeta = 0.5$, $\zeta = 0.7$ ter $\zeta = 1$ narisal Bodejev in polarni diagram.

Opis MATLAB ukazov za risanje frekvenčne karakteristike $H(j\omega)$:

Frekvenčno karakteristiko $H(j\omega)$ običajno rišemo z dvema diagramoma: prvi je absolutna vrednost $|H(j\omega)|$, drugi pa fazni kot $\angle H(j\omega)$. Klicna funkcija, ki vrne frekvenčno karakteristiko, ima obliko $H = \text{freqs}(b, a, w)$, kjer je b vektor koeficientov polinoma v števcu, a vektor koeficientov polinoma v imenovalcu in w vektor, s katerim podamo frekvenčno območje med začetno (ω_1) in končno (ω_2) frekvenco opazovanja.

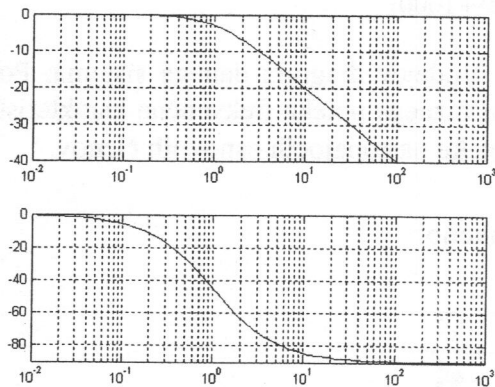
Primer: $H = \text{freqs}(b, a, w)$;
 $\text{mag} = \text{abs}(H)$; $\text{phase} = \text{angle}(H)$; $\text{phase} = \text{phase} * 180 / \text{pi}$;

Pri risanju diagramov si lahko pomagamo z ukazom `subplot`.

Primer: `subplot(2,1,1)` ; `plot(w, mag)` ;
`subplot(2,1,2)` ; `plot(w, phase)` ;

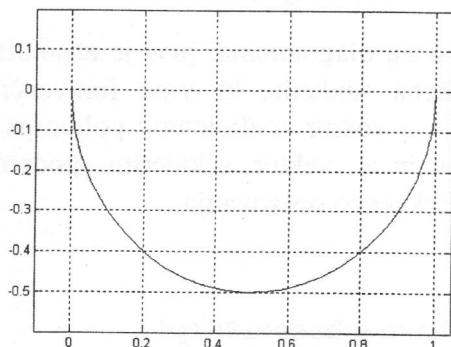
Če se absolutna vrednost frekvenčne karakteristike $|H(j\omega)|$ in frekvenca spreminjata preko več dekad, uporabljamo za predstavitev frekvenčne karakteristike Bodejev diagram, v katerem rišemo logaritem absolutne vrednosti ($20\log|H(j\omega)|$), izražen v decibelih [dB] in v obeh diagramih, amplitudnem in faznem, na abscisni osi nanašamo frekvenco v logaritmskem merilu. Osnovni MATLAB ukazi, ki jih srečamo pri risanju Bodejevega diagrama, so razvidni iz priloženega primera.

```
w = logspace(-2,3); A0 = 1; wm = 1;
num = [A0*wm]; den = [1 wm];
[mag, phase] = bode(num, den, w);
dbmag = 20*log10(mag);
subplot(2,1,1);
    semilogx(w, dbmag); axis([1e-2 1e3 -40 0]); grid;
subplot(2,1,2);
    semilogx(w, phase); axis([1e-2 1e3 -90 0]); grid;
```



Frekvenčno karakteristiko sistema $H(j\omega)$ lahko predstavimo tudi v kompleksni ravnini s polarnim ($0 \leq \omega < \infty$) ali Nyquistovim ($-\infty < \omega < \infty$) diagramom. Osnovni MATLAB ukazi, ki jih srečamo pri risanju polarnega diagrama, so razvidni iz priloženega primera.

```
w = logspace(-2,3); A0 = 1; wm = 1;
num=[A0*wm]; den=[1 wm]; [re,im]=nyquist(num,den,w);
plot(re,im); axis([-0.1 1.1 -0.6 0.2]); grid;
```



1/ASA $\frac{1}{s}$

$$H(j\omega) = \frac{4500(j\omega)^2 + 81000(j\omega) + 4050000}{((j\omega)^2 + 180(j\omega) + 8100)(j\omega + 1000)}$$

$$H(j\omega) = \frac{4500(j\omega)^2 + 81000(j\omega) + 4050000}{(j\omega)^3 + 180(j\omega)^2 + 8100(j\omega) + 1000(j\omega)^2 + 180000j\omega + 810000}$$

$$H(j\omega) = \frac{4,5k(j\omega)^2 + 81k(j\omega) + 4050k}{(j\omega)^3 + 1,18k(j\omega)^2 + 188,1k(j\omega) + 810k}$$

$$\text{num} = [45000, 810000, 4050000]$$

$$\text{den} = [1k, 1180, 188,100, 810000]$$

$$H(s) = \frac{1}{1} \frac{1}{(1 + 2\xi \frac{j\omega}{1} + (j\omega)^2)}$$

$$H(j\omega) = \frac{1}{(j\omega)^2 + 2\xi j\omega + 1}$$